



Contact élastique de sphères: transition JKR-DMT

D. Maugis

UMR 113, LCPC/CNRS, 2 allée Kepler, 77420 Champs (France)

I - INTRODUCTION

Dans la théorie de Hertz du contact sphère/plan, seules des contraintes de compression sont admises dans l'aire de contact et le raccordement sphère/plan est tangent. Dans la théorie de JKR [1] des contraintes de traction sont autorisées dans l'aire de contact et le raccordement est vertical, tandis que dans la théorie de DMT [2] des forces d'adhésion agissent autour d'un contact unilatéral à raccordement tangent. On montre [3] comment la mécanique de la rupture avec un modèle de Dugdale des forces d'adhésion conduit à une théorie générale dans laquelle les théories de JKR et de DMT sont les cas limites. Par ailleurs un ménisque liquide sur le bord d'un contact est un parfait exemple de zone de Dugdale, et de fait des expériences avec des cylindres de mica croisés [4-6] ont montré qu'un ménisque liquide change la forme du profil au voisinage du contact. Des profils en présence de ménisques de tailles variées ont été mesurés avec grande précision [7] et sont accord avec la théorie.

II - LA THEORIE DE HERTZ

Considérons une sphère rigide de rayon R , en contact avec un demi-espace élastique (module d'Young E , coefficient de Poisson ν) sous une charge P . Le rayon de contact a , la pénétration δ , la distribution de contrainte dans l'aire de contact, et la distance entre un point de la surface de la sphère et la surface déformée sont donnés par

$$a^3 = \frac{PR}{K} \quad (1)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} \quad (2)$$

$$\sigma_r(r,0) = -\frac{3aK}{2\pi R} \sqrt{1-\rho^2}, \quad \rho < 1 \quad (3)$$

$$[u_r] = \frac{a^2}{\pi R} \left[\sqrt{\rho^2-1} + (\rho^2-2) \cos^{-1} \frac{1}{\rho} \right], \quad \rho > 1 \quad (4)$$

où $\rho = r/a$ et

$$\frac{1}{K} = \frac{3}{4} \frac{1-\nu^2}{E}$$

III - LA THEORIE DE JKR

Le contact entre une sphère et un plan peut être vu comme une fissure extérieure en mode I qui recule ou avance quand l'aire de contact croît ou décroît. Dans le modèle de JKR il n'y a pas de force d'adhésion entre les lèvres de la fissure, exactement comme dans la mécanique élastique linéaire de la rupture (LEFM), de sorte que les contraintes sont singulières et le profil parabolique au bord du contact. Introduisant le *facteur d'intensité des contraintes*

$$K_I = \frac{\frac{a^2 K}{R} - P}{2a\sqrt{\pi a}} \quad (5)$$

la pénétration δ , la distribution de contrainte dans l'aire de contact, et le "gap" entre la sphère et le plan déformé sont donnés par

$$\delta = \frac{a^2}{3R} + \frac{2P}{3aK} \quad (6)$$

$$\sigma_r(r,0) = \frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} - \frac{3aK}{2\pi R} \sqrt{1-\rho^2} \quad (7)$$

$$[u_r] = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} K_I \sqrt{\pi a} \cos^{-1} \frac{1}{\rho} + \frac{a^2}{\pi R} \left[\sqrt{\rho^2-1} + (\rho^2-2) \cos^{-1} \frac{1}{\rho} \right] \quad (8)$$

L'équilibre est donné par la *relation de Griffith*

$$G = w \quad (9)$$

où w est l'énergie d'adhésion de Dupré, et G le taux de restitution de l'énergie, qui dans l'approximation LEFM est relié au facteur d'intensité des contraintes par

$$G = \frac{1}{2} \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (10)$$

(le facteur 1/2 provient du fait que la sphère est rigide).

IV - LA FISSURE EXTERIEURE

Supposons que les contraintes agissant entre les lèvres de la fissure, autour du contact, ont une valeur constante σ_0 sur une longueur $d = c-a$. (Cette valeur peut aussi être la pression de Laplace dans un ménisque). Ce chargement intérieur conduit à un facteur d'intensité des contraintes

$$K_{II} = -\frac{\sigma_0 a}{\sqrt{\pi a}} \left[\sqrt{m^2 - 1} + m^2 \tan^{-1} \sqrt{m^2 - 1} \right] \quad (11)$$

où $m = c/a > 1$. La distribution de contrainte dans l'aire de contact et le déplacement élastique, dû à ce chargement sont:

$$\sigma_r(r, 0) = \frac{K_{II}}{\sqrt{\pi a}} \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} + \frac{2\sigma_0}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{m^2-1}{1-\rho^2}}, \quad \rho < 1 \quad (12)$$

$$u_r = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} K_{II} \sqrt{\pi a} \cos^{-1} \frac{1}{\rho} - \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \sigma_0 a \times \left[\sqrt{m^2-1} \left(\sqrt{\rho^2-1} - \cos^{-1} \frac{1}{\rho} \right) - m^2 \int_1^{\rho} \frac{\sqrt{\rho^2-t^2}}{t^2 \sqrt{m^2-t^2}} dt \right] \quad (13)$$

V - LE MODELE DE DUGDALE

En ajoutant les contraintes dues aux chargements intérieur et extérieur, la singularité de contrainte disparaît si

$$K_I + K_{II} = 0 \quad (14)$$

Cette relation donne le rapport c/a en fonction de σ_0 , P et a .

L'écartement en fond de fissure δ , (ou crack opening displacement, COD) est l'ouverture de la fissure en $r = c$, (i.e. $\rho = m$). En ajoutant les équ (8) et (13) et en utilisant la relation (14), le COD est

$$\delta = \frac{a^2}{\pi R} \left[\sqrt{m^2-1} + (m^2-2) \tan^{-1} \sqrt{m^2-1} \right] + \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \sigma_0 a \left[\sqrt{m^2-1} \tan^{-1} \sqrt{m^2-1} - m + 1 \right] \quad (15)$$

D'après l'intégrale J de Rice, le taux de restitution de l'énergie dans un modèle de Dugdale est simplement:

$$G = \sigma_0 \delta, \quad (16)$$

et l'équilibre est donné par la relation de Griffith, équ.(9). Le problème est alors résolu. Quand $m \rightarrow 1$ on retrouve les résultats de JKR avec

$$G = \frac{(a^3 K / R - P)^2}{6\pi a^3 K} \quad (17)$$

et quand $m \rightarrow \infty$, les résultats de DMT, avec

$$G = \frac{a^3 K / R - P}{2\pi R} \quad (18)$$

En introduisant les paramètres sans dimension:

$$A = \frac{a}{(\pi w R^2 / K)^{1/3}} \quad \Delta = \frac{\delta}{(\pi^2 w^2 R / K^2)^{1/3}}$$

$$\bar{P} = \frac{P}{3\pi w R} \quad \lambda = \frac{2\sigma_0}{(\pi w K^2 / R)^{1/3}}$$

la relation de Griffith s'écrit:

$$\frac{1}{2} \lambda A^2 \left[\sqrt{m^2 - 1} + (m^2 - 2) \tan^{-1} \sqrt{m^2 - 1} \right] + \frac{1}{3} \lambda^2 A \left[\sqrt{m^2 - 1} \tan^{-1} \sqrt{m^2 - 1} - m + 1 \right] = 1 \quad (19)$$

Pour un paramètre λ , caractéristique du matériau, et pour un rayon de contact a , on peut extraire m , et obtenir la charge et la pénétration d'équilibre:

$$\bar{P} = A^3 - \lambda A^2 \left[\sqrt{m^2 - 1} + m^2 \tan^{-1} \sqrt{m^2 - 1} \right] \quad (20)$$

$$\Delta = A^2 - \frac{1}{3} \lambda A \sqrt{m^2 - 1} \quad (21)$$

Le "gap" s'écrit en fonction des intégrales elliptiques $E(\varphi, k)$ et $F(\varphi, k)$. En utilisant la même normalisation que pour δ , on a pour $r < c$:

$$\left[\bar{u}_r \right] = \frac{A^2}{\pi} \left[\sqrt{\rho^2 - 1} + (\rho^2 - 2) \cos^{-1} \frac{1}{\rho} \right] + \frac{8\lambda A}{3\pi} \left[\frac{\sqrt{\rho^2 - 1}}{\sqrt{m^2 - 1}} + \sqrt{m^2 - 1} \cos^{-1} \frac{1}{\rho} - m E(\varphi, k) \right]$$

avec

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 - 1}} \frac{\sqrt{\rho^2 - 1}}{\rho} \right)$$

$$k = \rho / m$$

et pour $r > c$:

$$\begin{aligned} \overline{[u_r]} = & \frac{A^2}{\pi} \left[\sqrt{\rho^2 - 1} + (\rho^2 - 2) \cos^{-1} \frac{1}{\rho} \right] \\ & + \frac{8\lambda A}{3\pi} \left[\frac{\sqrt{m^2 - 1}}{\sqrt{\rho^2 - 1}} + \sqrt{m^2 - 1} \cos^{-1} \frac{1}{\rho} - \rho E(\varphi, k) + \left(1 - \frac{m^2}{\rho^2}\right) \rho F(\varphi, k) \right] \end{aligned}$$

avec

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{m^2 - 1}}{m} \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 - 1}} \right)$$

$$k = m / \rho$$

Quand $\lambda \rightarrow \infty$ ($c/a \rightarrow 1$), on a le profil de JKR, et quand $\lambda \rightarrow 0$, on a le profil de DMT (hertzien).

VI - EXPERIENCES

En déposant un ménisque liquide de rayon c autour d'un contact de rayon a , on peut observer le changement de profil de JKR à DMT quand le rapport c/a croît. Les expériences ont été effectuées avec deux cylindres croisés de mica dans de l'air sec et humide [7]. La précision sur l'écartement des surfaces au voisinage du contact est de l'ordre de quelques nanomètres. L'accord avec la théorie est très satisfaisant.

VIII - REFERENCES

1. K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts: "Surface energy and the contact of elastic solids", *Proc. R. Soc. Lond. A*, **324**, 301-313 (1971).
2. B.V. Derjaguin, V.M. Muller, Yu.P. Toporov: "Effect of contact deformation on the adhesion of particles", *J. Colloid Interface Sci.*, **53**, 314-326 (1975).
3. D. Maugis: "Adhesion of spheres: The JKR-DMT transition using a Dugdale model", *J. Colloid Interface Sci.*, **150**, 243-269 (1992).
4. L.R. Fisher, J.N. Israelachvili: "Direct measurement of the effect of meniscus forces on adhesion: a study of the applicability of macroscopic thermodynamics to microscopic liquid interfaces", *Colloids and Surfaces*, **3**, 303-319 (1981).
5. H.K. Christenson: "Capillary condensation in systems of immiscible liquids", *J. Colloid Interface Sci.*, **104**, 234-249 (1985).
6. H.K. Christenson: "Adhesion between surfaces in undersaturated vapors-A reexamination of the influence of meniscus curvature and surface forces", *J. Colloid Interface Sci.*, **121**, 170-178 (1988).
7. D. Maugis, B. Gauthier-Manuel: "JKR-DMT transition in the presence of a liquid meniscus", *J. Adhesion Sci. Technol.*, **8**, 1-11 (1994).

Approches discrètes : Dynamique moléculaire et Mécanique granulaire

F. SIDOROFF

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes - Ecole Centrale de Lyon

Introduction

La Mécanique des Matériaux telle qu'on l'entend aujourd'hui est en fait volumique. La mécanique des surfaces reste à construire et les mécanismes physiques sous-jacents se situent le plus souvent à l'échelle moléculaire. Une description continue peut être envisageable, mais la compréhension réelle des phénomènes superficiels exige la prise en compte de l'échelle moléculaire.

De plus, et sans descendre aussi bas dans les échelles d'espace, les matériaux interfaciaux qui apparaissent au contact de deux solides (3ème corps) ont souvent une structure particulière marquée (débris d'usure, milieux colloïdaux). Là encore la matière est discrète.

L'approche discrète, qui considère la matière comme un ensemble de particules en interaction, apparaît donc comme un complément nécessaire à l'approche continue classique de la Mécanique des Matériaux. Pour l'instant il s'agit essentiellement d'un complément qualitatif et d'aide à la compréhension, mais il n'est pas interdit de rêver à une liaison plus quantitative.

La Mécanique Granulaire

Le domaine n'est pas entièrement nouveau et même sans évoquer certains travaux anciens (élasticité d'un réseau cristallin avec un coefficient de Poisson valant $1/3$ en 2D et $1/4$ en 3D), la description discrète d'un matériau granulaire est depuis longtemps un champ de recherches d'actualité dans le monde du Génie Civil.

La microstructure discrète de ces matériaux pose en effet des problèmes conceptuels difficiles qui apparaissent notamment dans le passage micro-macro. L'homogénéisation granulaire reste un domaine largement ouvert, même si des progrès significatifs ont pu être réalisés [1]. L'élément clé de ce passage est la relation de Weber

$$(1) \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum F_i^c \otimes d_j^c$$

exprimant le tenseur des contraintes macroscopique à partir d'une moyenne du produit tensoriel des forces de contact par les vecteurs joignant les centres des particules en contact.

En parallèle de cette approche théorique, diverses simulations numériques directes ont été mises en place, conduisant souvent à des résultats très intéressants concernant aussi bien le comportement dynamique d'un assemblage [2] que le comportement d'un matériau granulaire. On décrira notamment l'approche de Cundall [3] et on décrira quelques résultats relatifs à l'écroutissage des matériaux granulaires.

La Dynamique Moléculaire

Initialement développée dans le cadre de la physique statistique des milieux denses et notamment liquides, la dynamique moléculaire est d'inspiration voisine. Elle simule le comportement dynamique d'un ensemble d'atomes ou molécules en interaction

$$(2) \quad m\gamma_a = \sum_b F_{ab}$$

En se limitant aux interactions de paires on utilise en général un potentiel d'interaction de type attraction-répulsion (Lennard-Jones par exemple). Initialement développée pour la description de l'équilibre thermodynamique à énergie constante, elle a ensuite été largement généralisée. Compte tenu de l'importance des phénomènes de surface il n'est pas surprenant de voir ces calculs largement utilisés en tribologie.

Nous décrivons rapidement deux exemples d'applications de ces méthodes aux problèmes de contact: le stick-slip moléculaire [4] et l'usure quasi plastique [5].

Cette approche reste toutefois numériquement très lourde car les constantes du temps associées au mouvement des molécules imposent de prendre un pas d'intégration de l'ordre de 10^{-13} s. De plus, dans le cas d'un système hors d'équilibre, il est nécessaire de prévoir un contrôle de la température.

La Mécanique Particulaire

Il y a donc place pour une approche intermédiaire, la mécanique particulaire, utilisant la schématisation d'interaction (2) tout en renonçant à une description dynamique détaillée des fluctuations thermiques, c'est-à-dire en recherchant une solution quasi-statique. Le terme d'accélération devient alors un simple paramètre de réglage numérique [3] facilitant ou accélérant le calcul. On pourra alors schématiser l'évolution d'un système de particules en interactions en suivant notamment [6]

- le mouvement de chaque particule,
- l'évolution des déséquilibres locaux,
- la réponse globale de la structure particulaire
- le détail des forces d'interaction
- un "tenseur des contraintes" particulaire

Ceci permet de décrire les mécanismes microscopiques de déformations par succession d'instabilités locales.

Modèle monodimensionnel

On s'intéresse maintenant au cas d'un assemblage monodimensionnel. Outre son intérêt fondamental pour la compréhension du problème et pour la mise en place des outils numériques, il décrit également le comportement d'un solide cristallin, chaque particule monodimensionnelle représentant en fait un plan atomique. On décrira dans un premier temps le comportement d'un assemblage infini (loi élastique) et on déterminera la distance interparticulaire d'équilibre qui pour une loi d'interaction typique (Lennard-Jones 10-4) est égale à $0.987065 d_0$ où d_0 est la distance correspondant à une force d'interaction nulle.

Ceci permettra alors de caractériser les effets de bord correspondant à une surface libre et de déterminer par là même l'énergie de surface et son origine physique [7].

Avalanche adhésive

Un premier exemple d'application concerne la modélisation de l'avalanche adhésive, instabilité qui se produit lorsque deux agrégats lentement rapprochés l'un de l'autre entrent en contact, et de la rupture, instabilité symétrique à la séparation de deux solides. Les résultats sont présentés et comparés à ceux obtenus par Maugis [8] par une modélisation limitant l'interaction aux premiers voisins. On montrera en particulier que ce modèle simplifié permet une description relativement précise à condition de définir correctement le potentiel d'interaction entre particules voisines.

Modèle bidimensionnel

On s'intéresse maintenant au cas bidimensionnel que l'on pourra comparer aux expériences réalisées sur les lits de bulles et qui sont souvent utilisées pour la compréhension des mécanismes de déformation, et qui permettent en particulier de mettre clairement en évidence la différence entre massif cristallin et massif amorphe [9]. On décrira très rapidement les outils de simulation utilisés, l'exploitation des résultats et la préparation des échantillons. On discutera notamment la définition d'un tenseur des contraintes particulière. On évoquera ensuite rapidement, comme en monodimensionnel, le cas d'un solide cristallin infini, puis limité, caractérisant ainsi les effets de surface.

Un exemple : l'indentation

Nous terminerons par la présentation d'un exemple : l'indentation d'un massif par un indenteur triangulaire. Divers types de simulation seront présentées permettant de discuter la variété des informations que l'on peut retirer de ce genre de simulation.

On s'attachera notamment à discuter, sur une simulation typique, l'évolution des déformations locales et des contraintes particulières. On s'attachera notamment à montrer comment les



instabilités locales se superposent à une évolution globale relativement proche de celle que l'on pourrait attendre d'un milieu continu.

On montrera également la différence forte observée entre le comportement d'un massif amorphe et d'un massif cristallin.

Conclusion

En conclusion on discutera rapidement divers problèmes de contact où ces simulations peuvent permettre une meilleure compréhension des phénomènes superficiels. On traitera également les possibilités d'extension tridimensionnelle et on évoquera les travaux parallèles menés sur la lubrification granulaire [10].

Bibliographie

- [1] DUBUJET P., EMERIAULT F., CAMBOU B., SIDOROFF F., Granular homogenization : the elastic case, *European Journal of Mechanics*, à paraître 1995.
- [2] MOREAU J.J., Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials. *European Journal of Mechanics /A*, Special issue (2nd ESMC Genoa) 13, 1994, pp.93-114.
- [3] CUNDALL P.A. & STRACK O.D.L., A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, vol.29, 1979, pp.47-65.
- [4] THOMSON P.A. & ROBBINS M.O., Shear flow near solids : Epitaxial order and fluid boundary conditions, *Phys. Rev. A*, vol. 41(12), 1990, pp.6830-6836.
- [5] LANDMANN U. et al., Nanotribology and the stability of nanostructures, *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 32, 1993, pp.1444-1462.
- [6] CAMBOU B., CHAZE M., DUBUJET P., GHAOUTI A., LAMIDON Y.M. & SIDOROFF F., Discrete models for contact problems, *Proceedings of 2nd CMIS (Carré-Le-Rouet, Septembre 1994)*, Ed. M. Raous et P. Chabrand, Plenum Press.
- [7] LAMIDON Y.M., CHAZE M. & SIDOROFF F., Mécanique particulière monodimensionnelle : application à l'avalanche adhésive, 11ème Congrès Français de Mécanique, Lille, 1993.
- [8] MAUGIS D., The adhesive avalanche, *GDR Forces de Surfaces*, 1993.
- [9] MAZUYER D. et al., De l'utilisation des bulles de savon, Film, produit par Lipsis Production, CNRS, MESR, 1991.
- [10] LUBRECHT A.A. & BERTHIER Y., Granular lubrication : A simple model and trends, Leeds-Lyon '94.

Session 2:
Rugosité des Surfaces
et Conséquences



Rugosités de fracture: observations... et spéculations

Stéphane Roux

Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes

Ecole Supérieure de Physique et Chimie Industrielles

10 rue Vauquelin, F-75231 Paris Cedex 05, France

e-mail:roux@pmmh.espci.fr

Les surfaces de fractures présente une invariance d'échelle statistique appelée "auto-affinité". Certains outils d'analyse pour mettre en évidence une telle propriété seront présentés. De plus de nombreuses observations expérimentales semblent montrer un caractère "universel" de cette symétrie. Certaines approches peuvent être développées dans le cadre des équations de Langevin pour tenter de comprendre l'émergence de l'auto-affinité. Qualitativement ce parallèle permet de nouvelles analyses et donne lieu à certaines prédictions quantitatives pour des fractures interfaciales. Au-delà de la description géométrique, certaines conséquences physiques seront évoquées brièvement.

Les surfaces de fracture présentent souvent une symétrie statistique particulière : elles sont invariantes dans toutes affinités de rapport λ dans le plan moyen (x, y) , et λ^ζ dans la direction normale (z) . Le paramètre ζ qui caractérise cette transformation d'échelle est l'exposant de "Hurst" ou de "rugosité". La référence [1] donne un panorama récent de situations physiques où l'on rencontre de telles géométries.

Dans le cas des surfaces de fracture, une telle propriété a été observée pour la première fois par Mandelbrot *et coll.*[2] Depuis ce travail, les publications abondent^[3-16] où une propriété analogue est rapportée. Ces résultats concernent des matériaux très différents, des gammes d'échelles très larges, et sont obtenus avec des techniques expérimentales variées. De plu, les données les plus récentes, ainsi qu'un réexamen des résultats antérieurs, suggèrent que la valeur de l'exposant de rugosité est *universel*^[15,16], i.e. indépendant du matériau, du mode de sollicitation, du type de fracture, ... Ainsi à trois dimension $\zeta \approx 0.85 \pm 0.05$. Ces résultats ont également été étendus aux systèmes bi-dimensionnels^[17] sur du papier, et des lames de bois. Dans ce cas, l'exposant de rugosité est différent $\zeta \approx 0.65$.

Différents outils peuvent être utilisés pour mettre en évidence une telle invariance d'échelle: L'écart-type $\sigma(\Delta)$ de la distribution des hauteurs sur un profil en fonction de la taille Δ de la fenêtre d'analyse, varie selon $\sigma(\Delta) \propto \Delta^\zeta$. La probabilité $p(d)$ pour que deux points situés à une distance d soient à la même hauteur varie selon $p(d) \propto d^{-\zeta}$. Le spectre de puissance $\tilde{P}(k)$ d'un profil varie selon $k^{-1-2\zeta}$. Les surfaces auto-affines sont parfois qualifiées de "fractales". Cette dénomination peut prêter à confusion dans la mesure où la dimension fractale est dépendante de la méthode d'analyse, et de plus souvent limitée à une gamme d'échelle limitée supérieurement même si l'auto-affinité s'étend au-delà.

De nombreux modèles ont été construits récemment^[1,18] en physique statistique pour rendre compte de telles géométries et de leur développement temporel^[19]. La plupart de ces modèles peuvent se réduire à l'étude d'équations de Langevin adaptées au problème considéré. L'archétype de ces modèles à deux dimensions est donné par l'équation de Kardar-Parisi-

Zhang^[20]. Cette équation décrit l'évolution temporelle d'un profil $h(x, t)$ sous la forme

$$h_t = Ah_{,xx} + B(h_{,x})^2 + \eta(x, t), \quad (1)$$

où A et B sont des constantes et η un bruit décorrélé en espace et en temps $\langle \eta \rangle = 0$, $\langle \eta(x, t)\eta(x', t') \rangle = C\delta(x - x')\delta(t - t')$.

Les propriétés les plus importantes de ce modèle sont les suivantes: Si l'on part d'un profil plat à l'instant initial, $h(x, 0) = 0$, et que la taille du système est finie $0 < x < L$, le profil atteint des caractéristiques statistiques stationnaires. Il développe en particulier un caractère auto-affine d'exposant ζ . A des échelles de temps plus courtes, cette rugosité se développe seulement sur une échelle finie $\xi(t)$. En deça de cette longueur de corrélation, le profil apparaît auto-affine avec le même exposant ζ , mais au-delà, la rugosité sature. Si l'on introduit l'écart-type $\sigma(\delta)$ de la distribution des hauteurs estimée sur une fenêtre de largeur Δ , il obéit à la forme réduite suivante

$$\sigma(\Delta, t) = \begin{cases} \Delta^\zeta & \text{si } \Delta < \xi(t), \\ \xi(t)^\zeta & \text{si } \Delta > \xi(t). \end{cases} \quad (2)$$

De plus, la longueur de corrélation croît avec le temps selon une loi de puissance $\xi(t) \propto t^{1/z}$ où z est l'exposant "dynamique". Le régime stationnaire est atteint lorsque $\xi(t) = L$. Il est possible de réécrire cette propriété sous la forme de loi d'échelle:

$$\sigma(\Delta, t) = \Delta^\zeta \varphi(t/\Delta^z), \quad (3)$$

où $\varphi(x)$ est constante pour $x \gg 1$, et $\varphi(x) \propto x^{z/\zeta}$ pour $x \ll 1$. La forme (3) est en fait très générale, et non spécifique de l'équation (1). Les deux exposants qui interviennent ζ et z sont au contraire dépendant de la forme particulière de l'équation de Langevin. Dans le cas (1) il a été montré analytiquement^[20] que $\zeta = 1/2$ et $z = 3/2$ lorsque $B \neq 0$ (et $z = 2$ si $B = 0$).

Dans le contexte de la fracture, il est possible de tester directement la forme (3), en étudiant la rugosité d'une surface de fracture initiée sur une entaille rectiligne, en fonction de la distance y à cette entaille. Par rapport à l'équation précédente, h est la hauteur de la surface selon la direction z , y est l'analogue du temps t , et x est orienté le long de l'entaille initiale. A partir de mesures profilométriques intensives (cartes de 10^5 points de mesures chaque) effectuées sur un bloc de granit, il a été possible d'avérer la forme (2) et d'estimer^[21]

$$\{\zeta = 0.80 \pm 0.05, z = 1.20 \pm 0.15\}. \quad (4)$$

En terme de modélisation, une démarche naturelle consiste à proposer une équation de Langevin pour le front de fissure comme suggéré dans la référence [22] dont le terme de bruit η représente l'hétérogénéité du matériau. Reste cependant à écrire le facteur d'intensité de contrainte en un point quelconque du front. Ce dernier dépend de l'ensemble de la fracture déjà créée de manière non-locale ce qui invalide probablement en partie la suggestion [22], cependant l'écriture de ce terme est complexe et difficilement manipulable.

Il existe cependant un cas particulier où une telle démarche est possible: il s'agit du cas de la fracture interfaciale (rupture adhésive le long d'une interface plane). Dans ce cas, bien entendu aucune rugosité n'est laissée sur la surface de fracture, mais il est cependant possible que lorsque l'interface est hétérogène, le front de fissure, à un stade donné de sa propagation, présente des rugosités dans son plan moyen. Supposons que le plan de rupture soit $z = 0$, et que le front puisse

être représenté par une fonction $y(x, t)$ univaluée, où les direction x et y sont respectivement parallèle et perpendiculaire à l'orientation moyenne du front. Dans ce cas, nous proposons l'équation d'évolution

$$y_{,t} \propto \left(K(x) - K_c(x, y) \right), \quad (5)$$

où $K(x)$ représente le facteur d'intensité de contrainte local et K_c la ténacité locale. En décomposant ce dernier champ sous la forme d'une valeur moyenne plus une fluctuation, et en utilisant un résultat pour $K(x)$ pour un front sinueux établi par Rice et Gao^[23] par perturbation au premier ordre, nous aboutissons à l'équation de Langevin suivante^[24]

$$y(x, t)_{,t} = A \int_x \frac{(y(x', t) - y(x, t))}{(x' - x)^2} dx' + \eta(x, y(x)). \quad (6)$$

L'étude numérique de cette équation^[24] pour un changement juste suffisant pour assurer une propagation quasistatique de la fracture permet de vérifier qu'ici encore les lois d'échelle (2) rendent compte du développement de la rugosité du front. Les exposants alors obtenus par simulation numérique sont

$$\{\zeta = 0.35 \pm 0.05, z = 1.50 \pm 0.15\}. \quad (7)$$

Ces résultats ne sont pas directement comparables aux données précédemment citées dans la mesure où la rugosité n'existe que sur le front de fissure lui-même et non sur la surface en arrière du front. Ils permettent de prédire la formation de rugosité le long d'un front de fracture adhésive, et de légitimer dans une certaine mesure le formalisme utilisé dans l'analyse de la rugosité sur des bases purement phénoménologiques. Finalement, ce modèle constitue une première étape dans une démarche dont l'ambition est d'aboutir au problème tridimensionnel complet dans une propagation d'abord quasistatique puis finalement dynamique.

Références

- [1] P. Meakin, Phys. Rep. 235, 189 (1993).
- [2] B. B. Mandelbrot, D. E. Passoja, et A. J. Paullay, Nature 308, 721 (1984).
- [3] R. H. Dauskardt, F. Haubensak, et R. O. Ritchie, Acta Metall. Mater. 38, 143 (1990).
- [4] B. L. Cox et J. S. Y. Wang, Fractals 1, 87 (1993).
- [5] D. M. Kulawansa *et al.*, J. Mater. Res. 9, 476 (1994).
- [6] V. Y. Milman, R. Blumenfeld, N. A. Stelmashenko, et R. C. Ball, Phys. Rev. Lett. 71, 204 (1993).
- [7] J. J. Mecholsky, D. E. Passoja, et K. S. Feinberg-Ringel, J. Am. Ceram. Soc. 72, 60 (1989).
- [8] J. J. Friel et C. S. Pandle, J. Mater. Res. 8, 100 (1993).
- [9] A. Imre, T. Pajkossy, et L. Nyikos, Acta Metall. Mater. 40, 1819 (1992).
- [10] S. R. Brown et C. H. Scholz, J. Geophys. Res. 90, 12575 (1985).
- [11] J. Schmittbuhl, S. Gentier, et S. Roux, Geophys. Res. Lett. 20, 639 (1993).

- [12] W. L. Power *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **14**, 29 (1987).
- [13] A. Chudnovsky et B. Kunin, *J. Appl. Phys.* **62**, 4124 (1987).
- [14] Z. Q. Mu et C. W. Lung, *J. Phys. D : Applied Physics* **21**, 848 (1988).
- [15] E. Bouchaud, G. Lapasset, et J. Planès, *Europhys. Lett.* **13**, 73 (1990).
- [16] K. J. Måløy, A. Hansen, E. L. Hinrichsen, et S. Roux, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 213 (1992).
- [17] T. Engøy, K. J. Måløy, A. Hansen, et S. Roux, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 834, (1994); J. Kertész, V. Horváth, et F. Weber, *Fractals* **1**, 67 (1993).
- [18] T. Halpin-Healy et Y. C. Zhang, *Phys. Rep.* à paraître (Dec. 94)
- [19] F. Family et T. Vicsek, "*Dynamics of fractal surfaces*", World Sci. Pub., (Singapore, 92)
- [20] M. Kardar, G. Parisi et Y. C. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 889, (1986)
- [21] J. Schmittbuhl, S. Roux et Y. Berthaud, *Europhys. Lett.* à paraître
- [22] J. P. Bouchaud, E. Bouchaud G. Lapasset et J. Planés, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2240, (1993)
- [23] H. Gao et J. R. Rice, *J. Appl. Mech.* **56**, 828, (1989)
- [24] J. Schmittbuhl, S. Roux, J. P. Vilotte, et K. J. Måløy, prépublication

Aspérités et frottement

Patrick Chabrand, Michel Raous

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - C.N.R.S.
31, chemin Joseph-Aiguier 13402 Marseille Cedex 9

1. Introduction

Nous étudions ici le frottement par une analyse des déformations élastoplastiques des aspérités à des échelles de 2 à 200 microns. Dans les tôles Lasertex, que nous considérons, le profil de surface a une forte périodicité à cause des successions de plateaux et de vallées. Les hauteurs des plateaux sont de l'ordre de 20 microns et leurs largeurs de l'ordre de 200 microns. Au sommet des plateaux nous prenons en compte des aspérités dont les dimensions sont évaluées à partir des relevés de rugosimétrie. Dans Raous et Chabrand (1991) nous avons présenté les résultats concernant le comportement d'un plateau sous chargement normal et tangentiel. Nous poursuivons ici cette étude en nous intéressant plus particulièrement à la déformation d'aspérités en contact sans frottement avec l'outil.

Plusieurs modèles de contact de surfaces rugueuses ont été précédemment proposés (c.f. Oden-Martins, 1985). Les variations de l'aire réelle de contact en fonction notamment du chargement normal ont été étudiées. Bowden et Tabor (1950) ont proposé une explication de la loi de Coulomb-Armonten en faisant intervenir des considérations sur les phénomènes de plasticité en surface.

Archard (1974) supposant que les aspérités ont des formes circulaires avec des rayons différents analyse le rôle de la partie élastique des déformations de contact. Les calculs correspondants ont été basés sur la théorie du contact de Hertz. Greenwood et Willianson (1966) utilisant des hypothèses sur la distribution des hauteurs des aspérités ont souligné les rôles respectifs des déformations élastiques et plastiques dans les phénomènes de contact. Le comportement plastique des aspérités a été largement étudié en utilisant la théorie des lignes de glissement (Bay, Wanheim, Avitzen (1987) ou Bay Wanheim (1976)).

En s'appuyant eux aussi sur la théorie des lignes de glissement Challen et Oxley (1979) ont analysé le rôle des angles des aspérités sur les phénomènes observés.

Les premières études sur les comportements de surface des aspérités prenaient en compte des hypothèses restrictives à la fois sur les géométries et sur les équations constitutives ce qui permettait un traitement numérique simplifié. Les récents développements dans les codes de calculs de modèles élastoplastiques en grandes déformations ont permis l'étude de formes variées d'aspérités en considérant des lois constitutives plus complexes. Makinouchi et al. (1988) et Ike et Makinouchi (1990) ont utilisé de tels modèles numériques pour l'étude de la compression d'aspérités dans un contact sans frottement. Plus récemment, Baillet (1994) étudie le modèle de la vague en utilisant les théorèmes des lignes de glissement et de la borne supérieure. Il étend de plus le modèle proposé à un régime de lubrification mixte en prenant en compte la contribution hydrostatique du fluide emprisonné entre la vague plastique du lopin et l'aspérité de l'outil.

La présente étude repose sur des modèles semblables à ceux proposés par Ike et Makinouchi (1990). La première partie de ce travail concerne l'analyse des déformations de plateaux pour une tôle Lasertex. On considère un problème de contact unilatéral avec frottement entre le plateau et un outil supposé rigide et sans aspérités. Dans la seconde partie nous étudions la compression d'aspérités. Le contact est supposé sans frottement. Les résultats donnent une estimation de la taille réelle de l'aire de contact en fonction des efforts normaux et permettent d'estimer les paramètres des lois de compliance proposées par Oden-Martins (1985). Enfin, la dernière partie de ce travail concerne l'engrènement entre deux aspérités.

2. Analyse locale du contact au niveau d'un plateau

Il s'agit de l'analyse d'un premier scénario possible du comportement du plateau sous l'action conjuguée des efforts normaux de serrage et des efforts tangentiels dus au frottement durant l'avalement. Les mesures expérimentales de rugosités montrent l'étalement des plateaux à la suite de ces sollicitations. Le calcul montre qu'il n'est pas raisonnable de penser que l'ensemble du plateau est affecté par ce phénomène et de considérer qu'il y a ruine du plateau et écoulement de celui-ci sur la vallée. Même pour des pressions localement très élevées (20 fois plus grandes que la pression moyenne) dues à des portées effectives réduites aux plateaux les plus hauts, on calcule des déformations plastiques certes élevées mais sans rapport avec l'observation expérimentale. Pour obtenir une ruine et un écoulement du plateau il a fallu utiliser des efforts normaux énormes (2000 Mpa) ou des cisaillements très importants (correspondant à des coefficients de frottement de l'ordre de 2 ou 4) qu'il n'est pas raisonnable d'envisager. L'étalement observé des plateaux semble provenir de l'écoulement plastique des aspérités de surface du plateau lui-même qui sont laminées entre l'outil et la surface moyenne du plateau.

3 Ecrasement d'aspérités

On s'intéresse ici à la simulation numérique de l'écrasement d'aspérités en considérant les modèles proposés par Ike et Makinouchi (1990). Pour traduire la périodicité du relief on introduit des conditions aux limites en déplacement.

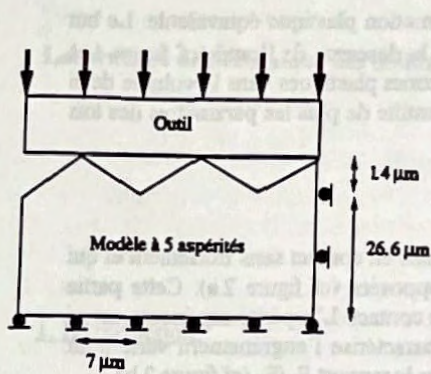


Figure 1.a
Modèle à cinq aspérités:
géométrie

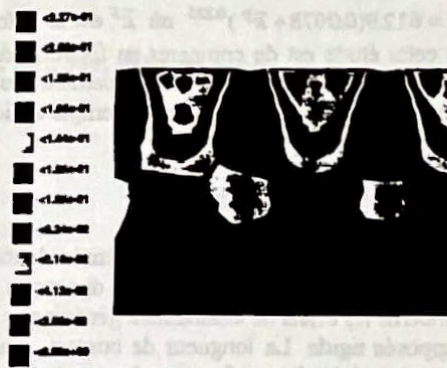


Figure 1.b
Déformation plastique équivalente
après une descente de l'outil de 1.99 micromètres

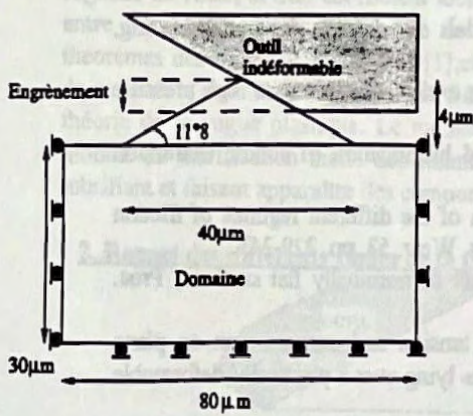


Figure 2.a
Engrenement : géométrie

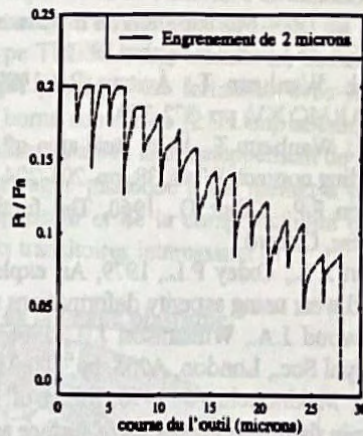


Figure 2.b
 F_T / F_N en fonction de la course de l'outil

Différentes analyses ont été effectuées pour cerner l'influence de ces conditions à la fois sur l'écrasement des aspérités et sur les déformations plastiques engendrées dans la pièce. Dans tous les modèles considérés la hauteur des aspérités est de $1.4\mu\text{m}$ et leur longueur $14\mu\text{m}$. Ceci correspond à un angle d'aspérités de $11^\circ 3'$ (cf figure 1.a). Le matériau considéré est un acier dont la loi d'écroutissage est donnée par $\bar{\sigma} = 612.9(0.0078 + \bar{\epsilon}^P)^{0.235}$ où $\bar{\epsilon}^P$ est la déformation plastique équivalente. Le but de cette étude est de comparer en fonction de la descente de l'outil (cf figure 1.a) l'aire réelle de contact et le développement des zones plastiques dans le volume de la pièce (cf figure 1.b). Sur chaque exemple on identifie de plus les paramètres des lois de compliance.

4. Engrènement d'aspérités

On considère ici deux aspérités identiques en contact sans frottement et qui se déplacent latéralement en deux directions opposées (cf figure 2.a). Cette partie concerne les effets de cisaillement générés par le contact. L'aspérité supérieure est ici supposée rigide. La longueur de contact, qui caractérise l'engrènement varie pour permettre d'étudier en fonction de cette longueur le rapport F_N/F_T (cf figure 2.b).

5. Références

- Archard J.F., 1974, Surface topography and tribology, *Tribology international*, 1, 7, pp 213-220.
- Baillet L., 1994, Modélisation du frottement pour les opérations de matricages, Thèse INSA de Lyon, Décembre 1994.
- Bay N., Wanheim T., Avitzur B., 1987, Models for friction in metal forming, *NARMC XV*, pp. 372-379.
- Bay N., Wanheim T., 1976, Real area of contact and friction stress at high pressure sliding contact, *Wear*, 38, pp. 201-204.
- Bowden F.P., Tabor D., 1950, *The friction and lubrication of solids*, Clarendon Press, Oxford.
- Challen J. L., Oxley P.L., 1979, An explanation of the different regimes of friction and wear using asperity deformations models, *Wear*, 53, pp. 229-243.
- Greenwood J.A., Williamson J.B., 1966, Contact of nominally flat surfaces, *Proc. Royal Soc., London*, A255, pp. 300-319.
- Ike H., Makinouchi A., 1990, Effect of lateral tension and compression on plane strain flattening processes of surface asperities lying over a plastically deformable bulk, *Wear*, 140, pp. 17-38.
- Makinouchi A., Ike H., Murakawa M., Koga N., 1988, A finite element analysis of flattening of surface asperities by perfectly lubricated rigid dies in metal working processes, *Wear*, 128, pp. 109-122.
- Oden J.T., Martins J.A.C., 1985, Models and computational methods for dynamic friction phenomena, *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, 52, pp. 527-634.
- Raous M, Chabrand P., 1991, Stress localization and deformation of surface asperities in metal forming, *Proc. IUTAM Symposium, Finite inelastic deformations theory and applications*, Hannover.

Modélisation de l'influence de la rugosité sur le frottement en matriçage.

BAILLET L. & BOYER J.C.

Laboratoire de Mécanique des Solides, Bât. 304, INSA de Lyon

1. Introduction.

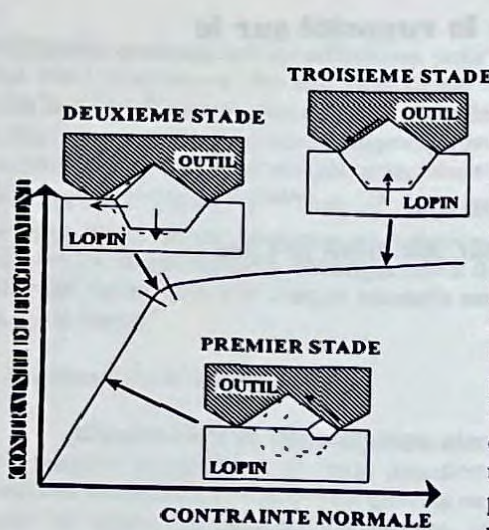
Les modèles de COULOMB et de TRESCA sont insuffisants pour décrire correctement le frottement à l'interface entre le lopin et l'outil durant une opération de forgeage. De nombreuses équipes de recherche ont développé des modèles "microscopiques" dans le but d'obtenir une loi de frottement "macroscopique" qui puisse donner la contrainte de cisaillement en chaque point de l'interface en fonction de la contrainte normale au contact, de la contrainte d'écoulement du lopin, de la rugosité de l'outil et d'un coefficient local de type TRESCA m_0 , existant au contact entre l'outil et le lopin. Le modèle de la vague plastique est formalisé avec les théorèmes des lignes de glissement [1], et de la borne supérieure [2]. L'implantation de ce modèle dans un code d'éléments finis est abordée après le développement de la théorie de la vague plastique. Le modèle de la vague plastique a été étendu à un modèle de lubrification mixte dépendant de l'épaisseur et de la compressibilité du lubrifiant et faisant apparaître des comportements transitoires intéressants [3].

2. Rappel des différents stades de la théorie de la vague plastique.



Figure 1. Modèle de la vague plastique.

La surface de l'outil est modélisée à partir d'aspérités triangulaires formant un angle α avec la direction du glissement relatif. Cet angle qui caractérise la rugosité de l'outil peut être déduit à partir du relevé de l'état de surface de celui-ci en se servant de formulations statistiques. La figure 1 décrit le mouvement stationnaire de la vague plastique du lopin créée par l'aspérité de l'outil ayant un angle α inférieur à $\pi/4$.



Lors du premier stade, l'application de la théorie de la vague plastique pour différentes combinaisons de α et de m_0 fournit une contrainte tangentielle τ qui croit linéairement avec l'augmentation de la contrainte normale comme le suggère le modèle de Coulomb pour de faibles contraintes normales.

Lors du deuxième stade, la hauteur de la vague plastique est égale à celle de l'aspérité de l'outil. La contrainte normale augmentant, la longueur de la vague plastique va augmenter jusqu'à ce que l'aspérité de l'outil soit remplie par celle du lopin. Pendant ce stade, la contrainte tangentielle ne varie plus proportionnellement à la contrainte normale.

A la fin de l'étape précédente, la vague plastique a rempli l'aspérité de l'outil mais le coefficient de TRESCA local m_0 n'agit que sur une arête de l'outil. Pendant le troisième stade, la surface va supporter progressivement une charge normale croissante et va donc aussi contribuer à l'augmentation de la contrainte de frottement puisque le coefficient de frottement local m_0 va intervenir sur cette nouvelle surface de contact. Pendant ce stade, la contrainte tangentielle tend vers une limite lorsque la contrainte normale tend vers l'infini.

2.1. Représentation graphique du modèle de frottement à sec de la vague plastique.

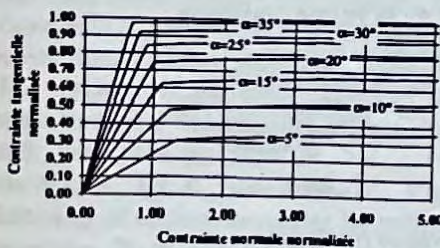
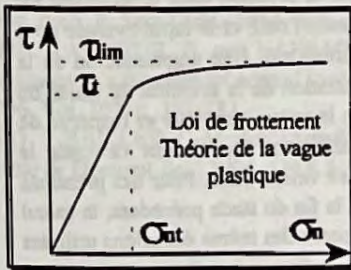


Figure 3. Modèle de la vague plastique pour $m_0=0.2$.

La représentation graphique du modèle de la vague plastique permet de mettre en évidence l'importance de la rugosité. La figure 3 donne la contrainte tangentielle normalisée ($\tau/(\sigma_0/\sqrt{3})$) en fonction de la contrainte normale normalisée (σ_n/σ_0) pour différents angles α caractérisant la rugosité de l'outil et pour un coefficient de TRESCA local m_0 de 0.2.

2.2. Implantation du modèle de la vague plastique dans un code d'éléments finis.



Pour la simulation par éléments finis, les courbes des contraintes normale et tangentielle obtenues par le modèle de la vague plastique ont été approchées par une fonction linéaire pour le premier stade puis par une fonction en arctangente pour le deuxième et le troisième stade.

La transition entre la loi linéaire et la loi asymptotique pour une combinaison de α et de m_0 correspond aux contraintes normale et tangentielle obtenues par la méthode des lignes de glissement, puis à partir de chaque couple de valeurs (α, m_0) , la valeur de τ_{lim} a été interpolée et exprimée à partir d'une fonction quadratique.

La courbe de la contrainte de frottement en fonction de la contrainte normale est donc implantée pour la simulation numérique sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \text{pour } \sigma_n \leq \sigma_{nt} : \tau &= \frac{\tau_t}{\sigma_{nt}} \cdot \sigma_n \\ \text{pour } \sigma_n > \sigma_{nt} : \tau &= \frac{2 \cdot \tau_{lim}}{\pi} \arctg \left(\frac{\sigma_n \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \tau_{nt}}{2 \cdot \tau_{lim}} \right)}{\sigma_{nt}} \right) \end{aligned}$$

3. Modèle de régime de lubrification mixte.

Un modèle de régime de lubrification mixte est proposé pour prendre en compte la contribution hydrostatique du fluide emprisonné entre la vague plastique du lopin et l'aspérité de l'outil. Ce régime de frottement mixte est décomposé en quatre stades.

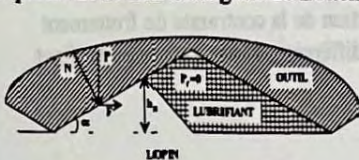


Figure 4. Premier stade.

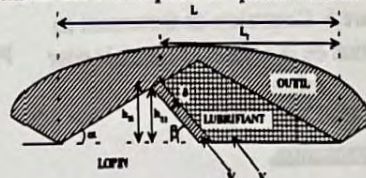


Figure 5. Deuxième stade.

La surface de l'outil est constituée d'aspérités triangulaires de hauteur h et d'angle α avec l'horizontale. Le lopin est enduit initialement d'un film de lubrifiant d'une hauteur moyenne h_f que l'on prendra pour ce modèle inférieure à $h/2$.

Quand l'outil vient en contact avec le lopin et qu'il exerce une pression normale, le mouvement relatif du lopin par rapport aux aspérités de l'outil entraîne la formation de la vague plastique comme étudiée précédemment. La pression du fluide P_f emprisonné dans la cavité entre le lopin et l'outil reste nulle, le calcul de la contrainte de frottement est identique à celui du modèle de la vague plastique. Lors du premier

stade (Figure 4.). Durant le deuxième stade, la pression P_f du fluide comprimé passe d'une valeur nulle à la contrainte de contact normale à l'interface entre le lopin et l'outil σ_n (Figure 5). Au début du troisième stade, la pression dans le lubrifiant est égale à la pression normale agissant à l'interface entre l'outil et le lopin évaluée pour un angle α et pour un coefficient de TRESCA local m_0 . Une augmentation de la pression normale sur l'outil entraînera une augmentation de la pression du fluide du lubrifiant entraînant l'écoulement de celui-ci entre la vague plastique et l'aspérité de l'outil et par conséquent une diminution du coefficient m_0 . Durant ce stade le coefficient m_0 varie de sa valeur initiale jusqu'à une valeur nulle. Pour des pressions normales de l'outil supérieures à celles obtenues à la fin du stade précédent, le calcul du coefficient de frottement global s'effectuera à partir des mêmes équations utilisées lors du second stade mais en prenant pour hypothèses $\beta=\alpha$ et $m_0=0$.

La figure 6 montre l'évolution de la contrainte de frottement en fonction de la contrainte normale pour le modèle de lubrification mixte ainsi que pour le modèle de la vague plastique. Les paramètres définissant la surface de l'outil, le lubrifiant et le lopin utilisés pour la représentation sont les suivants :

Angle des aspérités de l'outil	$\alpha=10^\circ$
Hauteur des aspérités de l'outil	$h=10\mu\text{m}$
Contrainte d'écoulement du lopin	$\sigma_0=200\text{Mpa}$
Hauteur initiale du lubrifiant	$h_f=2.5\mu\text{m}$
Module de compressibilité du fluide	$K=1800+10p \text{ Mpa}$
Coefficient local de TRESCA initial	$m_0=0.2$

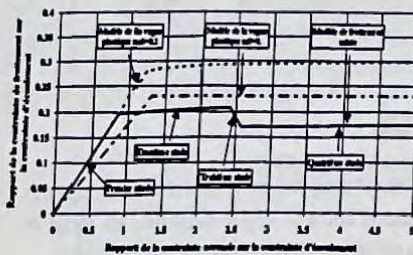


Figure 6. Contrainte de frottement en fonction de la contrainte normale pour trois modèles utilisés.

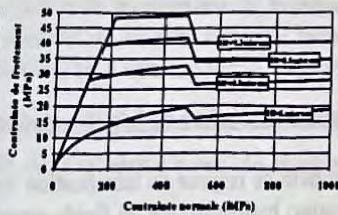


Figure 7. Contrainte normale en fonction de la contrainte de frottement pour différentes hauteurs h_f du lubrifiant.

4. Conclusion.

L'introduction de la contribution hydrostatique d'un fluide piégé entre l'outil et le lopin pendant le premier stade du modèle de la vague plastique conduit à une extension de ce modèle au cas de la lubrification mixte. L'utilisation de la formulation proposée ne peut être envisagée sans un couplage à la distribution globale des contraintes normales à la surface pour la transition vers le frottement en lubrification frontière.

5. Références bibliographiques

- [1] CHALLEN, J.M., McLEAN, L.J. and OXLEY, P.L.B. Plastic deformation of a metal surface in sliding contact with a hard wedge : its relation to friction and wear. Proc. R. Soc. Lond., 1984, Vol. 394, p. 161-181.
- [2] AVITZUR, B. and NAKAMURA, Y. Analytical determination of friction resistance as a function of normal load and geometry of surface irregularities. Wear, 1986, Vol. 107, p. 367-383.
- [3] BAILLET, L. Modélisation du frottement pour les opérations de matriçage. Thèse de Doctorat Sci., 1994, I.N.S.A de Lyon, 197 p.

Session 3:

Instabilités

de Surfaces et d'Interfaces

Session 3:
Instabilités
de Surfaces et d'interfaces

Ondes de contraintes dans un contact glissant 1^{ère} partie: Analyse expérimentale.

T. Zegloul, B. Villechaise

LMS Poitiers, URA CNRS n° 861, IUT d'Angoulême, 4 Avenue de Varsovie,
16021 Angoulême cedex

I. Introduction :

Nous présentons dans ce travail une étude à caractère fondamental sur les phénomènes de frottement et de glissement dans un contact sec à deux corps. Des études antérieures de Progi [1] et de Mouwakkeh [2] ont permis de définir le cadre expérimental dans lequel les phénomènes d'ondes de contraintes appelées aussi "ondes de glissements" se produisent. Il s'agit d'un contact établi entre la base d'une éprouvette parallélépipédique en polyuréthane et une contreface rigide en araldite (figure 1). Les deux corps sont plaqués l'un contre l'autre, et sont ensuite sollicités tangentiellement jusqu'à ce qu'un glissement se produise. Ces glissements sont consécutifs aux passages de perturbations localisées du champ d'isochromes, appelées "ondes de glissements". Les études expérimentales [1] et [2] ont décrit les ondes phénoménologiquement et ont montré que d'un point de vue énergétique, ces glissements pouvaient être interprétés comme liés à la propagation en mode II d'une fissure interfaciale [3].

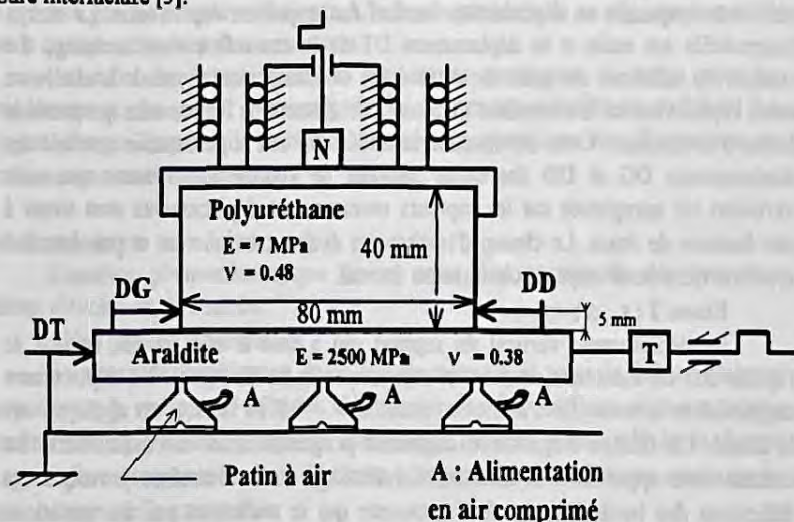


Figure 1 : Dispositif expérimental de mise en charge.
Caractéristiques géométriques et mécaniques des corps en contact.

II Mise en oeuvre expérimentale : [4]

Le système de mise en charge (figure 1) est constitué de deux parties où sont fixés les deux corps en contact. Ces deux parties peuvent se déplacer dans deux directions perpendiculaires assurant ainsi les chargements normaux et tangentiels des deux corps en contact. Le guidage vertical est réalisé à l'aide de deux colonnes à billes. Un déplacement vertical comprime le capteur de force N assurant ainsi le chargement normal de l'éprouvette en Polyuréthane. Le guidage horizontal est réalisé à l'aide d'une glissière à air. Une vis différentielle impose un déplacement DT au chariot portant la contreface en araldite. Ce déplacement est imposé par l'intermédiaire du capteur de force T contrôlant ainsi la force tangentielle. Ce dispositif est inséré dans un montage optique de photoélasticité.

Au cours des essais nous disposons de deux types d'informations. La première est issue de la technique expérimentale de photoélasticité. L'évolution du champ d'isochromes est suivie en permanence. Une caméra CCD permet soit l'acquisition des images en vue d'un traitement informatique, soit un enregistrement continu sur cassette vidéo. La seconde information est fournie par les mesures simultanées des capteurs de forces et de déplacements.

III Analyse d'un essai type :

Nous présentons dans la figure 2 les enregistrements des charges normale N et tangentielle T, des glissements DG et DD des bords latéraux de l'éprouvette. D'un point de vue phénoménologique, nous distinguons plusieurs étapes au cours de cet essai :

Etape 1 : $t_0 \leq t < t_1$

La charge normale évolue de 0N à $N_d = -85N$. Ce chargement normal est réalisé en imposant un déplacement vertical du support de l'éprouvette. La charge tangentielle est nulle et le déplacement DT de la contreface reste inchangé. Le contact est adhérent au cours de cette étape de chargement normal. L'adhérence entre l'éprouvette et la contreface s'oppose à l'étalement de l'éprouvette qui prend la forme d'un tonneau. Cette déformation se traduit par une augmentation sensible des déplacements DG et DD des bords latéraux de l'éprouvette. Notons que cette variation est enregistrée car les capteurs mesurant ces déplacements sont situés à une hauteur de 5mm. Le champ d'isochromes évolue continûment et présente une symétrie dans cette étape de chargement normal.

Etape 2 : $t_1 \leq t < t_2$

Le déplacement vertical du support qui a créé le chargement normal de l'éprouvette est maintenu constant et ceci jusqu'à la fin de l'essai. Un déplacement tangential de la contreface, à vitesse constante $V = 4,8 \cdot 10^{-2}$ mm/s, est appliqué vers la droite. La charge tangentielle augmente progressivement et continûment. Le contact reste apparemment adhérent. Le décalage de la contreface provoque des déflexions des bords latéraux de l'éprouvette qui se traduisent par des variations sensibles des déplacements DD et DG. La variation du champ d'isochromes se fait continûment dans tout le volume de l'éprouvette sous l'effet du cisaillement.

Etape 3 : $t_2 \leq t \leq t_3$

L'évolution de la déformation de l'éprouvette montre un arc-boutement dans l'extrémité gauche du contact et une ouverture sur la partie droite. A l'instant $t = t_2$, une perturbation du champ d'isochromes, sous forme d'onde appelée "onde de glissement", se déclenche sur la partie droite et parcourt complètement le contact. La vitesse de propagation de cette onde est d'environ 8.10^{-2} cm/s. Lorsque l'onde débouche à l'extrémité gauche, on enregistre simultanément un déchargement tangentiel et un glissement global des deux corps. Les variations soudaines des déplacements DG et DD confirment qu'il s'agit d'un glissement global. Notons ici que la propagation de cette onde se fait dans le sens opposé au déplacement tangentiel. Après ce premier glissement le contact se stabilise et redevient adhérent. Le déplacement tangentiel de la contreface augmente la charge tangentielle. Les phénomènes de surcompression et de relaxation des extrémités du contact sont de plus en plus prononcés. Nous enregistrons ensuite trois autres glissements globaux résultant chacun du passage d'une onde qui parcourt totalement le contact. L'intensité des déchargements tangentiels et les variations des déplacements DG et DD sont plus importantes au fur et à mesure que les glissements se produisent. Le diagramme de la charge normale présente le même type de variations que celui de la charge tangentielle.

Etape 2 : $t_3 \leq t \leq t_4$

A l'instant $t = t_4$, on observe sur le champ d'isochromes une onde qui parcourt partiellement le contact sans déboucher à l'extrémité gauche. Cette onde provoque un déchargement bref, de plus faible amplitude que celui enregistré lors d'un glissement global. L'évolution des déplacements DG et DD confirme qu'il s'agit d'un glissement partiel. En effet, la partie droite de l'éprouvette a glissé alors que l'extrémité gauche demeure adhérente. L'ordre de grandeur de ce glissement partiel est de quelques dizaines de micromètres.

La suite de l'essai présente des étapes analogues à celles décrites précédemment. La valeur maximale de la charge tangentielle se stabilise. Le rapport charge Tangentielle / charge Normale enregistré lors des glissements est pratiquement constant : $T/N \approx 1$.

IV. Conclusion :

L'analyse phénoménologique de cet essai type permet de dégager trois phases d'évolution du contact :

- Une phase "adhérente":

Au cours de l'application de la charge normale et pour de faibles charges tangentielles le contact est adhérent. L'ensemble des deux milieux reste un milieu continu où il n'y a aucune dissipation énergétique. En effet, si l'on relâche la charge tangentielle on retrouve les états de contraintes précédents confirmant ainsi que la liaison tangentielle est parfaite.

- Une phase "partiellement glissante et partiellement adhérente" :

L'augmentation de la charge tangentielle provoque des perturbations localisées du champ d'isochromes qualifiées d'"ondes de glissements". Au cours de

cette phase les ondes s'arrêtent dans le contact. C'est une situation transitoire dans laquelle la situation obtenue sous charge normale et qui correspond à une déformation en volume de l'éprouvette, laisse progressivement place à un état cisailé. Ce processus est dissipatif puisque si l'on diminue la charge tangentielle, on repasse par des états de contraintes différents des états précédents le passage des ondes.

- Une phase de "glissement global" :

Les ondes parcourent totalement le contact dans le sens opposé au déplacement tangentiel de la contreface. Lorsqu'elles débouchent, elles provoquent des glissements relatifs des deux corps en contact. Après chaque glissement, la charge tangentielle décroît et le contact se restabilise. L'état de contraintes dans l'éprouvette est différent avant et après chaque glissement global. Ce phénomène est aussi dissipatif.

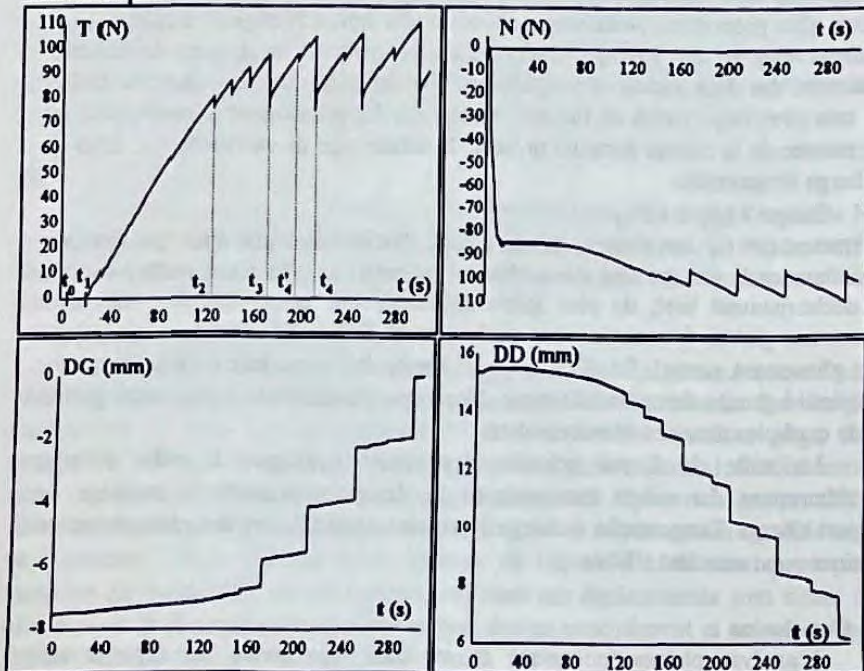


Figure 2 : Enregistrement des mesures globales en fonction du temps.

Références :

- [1] . R. Progre "Contribution à l'étude théorique et expérimentale des conditions aux limites d'un contact sec avec frottement", thèse d'Etat ès-sciences physiques, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1984, 325 p.
- [2]. M. Mouwakeh "Etude quantitative des phénomènes de glissements dans un contact à deux corps par comparaison avec la propagation d'une fissure interfaciale", thèse de Doctorat, INSA de Lyon et Univ. Lyon I, 1989, 206 p.
- [3] T. Zegloul, B. Villechaise "Phénomènes de glissements partiels découlant de l'usage de la loi de Coulomb dans un contact non lubrifié" Matériaux et Techniques, Spéc. Tribol., déc. 1991, p. 10-14.
- [9] T. Zegloul, M.C. Dubourg, B. Villechaise "Incipient sliding analysis between two contacting bodies" XXth Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Lyon, Sept. 7th - 10th 1993.

Ondes de contraintes dans un contact glissant : 2^{ème} partie: Modélisation

S. Barbarin,¹ J.A.C. Martins,² et M. Raous¹

¹Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique
13402 Marseille Cedex 20, France

²Instituto Superior Tecnico
1096 Lisboa Codex, Portugal

I. Construction de la solution quasistatique

Le modèle

Pour traiter le problème de l'onde de contraintes, considérons un problème d'élasticité linéaire avec contact unilatéral et frottement de Coulomb. A cause du terme en vitesse intervenant dans l'expression de la loi de Coulomb le problème quasistatique d'évolution peut et doit être résolu sous forme incrémentale et ainsi correspondre à une succession de résolution de problèmes stationnaires. Cette formulation est présentée dans [Cocu, Pratt, Raous (1994)].

Le problème de l'onde de contraintes peut être traité en contraintes planes, petites déformations et avec un chargement incrémental correspondant à une mise en charge normale (déplacement normal imposé U_N^0) puis à une évolution tangentielle (déplacement tangentiel imposé U_T) du chargement (cf Fig.1).

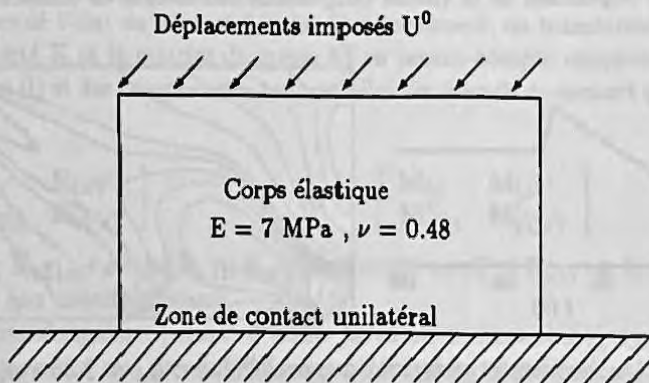


Figure 1: Modélisation numérique de l'onde de contraintes.

Méthode de résolution

De nombreuses méthodes numériques ont été présentées dans [Raous *et al* (1988)]. Le solveur le plus efficace est la méthode de programmation linéaire de LEMKE (méthode directe utilisée uniquement sur les équations de contact/frottement grâce au procédé de condensation).

Les résultats

Les figures ci-dessous donnent les isochromes (pour un pas de chargement $U_T = -1.28\text{mm}$) et les réactions au niveau du contact, avec un coefficient de frottement fixé, $\mu = 1.1$, et les données expérimentales des matériaux et des chargements de Zegloul (1992).

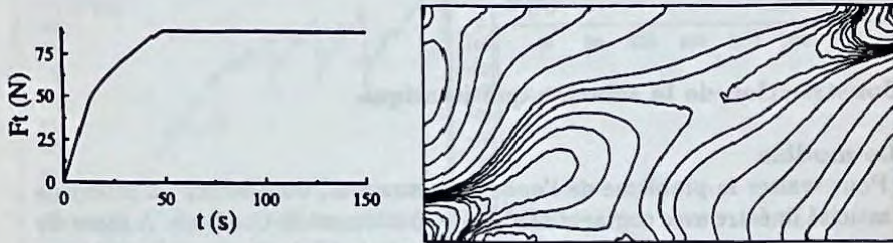


Figure 2: Isochromes et réaction tangentielle pour $\mu = 1.1$

Comme on peut le voir sur l'évolution des isochromes ci-dessus, le phénomène observé est nettement plus faible que dans l'expérience et il n'est pas répétitif.

Pour souligner le phénomène et tenter de rebloquer, nous avons dans un premier temps utilisé un coefficient de frottement à deux niveaux statique (μ_S) - dynamique (μ_D) puis dans un second temps une loi avec un coefficient de frottement dépendant de la vitesse tangentielle aux noeuds de contact.

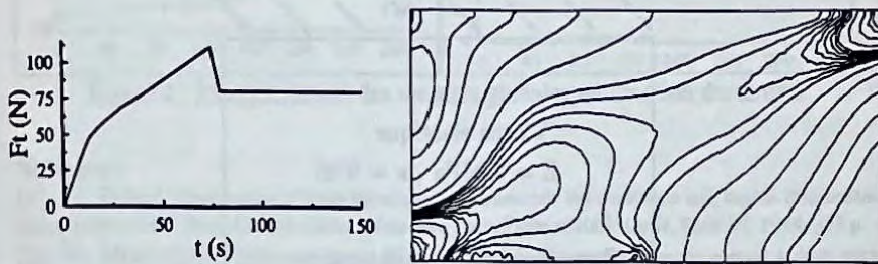


Figure 3: Isochromes et réaction tangentielle avec $\mu_S = 1.35 - \mu_D = 1.05$

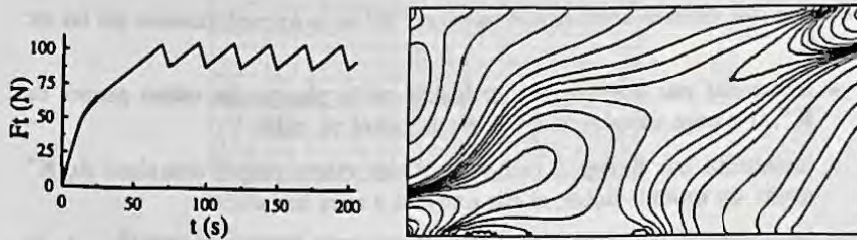


Figure 4: Isochromes et réaction tangentielle avec μ fonction de la vitesse tangentielle aux noeuds ($\mu_{\text{MIN}} = 1.05$, $\mu_{\text{MAX}} = 1.3$).

Ainsi contrairement à une loi de variation à deux niveaux du frottement (Fig.3) une loi d'évolution continue entre deux niveaux μ_{MIN} et μ_{MAX} (Fig.4) conduit à une solution quasistatique à sauts pour l'effort tangentiel. Ce résultat récent souligne l'importance du modèle d'évolution retenu pour le coefficient de frottement. Toutefois, la forme des ondes observées sur les isochromes reste plus discrète que celle des ondes mesurées expérimentalement.

Une autre approche menée en parallèle consiste à rechercher la possibilité d'existence d'états instables lors de l'évolution de la solution quasistatique. Pour cela, nous avons considéré plusieurs critères d'instabilités.

II. Caractérisation de l'apparition de solutions instables.

Les critères

On considère donc ici une nouvelle approche en utilisant différents critères de stabilité qui permettront de caractériser les éventuelles apparitions de sauts (passage d'une solution à une autre en un temps quasiment nul) à chaque incrément de l'évolution du processus quasistatique.

Etant donné l'état du contact à la fin d'un incrément, on transforme la matrice de rigidité K et la matrice de masse M en tenant compte uniquement des noeuds libres (l) et des composantes tangentielles des noeuds de contact glissants (sT) :

$$K^* = \begin{bmatrix} K_{l,l} & K_{l,sT} \\ K_{sT,l}^* & K_{sT,sT}^* \end{bmatrix}, \quad M^* = \begin{bmatrix} M_{l,l} & M_{l,sT} \\ M_{sT,l}^* & M_{sT,sT}^* \end{bmatrix}$$

où $K_{sT,p}^* = K_{sT,p} + \mu \text{sign}(R_{sT,i}) K_{sNi,p}$, avec $p=l$ ou sT et $R_{sT,i}$ est la réaction tangentielle aux noeuds glissants.

Cette transformation permet d'écrire les critères d'instabilité dynamique (soit par divergence soit par flutter) ou énergétique en travaillant sur les matrices K^* et M^* (formes discrètes associées à deux formes bilinéaires).

Les critères décrits dans [Barbarin, Martins, Raous (1994)], basés sur la positivité de ces formes bilinéaires nous amènent finalement à une recherche de valeurs propres. De plus, si la matrice de masse est diagonale (concentration des masses),

on obtient des critères uniquement basés sur K^* et la forme bilinéaire qui lui est associée.

- instabilité par divergence : recherche de la plus petite valeur propre de K^* , il y aura instabilité si elle est négative ou nulle.
- instabilité par flutter : recherche d'une valeur propre complexe de K^* ayant un module faible, si elle existe il y aura instabilité.
- instabilité énergétique : recherche de la plus petite valeur propre de la matrice K^* symétrisée, il y aura instabilité si elle est négative ou nulle.

Les résultats

Plusieurs méthodes numériques ont été testées pour l'instabilité énergétique, la plus convenable consiste à appliquer une ou deux fois la méthode de la puissance itérée pour déterminer la plus petite valeur propre de la matrice K^* symétrisée, ainsi que le vecteur propre associé (ce dernier nous donnant une direction d'évolution possible de la solution).

Pour déterminer les instabilités dynamiques on recherche l'ensemble du spectre de K^* par la méthode de Lanczos associée à la méthode DoubleQR.

Les résultats obtenus pour un coefficient de frottement $\mu = 1.1$ se trouvent résumés dans la figure ci-dessous. Les stades d'apparition des instabilités correspondant aux différents critères sont indiqués sur le tableau retraçant l'évolution du chargement.

Le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre du problème symétrisé est également représenté.

U_T	Bloq	Glis	Déco	Energ.	Diverg.	flutter	Instabilité par :
0.630	16	1	0	1.585	1.595	Non	
0.800	15	1	1	1.435	1.518	Non	
1.000	14	1	2	1.337	1.453	Oui	← Flutter
1.100	13	2	2	-1.724	1.372	Oui	← Energétique
1.150	12	3	2	-4.861	1.269	Oui	
1.250	9	5	3	-8.146	0.938	Oui	
1.280	7	7	3	-9.737	0.800	Oui	
1.320	5	9	3	-10.556	0.690	Oui	
1.500	3	11	3	-11.035	0.584	Oui	
4.500	0	14	3	-13.090	0.219	Oui	← Divergence(jamais)

Figure 5: Résultats de l'évolution quasistatique et valeur des différents critères pour $\mu = 1.1$.

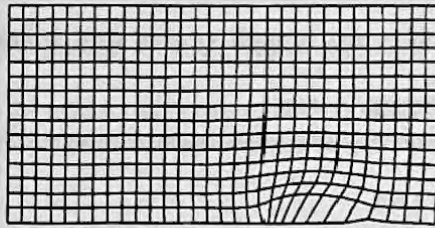


Figure 6: Vecteur propre pour $\mu = 1.1$ et $U_T = -1.25\text{mm}$.

Conclusion

Le critère énergétique prévoit une apparition de l'instabilité plus tôt que dans l'expérience. De plus la direction du saut éventuel a précisément la morphologie des ondes expérimentales.

Avec le critère dynamique par flutter l'instabilité apparaît encore plus tôt. Ceci est sans doute dû au fait que l'on néglige l'amortissement qui joue un rôle non-négligeable pour ce type de critère.

Le critère dynamique par divergence quant à lui ne laisse entrevoir aucune apparition d'instabilité.

Le critère dynamique doit donc être maintenant envisagé avec l'amortissement, mais ceci ne changera que les résultats du critère par flutter et pas ceux du critère par divergence.

Références:

- Barbarin, S., Martins, J.A.C, et Raous, M., 1994, Friction and instabilities : stress waves in a sliding contact, Contact Mechanics International Symposium, Carry-Le-Rouet, 19-23 Sept.
- Chateau, X., et Nguyen, Q.S., 1991, Buckling of elastic structures in unilateral contact with or without friction, *Eur. J. Mech., A/Solids*, 10(1), 71-89
- Hill, R., 1958, A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *Journal of Mechanics Physics Solids*, 6, 236-249
- Martins, J.A.C., Monteiro Marques, M.D.P., et Gastaldi, F., 1994, On an example of non-existence of solution to a quasistatic frictional contact problem, *Eur. J. Mech., A/Solids*, 13(1), 113-133
- Raous, M., Chabrand, P., et Lebon F., 1988, Numerical methods for frictional contact problems and applications, *Journal de Mécanique Théo. Appl.*, special issue, supplement n°1 to vol.7
- Raous, M., et Topin, S., 1989, Ondes de contraintes dans un contact glissant, 9^e Congrès Français de Mécanique, Metz, 5-8 Sept.
- Zeghloul, T., 1992, Etude des phénomènes d'adhérences et de glissements dans un contact entre solides: approche expérimentale et modélisation, *Thesis*, Poitiers, 13 Nov.

Surface effects: relevant length scales and instabilities

GEORGE N. FRANTZISKONIS

Department of Civil Engineering & Engineering Mechanics
University of Arizona
Tucson, Arizona 85721, USA

0. Introduction

An "elementary" example of surface effects is the interaction of a crack with a surface. Simply, under the same loading conditions, the stress intensity when a crack is near a surface is larger than the intensity when the same crack is far from it, i.e. in the bulk. Similar considerations hold for other type of "distinct" heterogeneities, for example voids, imperfections, etc. Another example is the so-called free-edge-effects in laminated composites (cf. text books on composite materials). Even if each ply is regarded as homogeneous, the laminate is heterogeneous resulting in significant stress concentrations near a free-edge (surface). Thus, surface or boundary effects can be loosely defined as the interaction of heterogeneities with surfaces - and interfaces. Although distinct heterogeneities can be examined on a case-by-case basis, from the mechanics and materials science point of view the interactions of the material micro- and meso-structure with surfaces/interfaces is of prime importance. In the next section, we describe the relevant length scales involved in describing material heterogeneity, and subsequently we examine related instabilities.

1. Length Scales

Several constitutive equations have been proposed that involve a fixed length scale, presumably characterizing the most significant part of the microstructure. This length helps in fixing the width of the shear-band during strain-localization processes, and the critical wavelength in surface instability problems. We first concentrate on the statistical interpretation of the length scale involved in gradient theories. Then we emphasize the fact that several scales, structural or apparent, may be activated during tough loading processes like those occurring during strain-localization.

Let us examine, for simplicity, a one-dimensional problem. Within the framework of gradient elasticity theories, the constitutive equation is written as

$$\sigma = C\varepsilon - \ell C \nabla^2 \varepsilon \quad (1)$$

where ℓ is the length scale, σ, ε are the stress, strain, respectively, and C is the modulus. On the other hand, statistically, we may say, in general, that the strain ε is a function of the microstrain ψ , i.e. $\varepsilon = \varepsilon(\psi)$. If θ denotes the expected value of the microstrain, from the Taylor expansion

$$\varepsilon(\psi) = \varepsilon(\theta) + \varepsilon'(\theta)(\psi - \theta) + 1/2 \varepsilon''(\theta)(\psi - \theta)^2 + O[\dots]^3 \quad (2)$$

and by considering the microstrain to be stationary characterized statistically by its auto-covariance function the following interesting result is obtained (details can be found in [1])

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon(\theta) - \alpha \ell^2 [\nabla^2 \varepsilon]_{\psi=\theta} \quad (3)$$

for the expected value of the strain $\langle \varepsilon \rangle$. In (3) ℓ is the correlation length and α is a constant depending on the shape of the autocovariance of the microstrain. For example, for exponential type autocovariance $\alpha = 1/2$. By considering a mean stress, mean strain relation of the type

$$\langle \sigma \rangle = \langle C \varepsilon \rangle \quad (4)$$

an equation strikingly similar to (1) is obtained, up to first order terms - valid for small fluctuations, and this provides a concrete physical interpretation of the length scale involved in gradient theories. The following should be mentioned:

- The autocorrelation length is not equal to the length scale in gradient theories, due to the coefficient α in (3) which depends explicitly on the autocovariance function. Thus the details of the physical autocorrelation, especially for small distances, are of prime importance.
- There are destructive and nondestructive techniques available for identification of the autocovariance function. This now very active research field seems very promising.
- The equivalence between the statistical formulation and the gradient one remains valid as far as the microstrain field is stationary, or with stationary increments. On boundaries, either the displacement or the displacement gradient is specified and this breaks down the stationarity for a distance of a few length scales from such boundaries. For example, for a deterministic boundary condition of the displacement, the variance of the displacement on the boundary is zero, and the variance of the strain is finite and higher near the boundary than in the bulk. Thus, the statistical approach facilitates quantification of surface effects that result from material heterogeneity.
- In the pre-instability regime, the surface effects may be negligible for materials with small (compared to structure/specimen size) autocorrelation length, i.e. metals. For concrete, for example, autocorrelation length is larger than the maximum aggregate size thus surface related phenomena dominate a significant portion of test specimens and structures. However, if interest is on instability onset and on post-instability response, surface effects are important even when the material autocorrelation length is negligible with respect to a structure's size.
- Under increasing external load imposed on a structure, the strain field evolves (up to initiation of cracking or instability onset discussed subsequently). Thus the

initially stationary strain field may become locally stationary and this implies evolution of the relevant length scales. In [1] it is shown that for uniaxial plane strain the effective correlation length decreases continuously with the increase in mobilized friction angle. This is justifiable since structural changes, i.e. microcracking, decrease the extent of spatial correlation in material properties.

- Although an equivalence between the statistical "approach" to heterogeneity and higher order continuum theories is established, certain advantages can be identified in using the former than the latter. First, no extra boundary conditions appear in the statistical formulation, a problem difficult to address within the context of gradient theories. Second, if fluctuations are not small the equivalence mentioned above breaks down, and this makes application of gradient theories questionable for such cases. Finally, the advantages with respect to stability problems are discussed subsequently.

2. Instabilities

As mentioned above, for low macroscopic straining, i.e. before instability onset, the effects of heterogeneity are mostly pronounced near boundaries. Thus analysis of structural problems in this regime boils down to evaluating the statistical moments of quantities of interest, i.e. the strain field, and their spatial variation. Boundary effects are automatically taken into account. Under increasing load, certain types of instabilities may be activated. Within a continuum (non-statistical) theory context, they can be "classified" as "shear" localization and surface/interface instabilities. The role of the length scale appearing in gradient theories is well known. For its role in surface related phenomena we refer to [2] where it is shown that surface effects "penetrate" a distance of 4-5 length scales into the bulk.

Within the statistical approach, the following procedure can be followed. Under increasing external load, peak values of the coefficient of variation of kinematic quantities, i.e. strains, signal, for brittle materials, the onset of crack propagation. Due to reasons explained above, peak values are likely to occur near boundaries. This crack formation can be incorporated in the analysis in two ways: (a) by conditioning the kinematic quantities at the crack formation site, (b) by allowing a crack to form there. Both approaches will account for energy release and reduction in the external load. Although the former has not been examined numerically (to our knowledge) the latter has shown promising results, i.e. [3].

As an example, figure 1a shows a typical load-displacement curve, obtained under uniaxial compression numerical modeling of a brittle material, using certain statistical assumptions [3]. Figure 1b show the evolution of cracks. Crack formation near the free surfaces starts before the peak load is reached. The probability that cracks will initiate near the surfaces is higher than the corresponding values in the bulk. The enhanced strain regions can be identified to extend about 4-5 times the material correlation length. Thus when the ratio of correlation length over specimen size is not negligible, surface related phenomena dominate the entire response of the specimen. However, even if this ratio is small, crack initiation near the surfaces trigger stress concentrations and crack propagation. The interplay of fluctuations,

spatial correlations, relative value of material length with respect to structure (specimen) size, and the nature of the external load decide the response near and after the peak load [1].

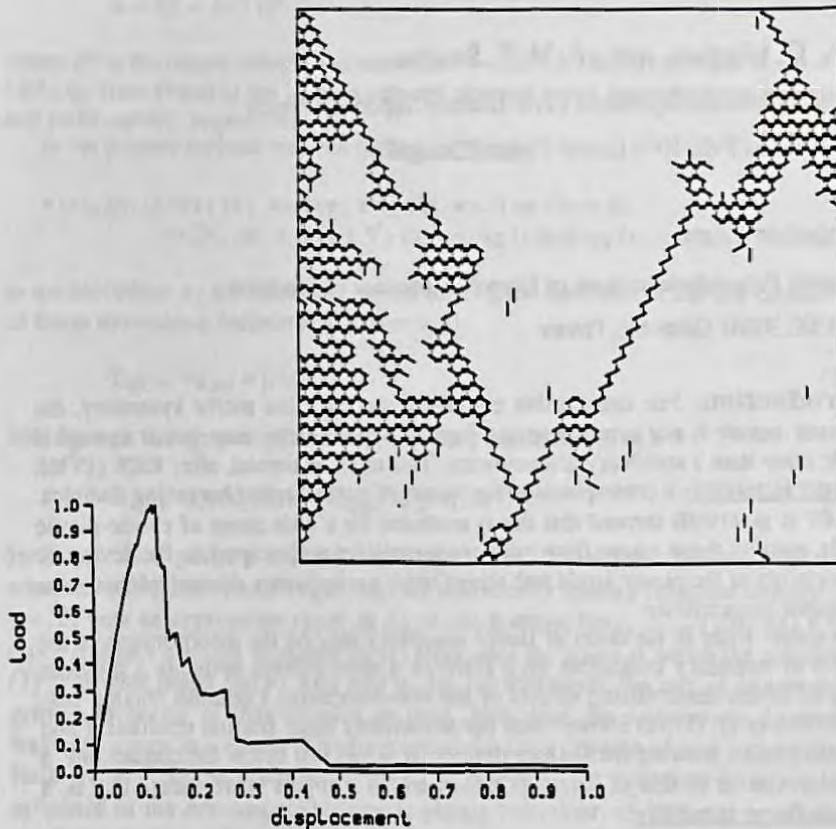


Figure 1: see text

3. References

1. G. Frantziskonis, "Heterogeneity and Implicated Surface Effects - Statistical, Fractal Formulation and Relevant Analytical Solution," *Acta Mechanica*, to appear.
2. G. Frantziskonis & I. Vardoulakis, "On the Micro-structure of Surface Effects and Related Instabilities," *Eur. J. Mech., A Solids*, 11, 21-34, 1992.
3. H. Dai & G. Frantziskonis, "Heterogeneity, Spatial Correlations, Size Effects, and Dissipated Energy in Brittle Materials," *Mech. of Mater.*, 18, no 2, 103-118, 1994.

Surface flutter instabilities in non-associative elastic-plastic solids

J. A. C. Martins and F. M. F. Simões

Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex, Portugal

Benjamin Loret

National Polytechnic Institute of Grenoble, Institute of Mechanics
BP 53X, 38041 Grenoble, France

Introduction. For constitutive equations that lack the major symmetry, the acoustic tensor is not symmetric and loss of hyperbolicity may occur through a mode other than a stationary discontinuity. This mode is termed, after RICE (1976), a flutter instability: it corresponds to the square of a wave speed becoming complex. LORET et al. (1990) showed that this is excluded for a wide range of elastic-plastic solids, namely those whose flow rules are associative with respect to the deviatoric components of the plastic strain rate tensor only, a constitutive feature referred to as deviatoric associativity.

Another route to the onset of flutter instability may be the incorporation of the effects of boundary conditions on a finite or a semi-infinite body. In a previous analysis of the destabilizing effects of the non-associative Coulomb friction law, MARTINS et al. (1992) showed that for sufficiently large friction coefficient and Poisson's ratio, growing oscillations develop at points just below the contact line, a situation similar to that of Rayleigh waves with a complex wave speed, that is, a surface flutter instability.

In this work we show that surface flutter instability may be triggered by the simultaneous influence of non-associativity and boundary conditions even if, taken independently, neither the elastic-plastic constitutive law (satisfying deviatoric associativity) nor the boundary conditions (no applied traction rates) would lead to flutter.

Formulation of the problem. We consider a semi-infinite and homogeneous elastic-plastic body with a rate-traction-free boundary. Let (e_1, e_2, e_3) be a fixed orthonormal reference frame with origin on the boundary of the body: e_1 is tangent to the free surface, e_2 is the outward normal and e_3 is the out-of-plane direction. We denote by $x = (x_1, x_2, x_3)$ the position vector of the particles of the body. The material is isotropic in its elastic properties and we restrict the analysis to orthotropic elastic-plastic solids having e_3 as an axis of orthotropy. The rate form of the constitutive equation is $\dot{\sigma} = E : \nabla v$, where $\dot{\sigma}$ and v denote the stress and

displacement rates, respectively. Assuming that plastic loading holds pointwise, the tensor of elastic-plastic moduli E has the form

$$E = E^e + H^{-1} EP \quad (1)$$

where E^e is the elastic constitutive tensor, $EP = - (E^e : P) \otimes (Q : E^e)$ and $H = h + P : E^e : Q$. Here P and Q are the unit outward normals to the smooth plastic potential and yield surface, respectively.

In the present analysis we seek surface solutions

$$\begin{aligned} v(x_1, x_2, t) &= v_1(x_1, x_2, t) e_1 + v_2(x_1, x_2, t) e_2 \quad (v_3 = 0) \\ &= [V_1(n_1 x_2) e_1 + V_2(n_1 x_2) e_2] \exp(i n_1 (x_1 - ct)) \end{aligned} \quad (2)$$

in the half-plane $x_2 \leq 0$ such that, for all times t , the rate form of the two equations of linear momentum balance ($i, j, k, m = 1, 2$)

$$E_{ijkl} v_{k,mi} = \rho \ddot{v}_j \quad (3)$$

hold for $x_2 < 0$, together with the two boundary conditions at $x_2 = 0$

$$E_{2jk1} v_{k,1}(x_1, 0, t) + E_{2jk2} v_{k,2}(x_1, 0, t) = 0. \quad (4)$$

In (2), n_1 is a positive real number representing the angular frequency of the solutions along the e_1 axis; $V_k(n_1 x_2)$ are sufficiently smooth functions defined on $]-\infty, 0]$ with an appropriate decay as $x_2 \rightarrow -\infty$, namely, $\lim_{x_2 \rightarrow -\infty} V_k(n_1 x_2) = 0$; c is a complex number such that $\text{Re}(c)$ represents the speed at which the solutions (2) propagate along the e_1 axis and $n_1 \text{Im}(c)$ represents the rate of exponential growth or decay of that solution in time. Note that the well-known (surface) Rayleigh waves in an elastic half-space are of the form (2) with c^2 real and positive. Here we shall be particularly interested in detecting the situations in which, by influence of the non-associative elastic-plastic behaviour, c^2 becomes a complex number.

Inserting (2) in (3), we obtain the system of ordinary differential equations

$$A V'' + B V' + (C - X^2 I) V = 0, \quad (5)$$

where A, B and C are 2×2 matrices defined componentwise by $A_{jk} = -E_{2jk2}$, $B_{jk} = -i(E_{1jk2} + E_{2jk1})$, $C_{jk} = E_{1jk1}$, I is the 2×2 identity matrix and V is the vector function with components $V_k(n_1 x_2)$. A superposed prime implies a derivative with respect to $n_1 x_2$ and $X^2 = (c/c_S)^2$, where c_S is the speed of propagation of the elastic shear waves. Note that (5) is the dynamic counterpart of equation (IV.2.13) in BENALLAL et al. (1993). Inserting also (2) in (4), the boundary conditions become

$$i E_{2jk1} V_k(0) + E_{2jk2} V'_k(0) = 0. \quad (6)$$

In all cases relevant for the present study (LORET et al., 1994), the non-trivial solutions to the system (5) can be shown to have the form:

$$\mathbf{V}(n_1 x_2) = U^{(1)} \exp(i N^{(1)} n_1 x_2) + U^{(2)} \exp(i N^{(2)} n_1 x_2), \quad (7)$$

where, for each α ($\alpha = 1$ or 2), X^2 , $U^{(\alpha)}$ and $N^{(\alpha)} = n_2^{(\alpha)}/n_1$ satisfy an appropriate algebraic eigenproblem, together with the decay condition along x_2

$$\text{Im}(N^{(\alpha)}) < 0. \quad (8)$$

Inserting (7) in the boundary conditions (6) leads to an additional algebraic eigenproblem to be satisfied.

Variational formulation. The eigenproblem (5, 6) can be written in the form (LORET et al., 1994): find $X \in \mathbb{C}$ and $\mathbf{V} \in \mathbf{V} = (H_1(I))^2$, $\mathbf{V} \neq 0$, such that

$$a(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = X^2 (\mathbf{V}, \mathbf{W}) \text{ for all } \mathbf{W} \in \mathbf{V}. \quad (9)$$

Here I denotes the interval $]-\infty, 0[$ and, letting $D_m = i I_{1m} + I_{2m}$ ($m = 1, 2$), we denote

$$(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \overline{(\mathbf{W}, \mathbf{V})} = \int_{-\infty}^0 \bar{W}_k V_k dx_2, \quad a(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \int_{-\infty}^0 \overline{D_i W_j} E_{ijkm} D_m V_k dx_2$$

Associative plastic flow rule. In this case the tensor of elastic-plastic moduli enjoys the major symmetry $E_{ijkm} = E_{kmij}$ and the sesquilinear form $a(\cdot, \cdot)$ is symmetric, i.e., $a(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \overline{a(\mathbf{W}, \mathbf{V})} \quad \forall \mathbf{V}, \mathbf{W} \in \mathbf{V}$. Consequently, for associative plastic flow rules, the scalars X^2 that solve (9) are necessarily real (hence no surface flutter instability may occur).

Elastic-plastic solid with deviatoric associativity and with axes of orthotropy parallel or orthogonal to the boundary ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ and \mathbf{e}_3 are parallel to the axes of orthotropy). The first assumption means that the deviatoric parts of the unit normals to the plastic potential \mathbf{P} and the yield surface \mathbf{Q} are the same, i.e. (LORET et al., 1990)

$$\mathbf{P} = \cos \chi \hat{\mathbf{S}} + \sin \chi \mathbf{I} / \sqrt{3}, \quad \mathbf{Q} = \cos \psi \hat{\mathbf{S}} + \sin \psi \mathbf{I} / \sqrt{3} \quad (10)$$

where $\hat{\mathbf{S}}$ is a unit deviatoric tensor which may embody any kind of anisotropy. Then the second assumption is equivalent to $\hat{\mathbf{S}}$ being principal in these axes.

In this case it is possible to show that the squares of the speed of propagation-like scalar X satisfy a cubic equation, the coefficients of which depend only on the constitutive moduli E_{ijkm} . Then the onset of flutter instability occurs when the discriminant of that cubic equation is null (which implies that $X^2 = \text{Re}(X^2)$ is a

double root) and (because of (8)) an additional inequality condition is satisfied. In these circumstances, the associated wave-speed c is, like the Rayleigh wave-speed for elastic solids, smaller than the elastic shear wave speed c_S . Indeed, loosely speaking, the surface flutter phenomenon is due to the instability of the propagation well inside the plastic range of the elastic Rayleigh wave. Although possible, the surface flutter instability occurs in this case only for unusual values of material parameters (LORET et al., 1994).

Elastic-plastic solid with one axis of orthotropy parallel to the boundary (\mathbf{e}_3 is parallel to an axis of orthotropy). In order to study the eigenproblem (9) in the neighbourhood of the (known) elastic case we compute the first variation of equation (9) at $H^{-1} = 0$, holding all constitutive parameters fixed except H^{-1} . In this manner, we obtain the result

$$\operatorname{Im} \left(\frac{d(X^2)}{d(H^{-1})} \right)_{H^{-1}=0} = \frac{a^{ap}(V_R, V_R)}{(V_R, V_R)}, \quad (11)$$

where the symmetric sesquilinear form $a^{ap}(\dots)$ is given by

$$a^{ap}(V, W) = \int_{-\infty}^0 \overline{D_i W_j} \frac{1}{i} E_{ijkm}^{ap} D_m V_k dx_2, \quad V, W \in V,$$

and E_{ijkm}^{ap} is the anti-symmetric part of E_{ijkm}^p (1), with respect to the pairs of indices ij and km ; V_R is the known elastic Rayleigh wave-eigenmode. Furthermore, the quantity (11) is different from zero if and only if the plastic flow rule is non-associative and the normal to the boundary of the half-space (\mathbf{e}_2) is not a principal direction of orthotropy. This means that, whenever the normal to the rate-traction-free boundary does not coincide with one of the orthotropy directions of the constitutive tensor, the onset of surface flutter instability coincides with the incipience of plasticity ($H^{-1} = 0$) for any non-associative flow rule: the Rayleigh wave becomes unstable as soon as the plastic range is entered (LORET et al., 1994).

References

- Benallal, A., Billardon, R. and Geymonat, G. (1993). In *Bifurcation and Stability of Dissipative Systems*, C.I.S.M Courses and Lectures N° 327 (edited by Q.S. Nguyen), Springer-Verlag, Wien-New York.
- Loret, B., Prévost, J.H. and Harireche, O. (1990). *Eur. J. Mech. A/Solids*, 9, 225.
- Loret, B., Martins, J.A.C. and Simões, F.M.F. (1994). To appear in *Int. J. Solids and Structures*.
- Martins, J.A.C., Faria, L.O. and Guimarães, J. (1992). To appear in *ASME J. Vibration and Acoustics*.
- Rice, J.R. (1976). In *Theoretical and Applied Mechanics*, 14th IUTAM Congress, Delft (edited by W.T. Koiter), North-Holland, Amsterdam.

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy parallel to the boundary (6) is parallel to an axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy parallel to the boundary (6) is parallel to an axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i^2} \right) \quad (7)$$

with the symmetric displacement field u_i in the sense

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

and E_{ij} is the two-symmetric part of ϵ_{ij} (11) and ϵ_{ij} is the part of which

if this is the case, the strain tensor ϵ_{ij} is the same as the strain tensor

defined in this region. In order to satisfy the equilibrium (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

elastic-plastic solid with one axis of orthotropy. In order to satisfy the equilibrium (6) in the neighborhood of the boundary (6) we assume that the strain in region (6) is H^{-1} in the sense we mean the word

Session 4: Posters

G. LOVATO & G. CAILLETAUD
CEREM/DEM/SGM, Grenoble & Centre des Matériaux, EMP, Evry

"Rhéologie des joints brasés"

T. BENZINEB, B. BENLAZREG & J.L. BILLOET
LM2S, ENSAM, Paris

"Introduction de l'effet de paroi dans l'analyse des contraintes de bord libre pour les plaques stratifiées"

A. LEGER
EDF-DER, département MMM, Clamart

"Interface élastique-plastique en flambage plastique"

A. BURR & F. HILD
LMT, Cachan

"Mécanismes de dégradation et lois de comportement des composites à matrice métalliques"

J.F. GANGHOFFER & J. SCHULTZ
CRPCSS, Mulhouse

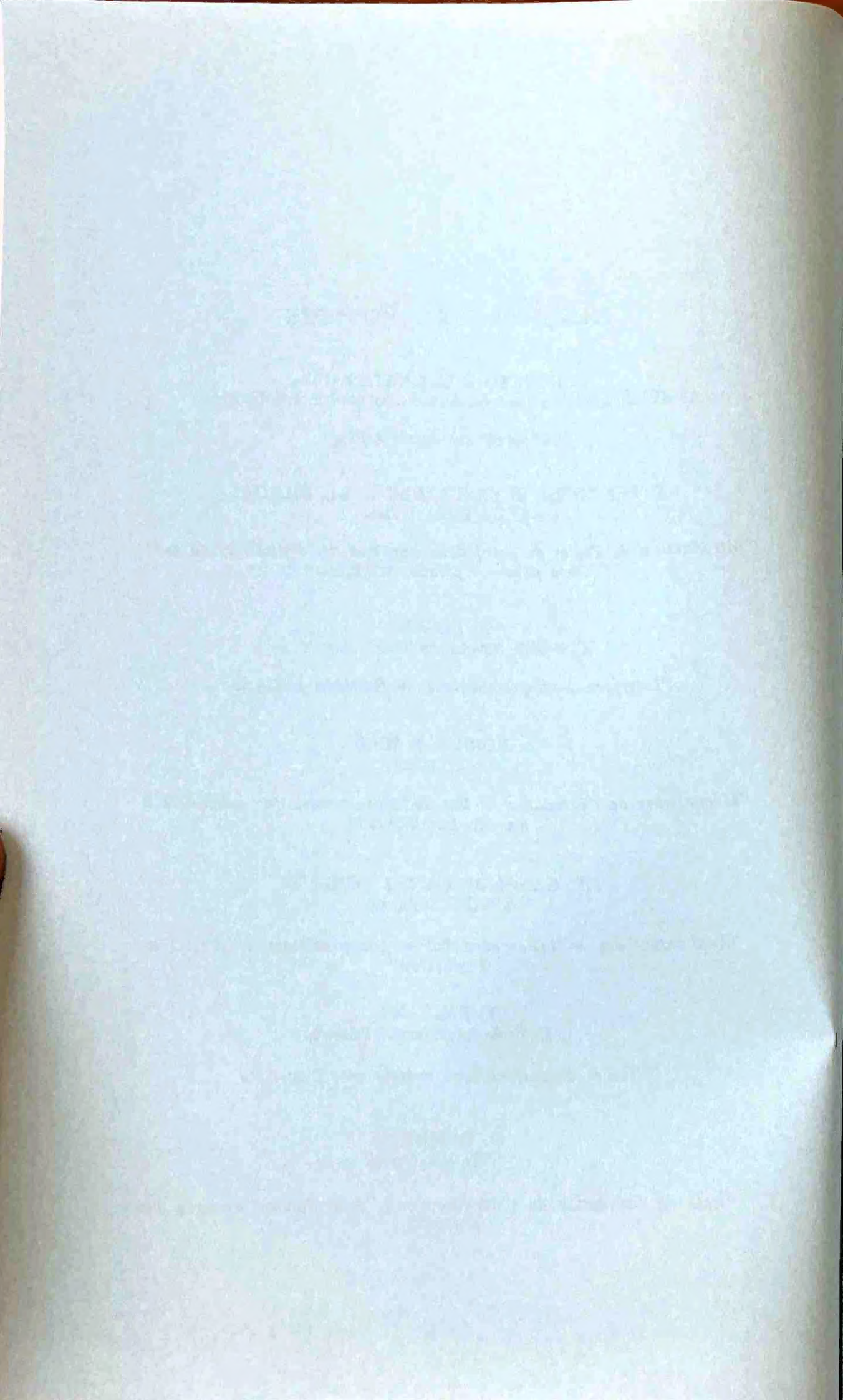
"Application des méthodes perturbatives aux problèmes de contact et d'adhésion"

P. BALLARD
LMS, Ecole Polytechnique, Palaiseau

"Ondes de surface sous contact avec frottement"

B. DAMBRINE
SNECMA, Corbeil

"Rôle de l'oxydation de l'interface sur le comportement cyclique d'un SiC/SiC"



Session 5:

Endommagement de Surfaces

SUR LA MODÉLISATION DES PHÉNOMÈNES DE FATIGUE DE CONTACT

K. Dang Van

M.H. Maitournam

Laboratoire de Mécanique des Solides, CNRS URA 317, Ecole Polytechnique,
91128 Palaiseau, cedex, France

RÉSUMÉ

Parmi les dégradations de service des pièces celles dues aux phénomènes de contact sont certainement parmi les plus fréquentes et les plus difficiles à étudier. On peut en observer une très grande variété allant des fissures macroscopiques comme celles observées sur les rails (tache ovale, écaillage, squats, etc) jusqu'aux défauts microscopiques (frosting, micropitting, etc) qui peuvent exister dans les engrenages. Si certains de ces défauts ne présentent pas de grands dangers pour la structure, d'autres au contraire peuvent entraîner des catastrophes s'ils ne sont pas détectés à temps.

Malgré les nombreuses études qui leur sont consacrées, les conditions nécessaires à l'apparition de tels défauts sont encore mal modélisées, principalement à cause de deux difficultés qu'il faut surmonter.

i) La première réside dans l'évaluation des grandeurs mécaniques (cycles de contrainte, de déformation, de température et leurs évolutions) dans les zones au voisinage du contact; ces grandeurs étant responsables des différents endommagements. Malgré les moyens de calcul existant actuellement, ce problème est encore largement ouvert : outre le fait que le coefficient de frottement local est mal connu -, il est souvent difficile de le déterminer si le contact (répété et mobile) relève du régime de glissement partiel. De même si on

dispose d'un certain nombre de résultats (notamment analytiques) dans le cas élastique, les méthodes disponibles pour évaluer "à moindre coût" les grandeurs mécaniques sous les contacts répétés en régime élastoplastique sont encore plus rares.

ii) La deuxième difficulté provient de l'absence de méthode pour étudier les phénomènes d'endommagement sous sollicitations multiaxiales comme c'est justement le cas des états de contrainte induits par les contacts entre solides. Pour ce type de chargement aucune des directions principales du tenseur de contrainte ne reste fixe par rapport à la matière. C'est pourquoi les chercheurs ont proposé des formulations complexes aussi bien en initiation qu'en propagation spécialement adaptées à tel ou tel phénomène de contact. Ces critères cependant ne peuvent pas être identifiés par des essais autres que ceux pour lesquels ils ont été formulés. Ceci constitue à notre avis une limitation très importante à leur utilisation. Sortis de leur contexte (par exemple en changeant simplement la géométrie), il est probable que ces critères ne permettraient plus de prévoir la fissuration. Remarquons de plus que les deux difficultés sont très imbriquées puisque, dans ces types de problèmes où l'évaluation des cycles thermomécaniques est souvent à faire, il est illusoire de proposer des critères dépendant de paramètres qu'on ne sait pas bien calculer.

La démarche que nous développons vise principalement à surmonter ces difficultés dans un certain nombre de cas spécifiques. Pour les problèmes de roulement, nous avons pu développer une méthode de calcul des cycles contraintes et de déformation plastique, rapide, fiable et systématique, valable aussi bien pour des problèmes plans que tridimensionnels. Elle permet d'évaluer les contraintes résiduelles engendrées par les contacts répétés et de connaître numériquement la nature de l'état asymptotique (adaptation, accommodation ou rochet).

Toutes ces grandeurs sont indispensables comme données d'entrée pour n'importe quel

critère d'initiation ou de propagation dans les problèmes de roulement. Nous utilisons ensuite un critère de fatigue multiaxial proposé il y a une vingtaine d'années par Dang Van et amélioré par la suite par différents chercheurs. Par rapport aux approches existantes, ce critère peut être identifié par des essais simple à réaliser, d'une autre nature que les essais de roulement.

En combinant ces approches, on peut établir des cartes permettant de prévoir des types d'endommagements en fonction des régimes de fonctionnement.

BIBLIOGRAPHIE

1. K. Dang Van and M.H. Maitournam, Steady-state flow in classical elastoplasticity: Application to repeated rolling and sliding Contact, *J. Mech. Phy. Solids*, 41 (11) (1993) 1691-1710.
2. K. Dang Van and M.H. Maitournam, Elastoplastic Calculations of the Mechanical State in Alternative Moving Contacts: Application to Fretting Fatigue, *FRETTING FATIGUE*,ESIS 18 (Edited by R.B. Waterhouse and T.C. Lindley), Mechanical Engineering Publications, London, (1994) pp. 161-168.
3. P. Dang Van and M.H. Maitournam, Thermomechanical state near rolling contact area, *Dissipative Processes in tribology*, Edited by D. Dowson et al., Elsevier Science B.V. (1994) pp. 423-428.
4. M.H. Maitournam, Formulation et Resolution Numérique des Problèmes Thermoviscoplastiques en Régime Permanent, Thèse ENPC (1989), Paris.
5. K. Dang Van, Macro-micro approach in high cycle multiaxial fatigue , *A.S.T.M., S.T.P. 1191* (1993) 120-130.
6. K. Dang Van, On structural integrity assessment for multiaxial loading paths, in C.J.

- Beevers and A.F. Blom (eds.), Proceeding of *Theoretical and concepts and numerical analysis of fatigue* conference, May 1992 Birmingham, ESIS Pub.
7. P. Ballard, K. Dang Van, A. Deperrois and Y. Papadopoulos, High cycle fatigue and finite element analysis, *Euromech 297* (1992), Lozari (Corsica France).
 8. V. Bhargava, G.T. Hahn and C. Rubin, An elastic-plastic finite element model of rolling contact, part 1: analysis of single contacts, *ASME J. Applied Mechanics*, 52 (1985a) 67-74.
 9. V. Bhargava, G.T. Hahn and C. Rubin, An elastic-plastic finite element model of rolling contact, part 1: analysis of repeated contacts, *ASME J. Applied Mechanics*, 52 (1985b) 75-82.
 10. A.F. Bower, Cyclic hardening properties of hard-drawn copper and rail steel, *J. Mech. Phy. Solids*, 37(4) (1989) 455-470.
 11. A.F. Bower and K.L. Johnson, The influence of strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact, *J. Mech. Phy. Solids*, 37(4) (1989) 471-493.
 12. K. Dang Van, C. Bathias and P. Bernard, Sur une nouvelle approche du phénomène de fretting, *Arch. Mech. Stos.* 40 (1988) 543-555.
 13. A.D. Hearle and K.L. Johnson, Cumulative plastic flow in rolling and sliding line contact, *ASME J. Applied Mechanics*, 54 (1987) 1-5.
 14. K.L. Johnson, *Contact Mechanics* (1985), Cambridge University Press, Cambridge.
 15. K.L. Johnson, Plastic flow, residual stress and shakedown in rolling contact, G.M.L. Gladwell, H. Ghonem and J. Kalousek (eds.) in Proc. 2nd Int. Symp. on *Contact mechanics and wear of rail/wheel systems* 83-97, University of Waterloo Press, Canada.
 16. K.L. Johnson, The application of shakedown principles in rolling and sliding contact, *Eur. J. Mech., A/Solids* 11 (1992) Special Issue 155-172.

Tribologie et dégradations de surface

Yves Berthier
Laboratoire de Mécanique des Contacts
Bât. 113, INSA
F69621 VILLEURBANNE Cedex

1) Introduction

Les quelques pages de ce texte ne peuvent suffire à brosser un tableau des multiples études des dégradations rencontrées en tribologie, aussi l'accent sera mis sur les divergences voire les confusions qu'elles comportent. L'objectif étant de fournir des moyens de "relecture" de ces études afin de les rendre *plus* exploitables. De plus comme les dégradations obtenues en présence de troisièmes corps fluides sont assez bien décrites et modélisées [1] l'accent sera mis sur les dégradations obtenues en présence de troisièmes corps solides qui demeurent les moins bien appréhendées. Pour reprendre le langage consacré, le terme d'usure prévaudra parfois à celui plus général de dégradation.

Les difficultés pour aborder la physique et la modélisation des dégradations proviennent :

- des industriels qui veulent obtenir des lois d'usure avec la même logique que la mesure des propriétés de volume, qui sont des propriétés intrinsèques des matériaux. Par ailleurs la position relative fournisseur / client, modifie radicalement la perception économique de l'usure,

- des scientifiques dont les interprétations sont trop souvent inhérentes aux outils d'analyses dont ils disposent, aux échelles d'études retenues et à leur... formation initiale!

Nous comprenons ainsi pourquoi, depuis 1957, les 110 lois d'usure, les 6000 publications sur le sujet [2] n'ont pas, à défaut de résoudre les problèmes, permis d'établir *un* atlas de l'usure en fonction des matériaux ! Il est clair qu'en 1995 extrapoler un taux d'usure d'une configuration de contact à une autre demeure une utopie. Si chaque interprétation prise indépendamment est vraie, elle ne l'est qu'à un instant donné de la vie d'un contact. Vie au cours de laquelle différentes actions mécaniques (forces, vitesses ...) et physico-chimiques (énergie de surface ...) sont activées, interagissent, et, ou, se relayent à la fois dans le contact et dans son voisinage. Par conséquent il est nécessaire de disposer d'outils, de concepts pour structurer les travaux existants afin de faire appel aux bonnes interprétations à chaque instant de la vie du contact.

La totalité du texte ne sera distribuée que lors des journées. L'auteur vous prie de bien vouloir l'excuser pour cette gêne.

Surface, interfaces et endommagement de fatigue.

V. Doquet

Laboratoire de Mécanique des Solides (U.R.A. C.N.R.S.317) Ecole Polytechnique,
91128 Palaiseau cedex.

I. Le rôle particulier de la surface libre en fatigue

Si l'on exclut la fatigue de contact et le cas des pièces contenant d'importants défauts subsuperficiels (grosses inclusions ou porosités), l'endommagement de fatigue apparaît, de façon très générale, à la surface des structures et demeure superficiel pendant une fraction de leur durée de vie qui dépend à la fois de l'amplitude et de la nature (traction ou cisaillement) du chargement.

Plusieurs facteurs expliquent le rôle particulier de la surface libre en fatigue.

D'une part, la surface étant en état de contraintes planes, les grains superficiels sont libres de se déformer selon la direction normale à la surface, et qu'il s'agisse des déplacements "homogènes" à l'échelle du grain conduisant à un relief "en peau d'orange" ou de la formation d'un relief localisé au débouché des bandes de glissement intense, les effets d'entaille qui en résultent sont propices à l'amorçage de fissures.

D'autre part, la surface est en contact avec un environnement qui peut contribuer au processus d'endommagement en synergie avec les sollicitations mécaniques (1), puisque d'une part, celles-ci affaiblissent le caractère "inoxydable" de certains aciers en rompant le film de passivation qui les protège et d'autre part, les bandes de glissement qui débouchent à la surface constituent des canaux de diffusion privilégiés pour diverses molécules gazeuses dont l'adsorption peut abaisser l'énergie spécifique de surface ainsi que la réversibilité du glissement. On constate que la durée de l'amorçage est, dans certains matériaux, jusqu'à 30 fois plus grande sous vide que sous air.

Enfin, la microstructure superficielle diffère de celle que l'on observe en volume. La nature et l'origine de cette différence (forces-image, rôle de puits ou de source de la surface, multiplicité ou unicité du glissement...) sont encore âprement débattues. Lorsque la déformation est accommodée par maillage mécanique, la fraction volumique de macles formées est plus élevée près des surfaces libres qu'à coeur (2).

Levaillant (3) a étudié l'aspect cinétique de l'endommagement de la surface et montré que dans un matériau monophasé, la densité surfacique de microfissures évolue linéairement en fonction du nombre de cycles appliqués, le taux de nucléation par cycle étant de plus fonction croissante de l'amplitude du chargement. Aussi, en fatigue oligocyclique, le réseau de microfissures devient si dense que les phénomènes de coalescence contribuent notablement au développement d'un endommagement macroscopique. Pour les prendre en compte, plusieurs équipes (1,4) ont développé des simulations numériques stochastiques qui, de plus, rendent compte des effets d'échelle ainsi que de la dispersion des durées de vie inhérente à la fatigue.

II L'amorçage des fissures de fatigue: un problème d'interfaces.

Qu'il apparaisse aux joints des grains, à partir d'inclusions ou le long de bandes de déformation localisée, l'endommagement de fatigue est lié à des interfaces préexistantes ou apparues lors des sollicitations, par partition en zones de microstructures assez différentes pour justifier la modélisation du monocristal comme un matériau composite.

II.a) L'amorçage transgranulaire

Il résulte de la localisation du glissement dans des bandes qui sont le siège de déformations environ cent fois plus intenses que dans le reste du cristal et a débouché desquelles l'irréversibilité partielle du glissement conduit graduellement à la formation d'un relief aigu d'extrusions et d'intrusions de matière.

On s'est longtemps attaché à analyser et simuler par des modèles du type "random slip process" (5) l'évolution du relief à travers ces bandes, assimilant l'amorçage d'une fissure à l'apparition d'une intrusion d'une profondeur donnée.

Toutefois, ces dernières années, cette idée a été controversée (6). Il est apparu qu'à la température ambiante, les fissures s'amorcent préférentiellement aux interfaces P.S.B.-matrice et l'attention s'est déplacée vers le phénomène de "protrusion" d'ensemble de la P.S.B. qui serait lié à la production intensive de lacunes par annihilation de dislocations (7) ou à un excès de dipôles lacunaires (8).

Selon la modélisation micromécanique développée par Mura et coll (9), l'accumulation de dipôles lacunaires dans la P.S.B. conduit à la fissuration lorsque la somme des énergies élastiques restituée et emmagasinée par la présence des dislocations compense l'énergie de création de surface γ_s . Le rôle particulier de la surface est intégré dans ce modèle d'une part à travers la modification du champ de contrainte des dislocations à son voisinage, d'autre part, par le caractère variable de γ_s et du taux de réversibilité du glissement en fonction de l'environnement.

L'endommagement transgranulaire est anisotrope, apparaissant sur des facettes qui supportent une forte amplitude de cisaillement (10), sauf effets d'environnement particuliers (1). C'est pourquoi un terme de cisaillement intervient nécessairement dans les critères d'amorçage (11,12). Toutefois, la propagation cristallographique qui caractérise la seconde partie du stade I s'effectuant en mode mixte I+II (sauf en torsion où il s'agit d'un mode de cisaillement pur) est favorisée par une contrainte normale positive (13). Aussi, les critères "d'amorçage" qui englobent en fait la totalité du stade I comportent également la contrainte d'ouverture calculée sur les facettes les plus cisailées. Ils prévoient donc une propagation cristallographique plus lente en torsion qu'en traction expliquant partiellement les différences de durées de

vie constatées (10), à amplitudes de déformation équivalentes. Aussi important, peut-être, est le fait que la torsion, à cause d'un cisaillement parallèle à la surface, n'est pas propice à un mode d'amorçage lié à la formation de relief à la surface. L'anisotropie de l'endommagement transgranulaire se traduit par des effets d'histoire dans le cumul de dommage sous chargement séquentiel multiaxial (13).

IIb) L'amorçage intergranulaire

Deux mécanismes concourent à l'endommagement des joints de grains.

La cavitation des zones où les bandes de déformation localisée butent sur le joint s'observe pour des amplitudes faibles ou moyennes (14). Elle est favorisée par un fort angle d'incidence des bandes sur le joint et par l'activité, dans l'un au moins des grains mitoyens, d'un système de glissement au vecteur de Burgers ayant une forte composante selon la surface (14). Ce dernier point implique une tendance accrue à l'amorçage intergranulaire en torsion effectivement constatée dans un acier inoxydable. Tanaka et Mura (15), dans une version primitive de leur modèle de bande de glissement persistante, suggèrent une voie de modélisation micromécanique de l'amorçage aux joints de grains qui reste à affiner.

Aux amplitudes élevées, la déformation intragranulaire étant plus homogène, on évoque plutôt, pour expliquer l'amorçage intergranulaire, les différences de déformation entre grains voisins dans la direction normale à la surface (relief "en peau d'orange") conduisant à des concentrations de contrainte aux joints (16).

Les facteurs propices à l'amorçage intergranulaire sont d'une part, une taille de grain importante (16), d'autre part, des facteurs tendant à homogénéiser la déformation plastique intragranulaire: glissement dévié facile, chargements non proportionnels (10), et, dans les métaux cubiques centrés, vitesses de déformation élevées (17).

L'endommagement intergranulaire étant déterminé essentiellement par les orientations cristallines locales, il est beaucoup moins directionnel que l'endommagement transgranulaire (10) et à ce jour, aucune corrélation simple n'a pu être établie entre l'orientation des joints fissurés et les directions de sollicitation.

Le rôle des joints de grains en fatigue ne se limite pas, cependant, à celui de sites d'amorçage, les joints constituant des obstacles qui stoppent bon nombre de fissures courtes. Cet effet se traduit généralement par un accroissement de la limite d'endurance lorsque la taille des grains diminue.

IIc) L'amorçage le long des joints de macles dans les alliages C.F.C., un paradoxe

Lim et Raj (14) observent que la vulnérabilité des joints vis à vis de la fatigue est d'autant plus grande que leur degré de cohérence est faible et affirment que les joints de macles de recuit ne se fissurent que s'ils comportent une marche.

Il est vrai qu'il s'agit des joints de plus forte cohérence et donc de plus faible énergie. En outre, un joint de macle ne constitue un obstacle sérieux que pour six des douze systèmes de glissement potentiellement actifs dans un cristal C.F.C..

Pourtant, de nombreux auteurs (18,19) signalent les joints de macles de recuit, abondants dans les alliages C.F.C., comme des sites privilégiés d'amorçage. Ceci serait lié à l'intensification du glissement parallèlement aux joints de macles, les marches incohérentes constituant, de plus, des sites de concentration de contraintes et des sources de dislocations secondaires.

Le rôle des macles mécaniques qui se forment en abondance dans les alliages C.F.C. de faible énergie de faute d'empilements lors de sollicitations cycliques non proportionnelles (2) est sans doute plus complexe. Si elles constituent potentiellement des sites d'amorçage, pour les mêmes raisons que les macles de

recuit, leur formation permet néanmoins de relaxer des contraintes internes et d'accommoder une part importante des déformations. Han et coll.(20) font état d'un effet bénéfique du maillage mécanique sur la tenue en fatigue d'un alliage Fe-Mn.

III. Propagation de fissures et interaction de surfaces.

Si lors d'une propagation en mode I, les lèvres de la fissure n'interagissent que par intermittence (pendant les phases de fermeture), en mode II ou III, les flancs de fissure sont au contraire constamment en contact. La friction qui en résulte réduit l'amplitude effective du chargement, comme les effets de fermeture en mode I. Les travaux sur ce sujet sont encore rares (21,22) et l'on évite le problème en établissant (par superposition au mode II ou III cyclique d'un léger mode I statique supprimant les interactions entre surfaces) des lois "intrinsèques" fournissant un majorant de la vitesse réelle de propagation. Une difficulté du problème tient notamment à l'intensité variable des effets de friction au cours de la propagation, à cause de l'abrasion progressive des aspérités des surfaces en regard. Une étude s'appuyant sur l'observation en temps réel de la propagation de fissures en mode II dans un microscope à balayage est en cours au L.M.S. pour progresser sur ces questions.

Références.

- (1) Weiss, J., Thèse de l'ENSMP, Septembre 1992
- (2) Doquet, V., Acta Met. et Mat, Vol 41, N°8, 1993, pp2451-59
- (3) Levaillant, C., Thèse de Doctorat es Sciences Physiques, UTC, Juin 1984.
- (4) Bataille, A., Magnin, T., Acta Met. Mat, Vol.42 N°11, 1994, pp3817-25
- (5) Rosenbloom, S.N., Laird, C., Acta Met. Mat., Vol 41 n°12, pp3473-82, 1993
- (6) Hunsche, A., Neumann, P., Basic questions in fatigue, Vol I, pp26-38, ASTM-STP 924, Fong and Fields eds., 1988
- (7) Essman, U., Gösele, U. and Mughrabi, H., Phil. Mag, A, Vol44, N°2, 1981, pp405-426
- (8) Antonopoulos J.G., Brown, L.M., Winter, A. T., Phil. Mag, Vol.34, N°4, 1976, pp549-63
- (9) Venkataraman, G., Chung, Y.W., Nakasone, Y., Mura, T., Acta Met. Mat. Vol 38, N°1, pp31-40, 1990.
- (10) Doquet, V., Pineau, A., Fatigue under biaxial and multiaxial loading, pp81-101,ESIS10, Kussmaul et Mc Diarmid eds., MEP 1991
- (11) Brown, M. W., Miller, K.J., Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol.187, 1973, pp65-73
- (12) Fatemi, A., Socie, D.F., Fat. Fract. Eng. Mat. Struct., Vol.11, n°3, 1988, pp149-165
- (13) Robillard, M., Thèse de l'ENSMP, Décembre 1989.
- (14) Lim, L.C., Raj, R., Acta Met., Vol.32, N°5, pp727-733, 1984
- (15) Tanaka, K., Mura, T., Journal of applied Mechanics, March 1981, Vol.48, pp97-103
- (16) Boettner, R. C., Laird, C., McEvily, A.J., Trans. Met. Soc. AIME, 233, 1965, pp379-87
- (17) Magnin, T., Driver, J.H., Mat. Sci. Eng., 39, 1979, pp175-85
- (18) Boettner, R. C., McEvily, A.J., Liu, Y.C., Phil. Mag., 10, 1964, pp95-106
- (19) Neumann, P., Tönnessen, A., Proc. ICSMA 8, 1988, Pergamon Press, pp743-48
- (20) Han, J.M., Lim, C.Y., Kim, Y.G., Acta Met. Mat., Vol 39, N°9, pp2169-75, 1991
- (21) Tschegg, E.K., Stanzl, S.E., basic questions in fatigue, Vol 1, pp214-232, ASTM-STP 924, 1988
- (22) Smith, M.C., Smith, R.A., basic questions in fatigue, Vol.1, pp260-280, ASTM-STP 924, 1988.

The following is a list of the names of the members of the
 Board of Directors of the
 [Company Name] for the year ending
 [Year].

- (1) [Name]
- (2) [Name]
- (3) [Name]
- (4) [Name]
- (5) [Name]
- (6) [Name]
- (7) [Name]
- (8) [Name]
- (9) [Name]
- (10) [Name]
- (11) [Name]
- (12) [Name]
- (13) [Name]
- (14) [Name]
- (15) [Name]
- (16) [Name]
- (17) [Name]
- (18) [Name]
- (19) [Name]
- (20) [Name]
- (21) [Name]
- (22) [Name]
- (23) [Name]

PHILADELPHIA

The above is a true and correct list of the members of the
 Board of Directors of the
 [Company Name] for the year ending
 [Year].

Session 6:
Caractérisation des
Interfaces et interphases

THE
LIBRARY OF THE
MUSEUM OF MODERN ART
1000 MUSEUM AVENUE
NEW YORK, N. Y. 10028

Interfaces métal-céramique: mécanismes et mécanique

D.Tréheux

Ecole Centrale de Lyon, Département Matériaux-Mécanique Physique

URA CNRS 447

BP 163, 69131 Ecully cédex (France)

Intoduction

La présence d'interfaces métal-céramique est maintenant très courante dans de nombreuses réalisations technologiques (composants électroniques et électrotechniques, pièces mécaniques et thermo-mécaniques, nucléaire, biomédical, techniques du vide etc...). On les retrouve en particulier dans les assemblages métal-céramique, les composites à matrice métallique, les traitements et revêtements superficiels....La technologie d'élaboration peut faire intervenir une vapeur, une phase liquide ou encore se faire entièrement à l'état solide.

Dans tous les cas il est nécessaire de maîtriser (1,2) :

- l'adaptation morphologique des surfaces à lier
- la formation des liaisons interfaciales
- les contraintes résiduelles développées dans les deux matériaux au voisinage de l'interface
- les modifications des propriétés mécaniques des matériaux au voisinage de l'interface.

L'ensemble fait donc intervenir des aspects physico-chimiques et des aspects mécaniques qu'il est nécessaire d'analyser conjointement (2).

Mécanismes

L'énergie (ou travail) d'adhésion E_{ad} entre deux phases 1 et 2 séparées par une interface i est définie par la relation de Young-Dupré : $E_{ad} = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_i$

Pour former une liaison forte entre deux phases (au sens physicochimique du terme) il faut donc augmenter l'énergie d'adhésion E_{ad} , par exemple en minimisant γ_i .

La mesure des énergies d'adhésion E_{ad} est délicate. Le plus souvent on fait appel à des configurations liquide - solide c'est à dire, en d'autres termes, à des mesures de mouillage (3). Les mesures d'énergie d'adhésion dans le cas des systèmes métal solide / céramique solide (ce qui correspond à la configuration d'utilisation) sont beaucoup plus rares car elles passent par des mesures directes de l'énergie interfaciale γ_i et l'application de la formule de Young-Dupré. Les résultats de ces expériences

sont cependant les plus proches de la réalité dans le cas d'une utilisation technologique impliquant une interface métal-céramique. Nous donnons dans le tableau I. ceux obtenus entre différents métaux et l'alumine.

Tableau I: Energies interfaciales et énergies d'adhésion de couples alumine-métal à l'état solide

métal	température ° C	γ_i mJ.m ⁻²	E_{ad} mJ.m ⁻²
Cu	850	1925	475
Ag	435	1630	435
Au	1000	1725	530
Pt	1400	1050	1035
Ni	1000	2140	645
Fe	1000	2065	800
Ni	1350	2500	

Deux grands types de liaisons sont généralement considérés dans la littérature, à savoir :

- les liaisons "non réactives" associées à la non création de phases nouvelles à l'interface
- les liaisons "réactives" pour lesquelles une ou plusieurs phases nouvelles sont formées à l'interface. Dans ce cas il faudra en fait considérer une zone interfaciale constituée de plusieurs phases et interfaces.

Il est à noter que ces dénominations, quoique impropres, sont néanmoins employées ici pour se conformer au langage généralement utilisé.

Modèles physiques de liaison métal-céramique "non réactive"

L'approche physique de l'adhésion peut être faite à partir de résultats obtenus lors de la mise en contact de deux matériaux. Rappelons qu'il existe:

- des forces à moyenne portée (de quelques dixièmes de nm à plusieurs nm) correspondant à des interactions de van der Waals
- des forces à courte portée (< 0,25 nm) correspondant à la formation de liaisons fortes de type intramoléculaire (ionique, covalente, métallique)
- des forces à longue portée liés aux phénomènes de polarisation (cas d'un matériau isolant).

Le premier modèle physique est sans doute celui de Weyl (4), puis des approches en mécanique quantique supportées par des calculs d'orbitales moléculaires ont été introduites par Johnson et Pepper (5). Elles montrent clairement que des liaisons chimiques existent entre l'ion métallique et l'anion de la céramique. Des travaux récents (6) vont encore plus loin dans ce sens en calculant la structure électronique interfaciale; quand une liaison métal/isolant est créée, il apparaît dans le GAP de nouveaux états localisés près de l'interface (metal induced states MIGS). Les transferts électroniques qui en résultent conduisent à une distorsion locale des structures de bande au niveau de l'interface. La somme des différentes contributions à prendre en compte n'a pas encore été faite mais doit conduire à des énergie d'adhésion de l'ordre de 1 J. m⁻² ce qui est conforme aux données expérimentales du tableau I.

Par une approche thermodynamique Châtain et coll (3), ont proposé une autre expression de E_{ad} bien conforme aux résultats expérimentaux.

Microstructure des interfaces non réactives

L'observation des interfaces non réactives en microscopie électronique en transmission à haute résolution confirme l'absence de phases formées à l'interface (1). C'est le cas par exemple des systèmes Nb/Al₂O₃, Ni/Al₂O₃, Cu/Al₂O₃ réalisés sous vide, du système Ag/Al₂O₃ réalisé à l'air ou encore des systèmes type Cu/AlN pour les non oxydes. On notera que l'absence de phases intermédiaires ne nuit en rien à la tenue mécanique de telles interfaces.

Liaisons métal-céramique réactives

Les réactions chimiques aux interfaces métal-céramique tiennent une grande place lors de l'élaboration et la tenue en service des multimatériaux. Cette dernière sera très dépendante des caractéristiques mécaniques des phases et nouvelles interfaces formées.

Rôle des éléments d'addition (1,2)

Nous avons noté que l'utilisation de métaux purs conduisait souvent à des énergies d'adhésion faibles, il est possible, pour avoir une liaison métal-céramique non réactive forte, de minimiser l'énergie interfaciale γ_i ou d'augmenter les énergies γ_1 et γ_2 . Ceci peut se réaliser pratiquement par un ajout d'un ou plusieurs éléments d'addition à l'une de ces deux phases (alliages métalliques, dopage de la céramique, ...) ou bien de travailler en présence d'une phase gazeuse bien définie. En outre, l'addition de certains éléments permet de transformer un système non réactif en un système réactif, le titane est sans doute l'élément le plus classiquement utilisé pour obtenir cet effet, en particulier dans des brasures industrielles (CuAgTi, AgTi).

Mécanique

Mécanique de la rupture interfaciale

Les multimatériaux métal-céramique présentent des caractéristiques particulières vis à vis de la mécanique de la rupture puisque la rupture peut être interfaciale, cohésive (dans le volume du métal ou de la céramique) ou encore mixte. Dans le cas d'une rupture interfaciale, la rupture se fait selon une combinaison des modes I et II caractérisée par l'angle Ψ et l'énergie de rupture $G_c(\Psi)$ dépend non seulement de l'énergie d'adhésion E_{ad} mais aussi de phénomènes physiques dissipatifs (déformation plastique, frottement, polarisation diélectrique etc..) selon l'expression $G_c(\Psi) = E_{ad} + \Phi(E_{ad})$ où $\Phi(E_{ad})$ correspond à l'ensemble des énergies dissipées qui tient également compte, par exemple, de la rugosité de l'interface. Les mesures expérimentales, déterminées à partir de différents types d'éprouvettes (donc différents angles Ψ), montrent clairement des énergies de rupture interfaciales très supérieures à l'énergie d'adhésion (tableau II). Ainsi pour le couple Nb/Al₂O₃ des énergies de rupture supérieures à 1000 J.m⁻² ont été mesurées pour des orientations cristallographiques très particulières, alors que l'énergie d'adhésion n'est que de 2 J m⁻².

Contraintes résiduelles (2, 7)

Les différences de propriétés des matériaux à assembler et en particulier les différences de coefficients de dilatation thermique induisent des contraintes résiduelles qui peuvent être simulées (éléments finis, modèles analytiques) ou mesurées expérimentalement (diffraction X, enlèvement de couche). La présence de ces

contraintes est d'autant plus gênante que les matériaux et en particulier la céramique, sont fragilisés au voisinage de l'interface soit du fait de la formation de phases fragiles soit même par la simple diffusion de l'élément métallique dans la céramique. A ce niveau la prise en compte récente des phénomènes de polarisation (physique de la charge d'espace) semble essentielle.

Tableau II: Energie de rupture interfaciale G_c et énergie d'adhésion E_{ad}

System	γ (°)	G_c (J.m ⁻²)	E_{ad} (J.m ⁻²)
Cu/SiO ₂	5	1 - 10	0.200
Pt/Sapphire (0001)	50	40+4	1.035
Nb/Al ₂ O ₃	5	80 +30	2
Nb/Al ₂ O ₃ sputter cleaned U.H Vacuum	5	110+5	2
Au/Sapphire (0001)	50	30-60	0.265
Cu/Al ₂ O ₃ sputter cleaned U.H Vacuum	5	160+-15	0.5

Conclusion

Une maîtrise totale d'un multimatériau métal-céramique nécessite la prise en compte de nombreux paramètres:

du point de vue mécanique: le ratio Ψ entre mode I et mode II correspondant à la sollicitation, la rugosité de l'interface, la superposition des champs de contraintes appliquées et résiduelles (liés naturellement à la géométrie des pièces)

du point de vue physicochimique l'énergie d'adhésion, elle même dépendante des liaisons chimiques formées avec ou sans formation de phases nouvelles et des phases interfaciales, les modifications des propriétés des matériaux au voisinage de l'interface par diffusion et stockage d'énergie de polarisation, les mécanismes de dissipation de l'énergie au cours de la propagation de la fracture, particulièrement complexes ici. Toute analyse restrictive est vouée à l'échec.

Références

- 1) D. Tréheux, P. Lourdin, B. Mbongo, D. Juvé; *Sripta Metall. et Mater* n°8 (1994), 1055-1060
- 2) D. Tréheux, P. Lourdin, V. Guipont, D. Juvé; *J. Phys. III France* 4 (1994) 1883-1898
- 3) D. Chatain, I. Rivollet, N. Eustathopoulos. *J.de Chimie Physique* n°2 , 84 (1987) 201-203
- 4) W.A. Weyl, *Structure and properties of solid surface*, Ed R. Gomer, C.S. Smith, Univ. Chicago Press (1953) 147
- 5) K.H. Johnson S.V. Pepper, *J. Applied Phys.* 84, (1987) 201
- 6) G. Bordier, C. Noguera, *Le vide, les couches minces*, suppl. n°260 (1992) 276
- 7) V. Guipont, Thèse Ecole Centrale de Lyon (1994)

Influence des mécanismes de couplages thermomécanique et physico-chimique sur le comportement à la rupture des composites réfractaires.

J.M. Quenisset

K. Debray, E. Martin - Laboratoire de Génie Mécanique (LGM - IUT "A")
J.F. Fromentin, Y. Lepetitcorps - Institut de Chimie de la Matière Condensée
de Bordeaux (ICMCB - CNRS)
Université Bordeaux I - 33405 Talence cedex

En raison des rigidités et fragilités généralement importantes des constituants des matériaux composites réfractaires, les comportements mécaniques de ces matériaux dont l'hétérogénéité se manifeste à diverses échelles, se montrent très fortement dépendants des conditions de couplage entre constituants. Il est en particulier acquis que pour pallier leur intolérance au dommage, ces constituants transfèrent leurs charges entre eux grâce à des zones interfaciales telles, quelles confèrent aux composites des ténacités importantes et par conséquent une fiabilité attractive.

Gérer les mécanismes d'endommagement des composites en contrôlant le comportement des zones interfaciales fibre/matrice (FM) constitue donc une facette essentielle de l'adaptation de leurs propriétés aux utilisations.

A titre d'exemple, il a été montré que si l'affaiblissement de la liaison physico-chimique ou/et mécanique entre fibre et matrice réduisait les risques de rupture catastrophique du matériau, en contrepartie les mauvaises conditions de transfert de charge correspondantes tendaient à diminuer la déformation à la rupture du constituant le plus fragile. Ces deux effets antagonistes montrent qu'il est bien aussi difficile pour les matériaux composites que pour les alliages métalliques de bénéficier à la fois d'une limite d'élasticité élevée et d'une importante déformation à la rupture.

Ainsi, l'optimisation de la zone interfaciale F/M suivant les applications envisagées vise à attribuer aux composites soit des performances exceptionnelles mais avec des marges de sécurité réduites soit une grande fiabilité en acceptant par contre des performances plus modérées. Qu'il s'agisse de matériaux composites à matrice métallique, intermétallique ou céramique, l'attention doit être portée plus particulièrement au voisinage des interfaces entre les constituants les plus fragiles et

de propriétés les plus différentes. Il est en effet capital que toutes les incompatibilités de natures diverses soient prises en compte dans la gestion du couplage F/M et des mécanismes d'endommagement. Ces incompatibilités dues à des écarts de propriétés physiques et chimiques (énergie de rupture des phases, coefficients de dilatation, rigidités, potentiels chimiques des éléments, états cristallins) engendrent des réactions chimiques entre phases, des contraintes résiduelles d'origine thermique ou chimique et des fissurations prématurées. L'interdépendance entre les mécanismes opérant pour réduire ces écarts de propriété rend complexe la prise en compte simultanée de toutes ces contributions dans un modèle global. Toutefois, la juxtaposition d'approches indépendantes représentatives de ces mécanismes permet de guider les concepteurs des matériaux composites.

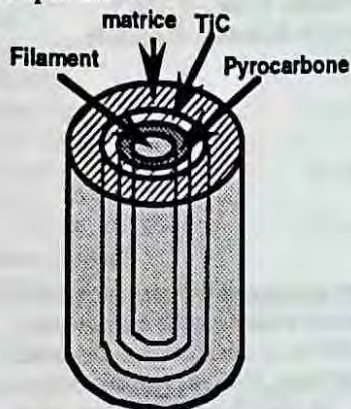


Fig. 1 - Représentation schématique d'un microcomposite multiphasé.

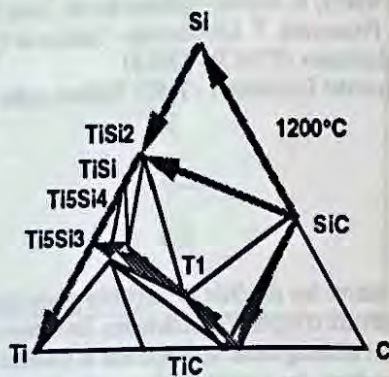


Fig. 2 - Chemins de diffusion dans le système Ti-Si-C.

Pour illustrer ces approches le modèle simple du microcomposite de longueur infini schématisé à la fig. 1 peut être utilisé en modifiant si nécessaire les conditions à la surface cylindrique externe pour prendre en compte l'environnement composite et en particulier l'arrangement fibreux unidirectionnel.

Écarts de potentiel chimique des éléments à travers la zone interfaciale

Les gradients de potentiel chimique des éléments dans les divers constituants de la zone interfaciale F/M constituent le moteur des interactions entre constituants par interdiffusion. La stabilité de la zone interfaciale passe par une diminution de ces gradients grâce à l'interposition artificielle entre fibres et matrice de phases qui, lorsqu'elles se forment spontanément, le font souvent au détriment du renfort et présentent une morphologie microstructurale accidentée mécaniquement défavorable. La nécessaire inertie chimique des phases interposables conduit le plus souvent à déposer sur les filaments des composés intermétalliques, semi métalliques ou plus généralement céramique ou du carbone. Il en résulte que même dans le cas où la matrice présente une certaine ductilité, le système microcomposite initiateur d'endommagement couple des constituants fragiles, bien que l'interposition de phases ductiles présente quelque intérêt.

A titre d'exemple, les chemins d'interdiffusion suivis par les composites SiC/alliage base Ti, passent par la formation de TiC, Ti₅Si₃, Ti₃SiC₂ ainsi que l'illustre la fig. 2. La protection des filaments de SiC peut au regard du diagramme être assurée par l'interposition entre SiC et titane des silisures TiSi₂, TiSi, Ti₅Si₃ ou de TiC ou bien encore de Ti₃SiC₂. D'autres phases particulièrement stables peuvent être envisagées (Y₂O₃, TiB₂), mais dans tous les cas, il s'agit de phases fragiles.

Écarts d'énergie de rupture

Les écarts entre les énergies de rupture des phases conduisent à l'initiation de microfissuration à des niveaux de déformation parfois très différents suivant les phases considérées. A titre d'exemple la ténacité du disiliciure de titane est bien plus faible que celle de Ti₅Si₃. Il en résulte qu'un endommagement par microfissuration prématurée d'un constituant doit pouvoir être limité dans son extension pour éviter toute rupture catastrophique du composite. C'est à ce niveau que les écarts entre l'énergie de rupture d'un constituant et celle de son interface avec un autre constituant peut, provoquer des déviations de fissure ainsi que l'illustre la fig. 3.

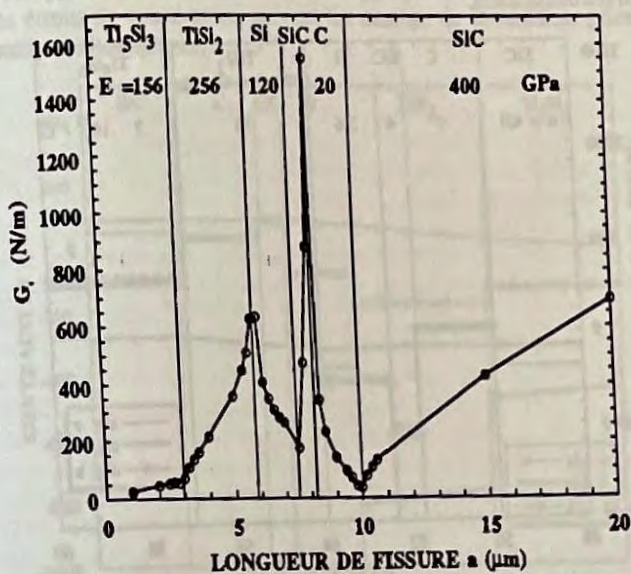


Fig. 3 - Évolution du taux de restitution d'énergie au cours de la fissuration de la zone interfaciale F/M

Écarts de rigidités

La figure 3 montre aussi combien les écarts de rigidité entre les constituants peuvent contribuer soit à l'accélération des mécanismes de fissuration perpendiculairement à l'axe des filaments soit au ralentissement et à la déviation des fissures le long des interfaces F/M. Cet effet des écarts de rigidité peut être accentué par des écarts de morphologie lorsqu'une microfissure transite par exemple d'un domaine dense à un domaine poreux.

Écarts de coefficient de dilatation et de température

L'élaboration et l'utilisation des matériaux composites réfractaires se faisant à haute température, des variations de température de plusieurs centaines de degrés leur sont imposés. Ces variations couplées à des écarts de coefficient de dilatation pouvant être très importants entre céramiques et intermétalliques conduisent à des états de contraintes résiduelles parfois intolérables par certains des constituants. C'est tout particulièrement le cas lorsque l'on associe des filaments de SiC ($\alpha \approx 4 \times 10^{-6} \text{C}^{-1}$) à des aluminures de titane ($\alpha = 10^{-5} \text{C}^{-1}$). La connaissance de ces contraintes, auxquelles correspondent des accumulations importantes d'énergies motrices de fissuration, est essentielle. Toutefois, leur détermination expérimentale est délicate et si leur calcul à l'aide de méthodes analytiques ou numérique (fig. 4) ne pose pas de difficulté majeure, il nécessite la connaissance des caractéristiques physiques des constituants. La mesure de ces caractéristiques est d'autant plus difficile qu'elle concerne des dépôts minces souvent précontraints de manière inhomogène. Néanmoins, les moyens d'évaluation sont généralement suffisant pour interpréter bien des mécanismes tels par exemple qu'une diminution de la limite d'élasticité au cours d'un refroidissement.

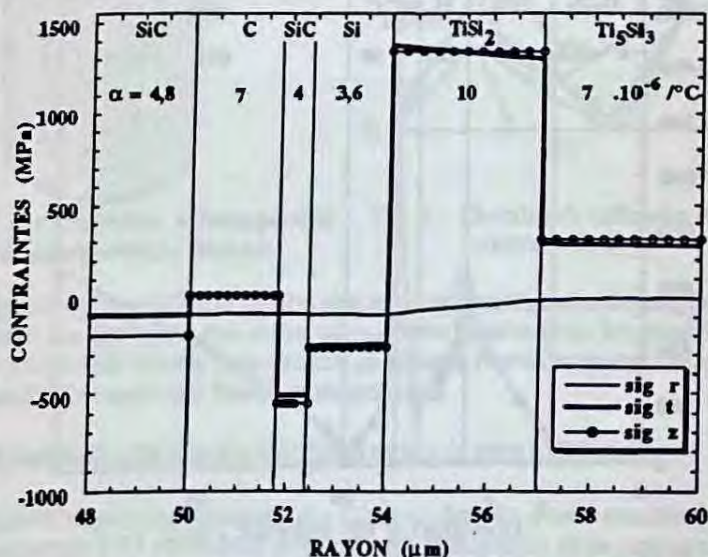


Fig. 4 - Champ de contraintes résiduelles d'origine thermique dans la zone interfaciale F/M.

Écarts de volume molaire

Les interactions chimiques entre constituants ou avec l'environnement (oxydation par exemple) conduisant à de nouvelles phases peuvent provoquer des variations de volume considérables susceptibles d'induire des états de contraintes résiduelles d'amplitude bien aussi importante que les contraintes d'origine thermique. L'évaluation par des approches semi analytiques de ces contraintes résiduelles

d'origine chimique peut s'appuyer sur diverses hypothèses nécessitant une validation expérimentale délicate pour des raisons identiques à celles affectant les mesures des contraintes résiduelles. Il n'en reste pas moins qu'une première évaluation avec des données encore imprécises de ces contraintes résiduelles peut aider à la compréhension de certaines évolutions de comportement des composites telles que des transitions endommageable/fragile. C'est en particulier le cas au cours de l'oxydation des composites SiC/C/SiC pour lesquels l'élimination puis le remplacement de l'interphase de carbone par de la silice non seulement modifie la souplesse de l'interphase et les liaisons interfaciales, mais conduit à un gonflement défavorable de la zone interfaciale.

Un autre exemple concernant les composites à matrice d'alliage de titane montre que l'interposition conjointe de couches de carbone et de silicium entre filament de SiC et siliciures de titane en contact avec la matrice, peut permettre une relaxation des contraintes circonférencielles d'origine thermique grâce à une réaction entre carbone et silicium (fig. 5).

Il est remarquable que des effets du même type peuvent être obtenus dans des domaines étroits de température, suivant les champs de contraintes, grâce à des transformations allotropiques.

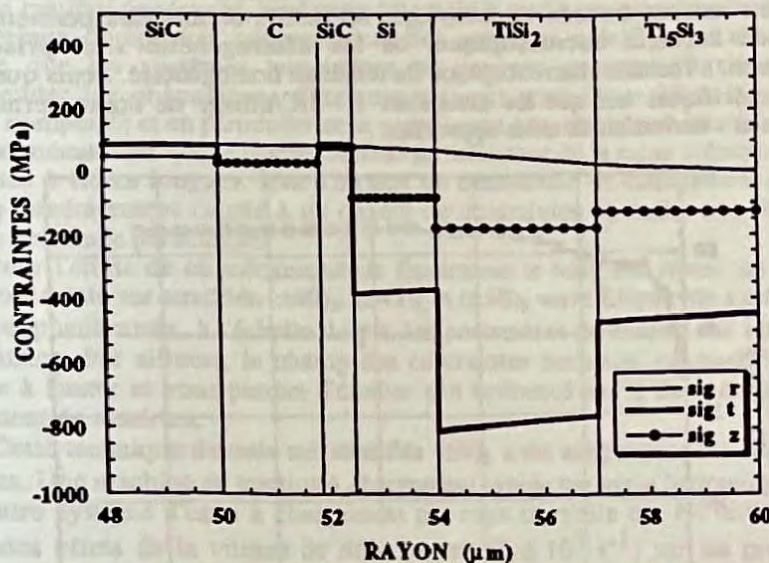


Fig. 5 - Champ de contraintes résiduelles d'origine chimique dans la zone interfaciale F/M

Combinaison des effets liés aux diverses incompatibilités

Le couplage entre les diverses incompatibilités au niveau de modèles représentatifs des mécanismes d'endommagement par microfissuration ne conduit pas à des difficultés insurmontables. Des approches numériques permettent de prendre en compte simultanément les contraintes résiduelles d'origine thermique, ou chimique.

les anisotropies de propriétés des constituants, des glissements avec frottement aux interfaces ainsi que des critères de fissuration basés sur des comparaisons entre taux de restitution d'énergie. Par contre, il reste que des difficultés majeures concernent l'obtention des données nécessaires aux simulations numériques.

Caractérisation in situ des interphases

A titre d'exemple montrant les difficultés d'obtention des caractéristiques physiques des interphases formées ou interposées, les modules d'Young des trois constituants d'un microcomposite W/WSi₂/Si ont été obtenus grâce à des essais de traction effectués sur des échantillons revêtus de dépôts de silicium et d'interphases de disiliciure formées, plus ou moins épais.

Tentative d'incorporation des approches "microcomposites" dans les modèles "mésoscopiques" ou "macroscopiques".

Les incertitudes relatives aux caractéristiques des constituants, la sensibilité des comportements interfaciaux à l'environnement des microcomposites et aux états de contraintes résiduelles (fig. 6), les rôles des textures fibreuses, des morphologies de pores et des inhomogénéités de distribution des renforts ou au sein même des constituants rendent douteux les couplages successifs de modèles permettant le passage de l'échelle microscopique, où les hétérogénéités sont prises en considération, à l'échelle macroscopique du matériau homogénéisé. Seuls quelques cas bien spécifiques tels que les matériaux 1D-SiC/alliage de titane permettent d'espérer une valorisation de telles approches.

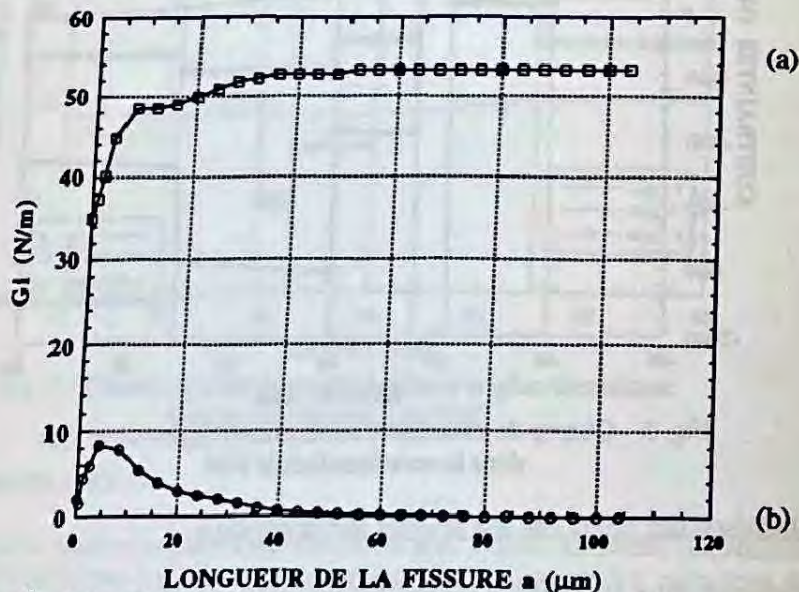


Fig. 6 - Évolution du taux de restitution d'énergie au cours des fissuration et glissement interfaciaux C/SiC pour un microcomposite (a) et au sein d'un composite (b).

Résistance interfaciale et processus d'endommagement de stratifiés soumis aux grandes vitesses de chargement.

M. Delaet (*), J.L. Lataillade (*), C. Wolff (**)

(*) : Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité - ENSAM Bordeaux - Esplanade des Arts et Métiers - 33405, Talence Cedex - France

(**) : RENAULT SA - Direction des Etudes MATériaux - 92508, Reuil Malmaison - France

En matière de sécurité, l'industrie automobile tend à innover dans l'utilisation des matériaux composites qui possèdent des capacités spécifiques d'absorption d'énergie que les systèmes homogènes ne peuvent atteindre. Il s'agit alors d'appréhender les phénomènes d'endommagement générés lors d'un "crash" de structure composite et en particulier ceux contribuant à la décohésion interfaciale des fibres. Ce mécanisme qui se révèle instable est initiateur de la ruine prématurée des composites à fibres longues. Issu d'un état de contraintes de cisaillement dans le matériau généralement couplé à un champ de contraintes normales aux fibres, il nécessite une étude particulière.

Pour l'étude de ce mécanisme de fissuration le long des fibres, un test de traction uniaxiale sur stratifiés $(\pm 40)_s$, $(\pm 45)_s$ et $(\pm 50)_s$ verre E/époxyde a été défini. Il rend prépondérantes, à l'échelle du pli, les contraintes de cisaillement aux interfaces fibre-matrice. Par ailleurs, le champ des contraintes normales est modifié d'une structure à l'autre et nous permet d'étudier son influence sur le comportement en cisaillement du matériau.

Cette technique d'essais sur stratifiés $(\pm \theta)_s$ a été adaptée sur des dispositifs d'impacts. Une machine de traction à chargement rapide par vérin hydraulique ainsi qu'un autre système d'essai à chargement par roue inertielle ont été utilisés pour l'étude des effets de la vitesse de déformation (1 à 10^3 s^{-1}) sur les propriétés mécaniques du matériau. Les résultats montrent une évolution croissante, en fonction du taux de déformation, des limites élastiques (cf. figure 1) de chaque structure étudiée. De plus, une augmentation du taux de contraintes normales est à l'origine d'une diminution des caractéristiques mécaniques du matériau. Ces dernières sont également influencées par une variation de la température d'essai (cf. figure 2). Une équivalence des effets de la vitesse de chargement et de la température est même observée.

Afin d'évaluer les processus d'endommagement qui gouvernent la décohésion interfaciale, les précédents essais de traction uniaxiale sur stratifiés $(\pm 40)_s$, $(\pm 45)_s$ et

(±50)_s sont une nouvelle fois utilisés mais les trajets de chargement sont interrompus à différents seuils de contraintes. Deux dispositifs d'essais à grandes vitesses de déformation ont été améliorés pour permettre la maîtrise du seuil de chargement dans les échantillons sans toutefois les rompre. Les essais à moyennes vitesses (10 à 100 s⁻¹) ont été effectués sur machine à chargement par vérin hydraulique. L'interruption du chargement est possible suite à l'utilisation de fusibles mécaniques (échantillons calibrés en termes de forces à rupture) placés en série avec l'échantillon composite; la rupture du fusible permet l'arrêt de l'essai pour une valeur de contrainte connue dans le stratifié (cf. figure 3). Un dispositif de traction par barres de Hopkinson a été utilisé aux vitesses de déformation les plus élevées. Les échantillons peuvent alors être endommagés jusqu'à différentes forces, en fonction de la durée de chargement. Des systèmes de piégeage d'ondes assurent le contrôle du dommage en évitant un rechargement des échantillons.

Des examens microscopiques nous permettent d'identifier les processus d'endommagement générés au sein des différentes structures étudiées. Trois phases distinctes apparaissent successivement : la "nucléation" de microfissures aux interfaces fibres - matrice, leur croissance autour des fibres puis leur coalescence qui amène la rupture de l'élément de volume. Nous avons ensuite mis en évidence l'existence d'une saturation de la densité de fissuration dans le matériau à contrainte de chargement élevée (cf. figure 4). Une variable microscopique est alors définie et permet la validation d'un indicateur macroscopique d'endommagement qu'est le module longitudinal statique des échantillons endommagés. Celui-ci dépend des modules longitudinaux, transverses et de cisaillement de chaque pli.

A l'échelle macroscopique, le seuil d'initiation et la vitesse de propagation du dommage relatifs à chaque structure sont mesurés à partir de l'évolution de l'indicateur d'endommagement. La vitesse de déformation apparaît ainsi très influente sur les processus d'initiation et de propagation du dommage (cf. figure 5), ayant pour effet particulier d'augmenter le nombre de sites de microfissures. Par ailleurs, l'initiation du dommage dans le matériau apparaît précocement lorsque le taux de contraintes normales aux fibres est élevé. De ce fait, nous avons défini un critère biaxial à l'initiation du dommage qui prend en compte le couplage entre contraintes transverses et contraintes de cisaillement (cf. figure 6).

Des essais à différentes température nous ont enfin révélé les effets similaires sur l'initiation et la propagation du dommage d'une diminution de température ou de celle du temps de sollicitation (cf. figure 7). Le précédent critère biaxial de début d'endommagement peut alors être exprimé pour différentes températures (cf. figure 8).

Un modèle micromécanique avec prise en compte de l'endommagement, basé sur la théorie de Mori-Tanaka, a été défini. Par l'intermédiaire des résultats expérimentaux à l'initiation du dommage pour différents champs de contraintes, ce modèle nous permet de prévoir, par une technique de passage micro-macro, le comportement endommagé du matériau.

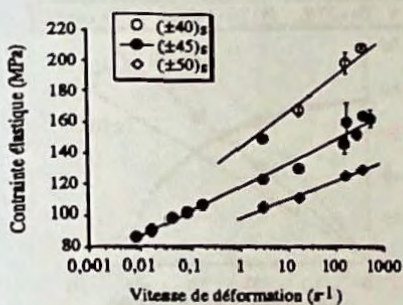


Figure 1. Limites élastiques mesurées sur stratifiés $(\pm 40)_s$, $(\pm 45)_s$ et $(\pm 50)_s$.

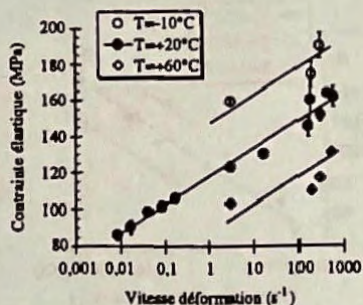


Figure 2. Limites élastiques des stratifiés $(\pm 45)_s$ mesurées sous différentes températures.

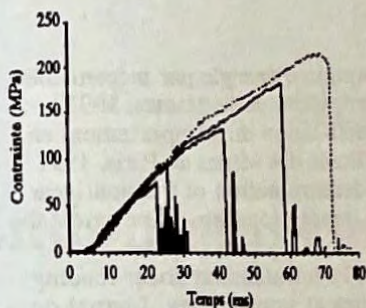


Figure 3. Essais à niveaux de contraintes maîtrisés ($\dot{\epsilon} = 4.8 s^{-1}$).

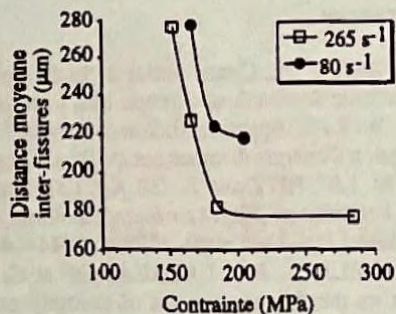


Figure 4. Saturation de la densité de fissures pour un stratifié $(\pm 45)_s$.

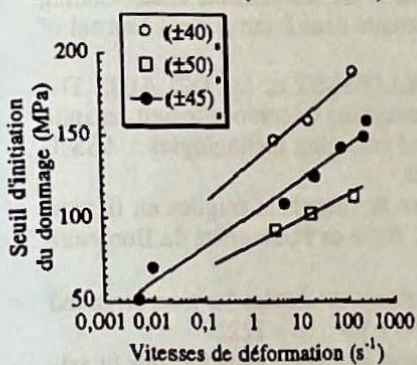


Figure 5. Seuil d'initiation du dommage pour les stratifiés $(\pm 40)_s$, $(\pm 45)_s$ et $(\pm 50)_s$.

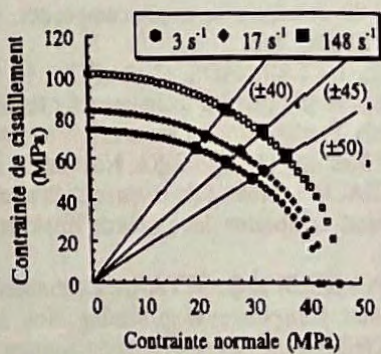


Figure 6. Critère biaxial à l'initiation du dommage.

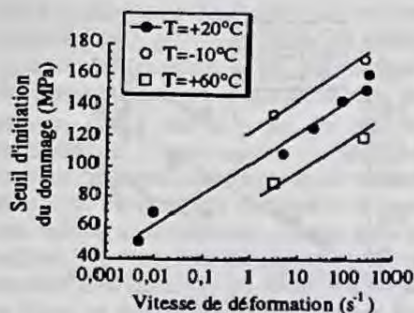


Figure 7. Seuil d'initiation du dommage pour les stratifiés (± 45)_S sous différentes températures.

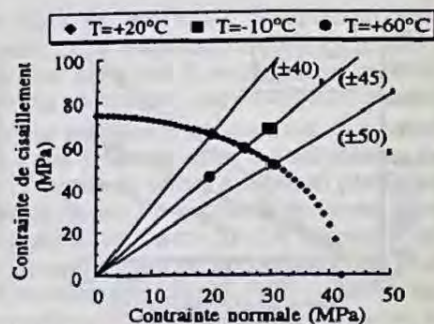


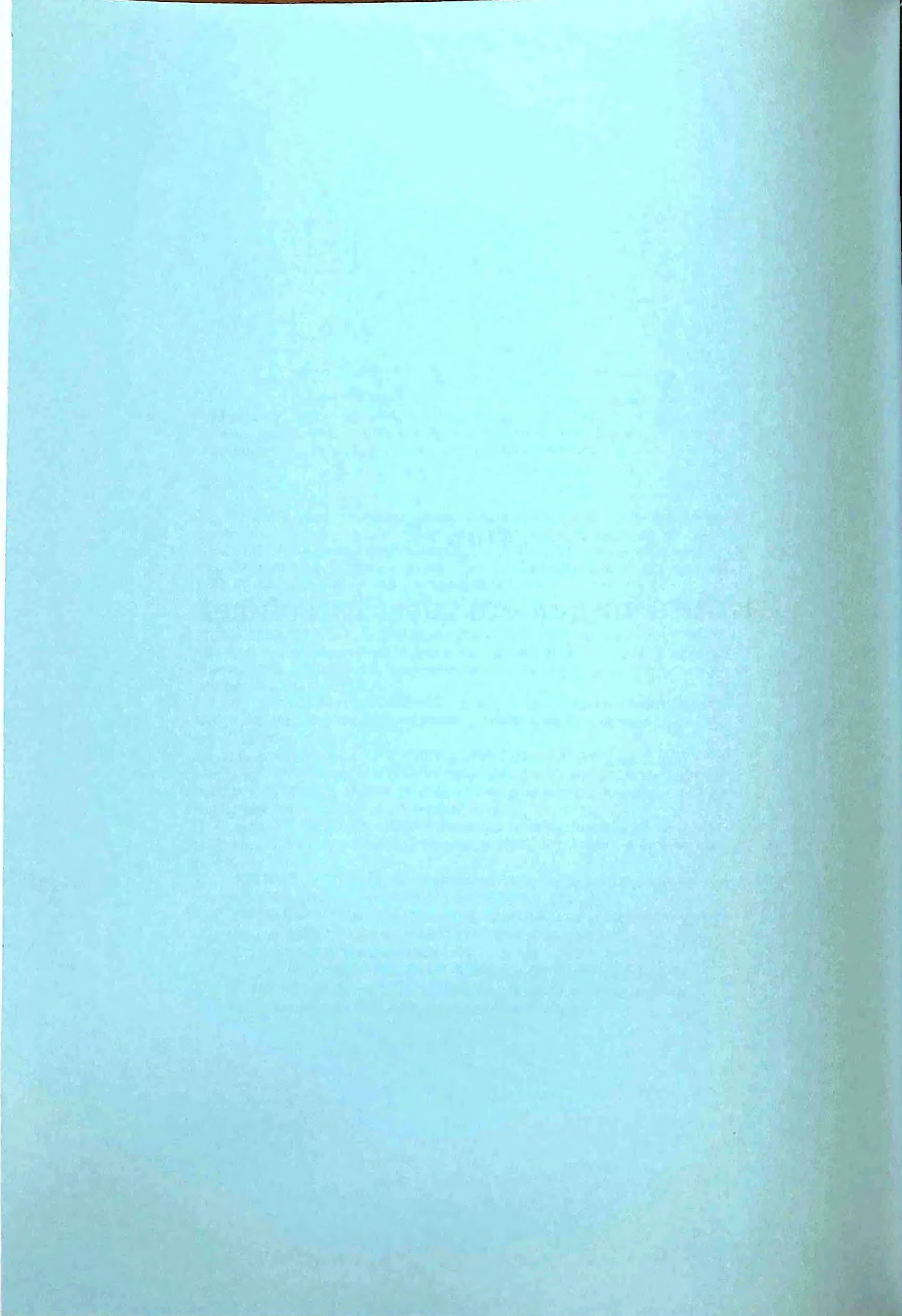
Figure 8. Critère biaxial à l'initiation du dommage pour différentes températures.

Références

- [1] R. ZEITOUNI, Contribution à l'étude de l'absorption d'énergie par mécanisme de déchirure des matériaux composites, Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes, 1993
- [2] C. WOLFF, Approche thermodynamique et modélisation du comportement en absorption d'énergie de tubes composites, Thèse de l'Ecole des Mines de Paris, 1991
- [3] J. M. LIFSHITZ and A. GILAT, Experimental determination of the nonlinear shear behavior of fiber-reinforced laminae under impact loading, *Experimental Mechanics*, Vol. Décembre, 1979, pp. 444 - 448
- [4] M. DELAET, J. L. LATAILLADE et C. WOLFF, Intralaminar shear loading effects on the damage process of multiply composites at impact rates, *Journal de Physique IV, Colloque C8, supplément au Journal de Physique III, Vol. 4, Septembre 1994*, pp. 213-218.
- [5] J. L. LATAILLADE et M. DELAET, Effects of the intralaminar shear loading rate on the damage of multiply composites, à paraître dans *International Journal of Impact Engineering*.
- [6] J. L. LATAILLADE, C. BACON, F. COLLOMBET et M. DELAET, The benefit of Hopkinson bar techniques for the investigation of composite and ceramic materials, *Symposium on wave propagation and emerging technologies : ASME Winter Meeting, Chicago, USA, November, 1994*.
- [7] C. BACON, Mesure de la ténacité dynamique de matériaux fragiles en flexion trois points. Utilisation des barres de Hopkinson, Thèse de l'Université de Bordeaux I, 1993.
- [8] D. PERREUX et C. OYTANA, Continuum damage mechanics for microcracked composites, *Composites Engineering*, Vol. 3, 1993, pp. 115 - 122.
- [9] F. THEBAUD, Modélisation du comportement global en sollicitations quasi-statiques d'un composite stratifié verre-époxy : aspects théorique et expérimental, Thèse de l'Université de Franche-Comté, 1994.
- [10] J. L. LEMAITRE et C. CHABOCHE, *Mécanique des Matériaux Solides*.
- [11] Y. SURREL et A. VAUTRIN, Modélisation de la réponse plastique de stratifiés croisés, *Journées Nationales des Composites 6, 1990*.

Session 7:

Endommagement des Interfaces



Une modélisation du rôle des interfaces imparfaites dans un composite à matrice métallique

J C Michel¹, P Suquet¹, F Thébaud²

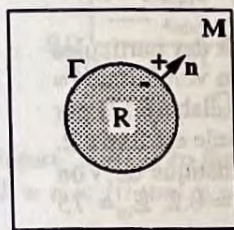
¹LMA CNRS, 31 Chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20 France

²RNU RENAULT SA, 9 Avenue 18 Juin 1940, F-92500 Rueil-Malmaison France

La nature de la liaison entre la matrice et les renforts d'un composite à matrice métallique (CMM) peut influencer de manière significative son comportement macroscopique. Dans le domaine des CMM à renforts particuliers en céramique, [2] ont remarqué que des interfaces résistants favorisent les ruptures fragiles de particules et la localisation de la déformation dans la matrice à proximité des particules rompues, tandis que des interfaces faibles conduisent à une décohésion autour des particules qui retarde la localisation de la déformation dans la matrice. L'affaiblissement du lien interfacial pourrait ainsi être susceptible d'accroître la ductilité globale de ces composites. Motivée par ces observations, la présente étude propose tout d'abord un modèle théorique de comportement de l'interface. Ce modèle repose sur la notion de taux de restitution d'énergie et fait intervenir une élasticité d'interface également considérée par d'autres auteurs ([1], [3], [4]). Il permet la prise en compte de la dispersion de taille des particules. Couplé au comportement élastoplastique de la matrice, les particules étant supposées élastiques, le modèle est ensuite mis en oeuvre numériquement au calcul précis de la réponse en traction simple d'une cellule élémentaire. L'examen du champ local de déformation met en évidence l'existence d'une énergie d'interface optimale pour laquelle ce champ est le plus homogène possible dans la matrice. Enfin, sur la base des réponses macroscopiques élémentaires calculées pour plusieurs tailles du renfort, un calcul simplifié de la réponse d'un CMM renforcé par des particules présentant une dispersion de taille est donné. La décohésion progressive des interfaces permet de retrouver des courbes de traction plus proches de la réalité expérimentale.

Modèle d'interface élastique endommagé

Un élément de volume V représentatif du composite considéré contient trois phases : la matrice (M), les renforts (R) et "l'interphase" située entre les renforts et la matrice. Dans le modèle proposé, cette troisième phase est d'épaisseur nulle (cf figure 1).



L'état d'endommagement de cette interface est décrit par une variable D constante dans tout le volume V (on ne cherche pas ici à décrire très finement des endommagements locaux, mais plutôt à rendre compte globalement d'un endommagement moyen des interfaces). En notant $[\mathbf{u}] = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ le saut de \mathbf{u} , l'énergie libre de l'interface est prise sous la forme [8]

$$w([\mathbf{u}], D) = \frac{1}{2L} (1-D) (K^0 [u_N]^2 + \mu^0 [u_T] \cdot [u_T]), \quad (1)$$

Figure 1. Interface.

où K^0 et μ^0 sont les raideurs initiales normale et tangentielle. L est une longueur caractéristique que nous choisissons proportionnelle à la taille des renforts (aux paragraphes suivants, cette longueur L est prise égale au rayon a des particules, cf figure 2).

Les variables d'état de l'élément de volume V sont la déformation macroscopique \mathbf{E} , les variables internes locales α qui décrivent l'état de plasticité de la matrice, et la variable globale D . L'énergie totale du volume V s'écrit en fonction de ces variables

$$W(\mathbf{E}, \alpha, D) = \int_{M,R} w(\varepsilon(\mathbf{u}), \alpha) dx + (1-D) \int_{\Gamma} \frac{1}{2L} (K^0 \llbracket u_N \rrbracket^2 + \mu^0 \llbracket \mathbf{u}_T \rrbracket \cdot \llbracket \mathbf{u}_T \rrbracket) ds, \quad (2)$$

où \mathbf{u} désigne le champ de déplacement lorsque ces variables d'état sont fixées. La force thermodynamique associée à D est alors le taux de restitution de l'énergie

$$G = - \frac{\partial W}{\partial D} = \int_{\Gamma} \frac{1}{2L} (K^0 \llbracket u_N \rrbracket^2 + \mu^0 \llbracket \mathbf{u}_T \rrbracket \cdot \llbracket \mathbf{u}_T \rrbracket) ds. \quad (3)$$

L'évolution de D est gouvernée par un critère de Griffith où le seuil du taux de restitution d'énergie est proportionnel à la surface de l'interface

$$G \leq H(D) |\Gamma|, \quad \dot{D} = 0 \text{ si } G < H(D) |\Gamma|, \quad \dot{D} \geq 0 \text{ si } G = H(D) |\Gamma|. \quad (4)$$

Nous avons retenu pour H la fonction simple suivante $H(D) = \gamma_0 (1 + \eta D / (2 - D))^2$, où γ_0 est l'énergie interfaciale seuil de première décohésion et η un paramètre destiné à ajuster l'énergie γ consommée dans l'ensemble du processus de décohésion

$$\gamma = \int_0^1 H(D) dD. \quad (5)$$

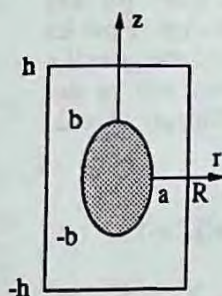
La transmission des efforts à l'interface se déduit de l'expression (1). Pour éviter l'interpénétration entre matrice et renfort, une condition de contact unilatéral est ajoutée

$$\mathbf{T} = \sigma_N \mathbf{n} + \sigma_T, \quad \sigma_T = (1-D) \mu^0 \frac{\llbracket \mathbf{u}_T \rrbracket}{L},$$

$$\llbracket u_N \rrbracket \geq 0, \quad \sigma_N = (1-D) K^0 \frac{\llbracket u_N \rrbracket}{L} \text{ si } \llbracket u_N \rrbracket > 0, \quad \sigma_N \leq 0 \text{ si } \llbracket u_N \rrbracket = 0. \quad (6)$$

Analyse de la réponse d'une cellule élémentaire

Les calculs sont effectués par éléments finis sur une cellule unitaire axisymétrique qui approche la réponse d'un réseau hexagonal 3d périodique de particules alignées ([5], [10]).



La configuration étudiée (cf. figure 2) correspond à des particules ellipsoïdales dont l'élanement $b/a = 2$, et la fraction volumique $f = 0.125$ ont été mesurés [9] sur un composite Al-SiC élaboré [7] par rhéomoulage et extrudé. L'élanement h/R de la cellule est fixé à 2. Les particules sont élastiques et la matrice élastoplastique de Von Mises à écrouissage isotrope : $E_p = 400$ Gpa, $\nu_p = 0.2$, $E_m = 75$ Gpa, $\nu_m = 0.3$, $\sigma_{eq} \leq \sigma_0 + H p^\alpha$, $\sigma_0 = 75$ Mpa, $H = 416.5$ Mpa, $\alpha = 0.3895$. Le comportement de l'interface est celui présenté au dessus. Les valeurs prises pour les raideurs initiales K^0 et μ^0 sont 120 Gpa et 40 Gpa. Les valeurs de γ_0 et γ sont précisées en légende des figures.

Figure 2. Cellule axisymétrique.

La cellule est soumise à un essai de traction simple dans la direction axiale. La méthode numérique retenue pour piloter correctement cet essai de traction simple est décrite dans [6].

Hétérogénéités locales de déformation. Pour mieux comprendre l'influence du comportement des interfaces sur la déformation à rupture des CMM, les cartes de déformations locales pour une même déformation et une même taille de particules ont été examinées pour différentes valeurs de l'énergie d'interface γ . Une attention particulière a été portée à la valeur maximale de la déformation équivalente dans la matrice considérée comme un indicateur possible de rupture. On constate une influence significative du comportement de l'interface sur l'homogénéité du champ de déformations dans la matrice. L'homogénéité la plus grande n'est pas observée pour les cas extrêmes (résistance nulle ou infinie de l'interface) mais pour une valeur intermédiaire de l'énergie d'interface. Pour quantifier cette observation, on a porté sur la figure 3 la valeur (notée E_{crit}) de la déformation macroscopique axiale pour laquelle la déformation équivalente maximale dans la matrice atteint une valeur particulière notée ϵ_{crit} .

Effet de la taille du renfort. La figure 4 donne un aperçu de l'influence de la taille du renfort sur la courbe de traction du cylindre composite à énergie d'interface γ donnée. Deux observations peuvent être faites. Tout d'abord les courbes sont schématiquement comprises entre la courbe $\Sigma_+(E)$ correspondant à l'adhésion parfaite et la courbe $\Sigma_-(E)$ correspondant à la décohésion totale. En second lieu, la transition d'une courbe à l'autre se fait assez brutalement lorsque la déformation axiale macroscopique atteint une valeur critique E_{dec} correspondant à la dégradation complète de l'interface et à la consommation totale de l'énergie γ . Cette déformation critique dépend de la taille du renfort et varie sensiblement comme l'inverse de cette taille. Une interpolation numérique donne $a_{dec}(E) = 0.24 E^{-0.92}$. Ces deux observations sont utilisées pour proposer un calcul simplifié n'utilisant que les courbes $\Sigma_+(E)$, $\Sigma_-(E)$ et $a_{dec}(E)$ pour prendre en compte une dispersion de taille des renforts.

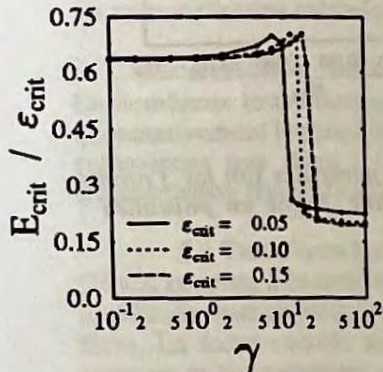


Figure 3. E_{crit} en fonction de γ ($L = a = 10 \mu m$, $\gamma_0 = \gamma \times 10^{-3}$).

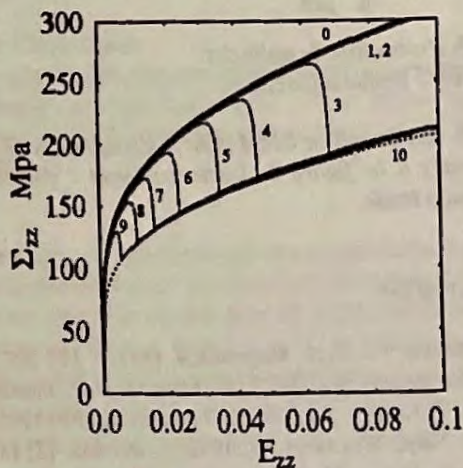


Figure 4. Courbes de traction calculées pour différentes tailles du renfort. Adhésion parfaite (0). $a = 1$. (1), 2. (2), 3. (3), 4. (4), 5. (5), 7. (6), 10. (7), 15. (8), 30. (9) μm ($\gamma_0 = 10^{-2} J/m^2$, $\gamma = 10 J/m^2$, $L = a$). Décohésion totale (10).

Calcul simplifié de la réponse d'un CMM polydisperse

En supposant en première approximation la déformation constante dans l'échantillon et égale à la déformation macroscopique E , la décohésion se produit en priorité autour des plus gros renforts (de rayon supérieur à $a_{dec}(E)$) et s'étend progressivement aux renforts de plus petite taille au fur et à mesure de l'augmentation de la déformation. Supposons donnée la probabilité de répartition de taille des renforts : $P(a)$ da est le pourcentage de renforts dont le rayon est dans l'intervalle $[a, a+da]$, alors pour une déformation E donnée la proportion de particules décollées est

$$n(E) = \int_{a_{dec}(E)}^{a_{max}} P(a) da. \quad (7)$$

La contrainte totale supportée par l'échantillon est la moyenne des contraintes dans celui-ci, $\Sigma = n(E) \Sigma_+(E) + (1-n(E)) \Sigma_-(E)$. La figure 6 présente la réponse ainsi calculée d'un CMM contenant des particules dont la répartition de tailles suit 3 profils différents donnés sur la figure 5. Les décrochements observés sur la figure 4 sont alors effacés ou adoucis par le caractère progressif de la décohésion.

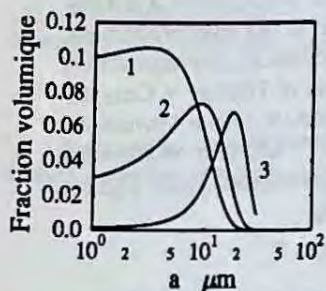


Figure 5. Probabilité de taille des particules. 3 profils différents.

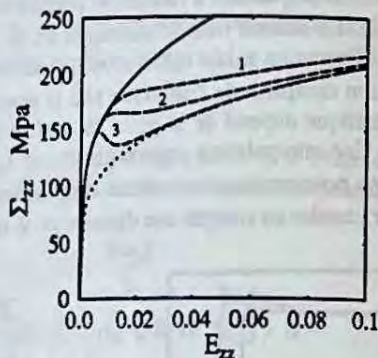


Figure 6. Réponse d'un CMM dont la distribution de taille des particules suit les 3 profils représentés à la figure 5. Ligne continue : Adhésion parfaite. Ligne en pointillés : Décohésion totale.

Bibliographie

- [1] BENVENISTE Y., *Mech. Materials*, 4, 1985, p. 197-208. [2] BRETHER T., DA SILVA R., ZAOU A., *Compte Rendus des JNC 7*, G. Fantozzi et P. Fleischmann (eds.), Pluralis, Paris, 1990, p. 198-260. [3] HASHIN Z., *J. Mech. Phys. Solids*, 39, 1991, p. 745-762. [4] LENE F., LEGUILLON D., *Int. J. Solids Structures*, 18, 1982, p. 443-458. [5] LLORCA J., NEEDLEMAN A., SURESH S., *Acta metall. mater.*, 39, 1991, p. 2317-2335. [6] MICHEL J.C., SUQUET P., *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 2, 1994, p. 637-658. [7] SALVO L., SUERY M., LEGOUX J.G., L'ESPERANCE G., *Mat. Sc. Engng.*, A 135, 1991, p. 129-133. [8] SUQUET P., *Nonsmooth Mechanics and Applications*, J.J. Moreau and P.D. Panagiotopoulos (eds.), Springer-Verlag, 1987, p. 280-340. [9] THEBAUD F., thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Paris, 1993. [10] TVERGAARD V., *Mater. Sci. Eng.*, A 125, 1990, p. 203-213.

Du comportement mécanique de l'interface à celui du composite UD

P. FEILLARD, F. HILD

Laboratoire de Mécanique et Technologie
(ENS de Cachan/CNRS/Université Paris 6) 61, avenue du Président Wilson
F-94235 CACHAN Cedex France

1. Introduction

Les premières études menées sur les composites à renforts fibreux unidirectionnels ont mis en évidence que l'endommagement dans ces matériaux se compose dans un premier temps par la rupture d'un des constituants [1]. Cette fissuration est ensuite accommodée par l'autre phase du matériau, généralement par une propagation le long de l'interface. Il est donc évident qu'en plus des propriétés mécaniques des constituants, celles de l'interface sont importantes pour la compréhension du comportement macroscopique des composites.

Le comportement mécanique de l'interface dans les multimatériaux fait l'objet de recherches actives mais malgré des avancées certaines de nombreux phénomènes physiques restent incompris. Nous présenterons donc au cours de cet exposé les moyens existants pour quantifier les propriétés mécaniques de l'interface et comment elles peuvent être prises en compte dans la description du composite unidirectionnel. Nous soulignerons également les limites des approximations unidimensionnelles du transfert de charge entre fibre et matrice et leurs implications sur la modélisation mécanique du composite UD.

2. Caractérisation mécanique de l'interface

De nombreux tests micromécaniques ont été développés dans le but de déterminer quantitativement les propriétés mécaniques de l'interface. Parmi ceux-ci, nous n'en retiendrons que deux : ce sont les essais d'arrachement (pull-out test), de fragmentation (single fibre tensile test).

2.1 Test d'arrachement

Ce test consiste à exercer une traction uniaxiale sur un monofilament enchâssé dans un film de matrice jusqu'à provoquer la décohésion à l'interface et l'extraction de la fibre. La force exercée sur la fibre est mesurée en fonction du déplacement de traverse et les grandeurs calculées sont la force de décohésion F_d et la longueur enchâssée l_e . Les résultats sont analysés à l'aide d'un modèle unidimensionnel de transfert de charge [2] qui exprime le cisaillement moyen à l'interface en fonction de la longueur enchâssée, d'un paramètre géométrique α et de la contrainte de décohésion τ_d . Ainsi on écrit :

$$\bar{\tau} = \tau_d \frac{\tanh(\alpha l_e)}{\alpha l_e}$$

Un ajustement par moindres carrés entre les données expérimentales (F_d , l_e) et l'équation précédente donne accès aux valeurs de τ_d et β . Ce test constitue un moyen simple d'évaluer la tenue mécanique en cisaillement de l'interface

2.2 Test de fragmentation

Ce test, souvent employé pour la comparaison qualitative entre systèmes fibre/matrice, consiste à exercer un effort de traction sur une éprouvette de matrice contenant un monofilament. En raison de la différence de déformation à rupture entre les deux constituants, la fibre se rompt en fragments de plus en plus courts. Parallèlement, la décohésion fibre-matrice se propage et un état stationnaire (saturation) est atteint où aucune nouvelle rupture n'a lieu et où l'interface est décollée [3]. Une longueur caractéristique du système (longueur critique, l_c) peut être déterminée [4]. Nous soulignerons plus loin que tel n'est pas le cas, limitant de fait tout calcul de grandeurs mécaniques relatives à l'interface. Toutefois, ce test met en évidence les principaux aspects de l'endommagement qui se développe dans le composite unidirectionnel et donc représente un moyen simple de visualiser la progression de l'endommagement dans l'unidirectionnel.

2.3 Limitations de ces tests

Mises à part, les difficultés expérimentales inhérentes à ces tests, l'analyse mécanique reste problématique. Celle-ci généralement basée sur des modèles de transfert de charge soit unidimensionnel soit multidimensionnel. Les modèles unidimensionnels (shear-lag models) sont simples d'utilisation [5, 6] mais ne traduisent que partiellement l'état de contrainte multiaxial à l'interface. Ainsi l'influence des contraintes radiales mise en évidence expérimentalement [7], ne peut être prise en compte et la contrainte axiale dans la fibre est surestimée pour des fragments de faibles longueurs [8]. Les modèles tridimensionnels sont pour certains plus réalistes mais difficiles à manipuler [9, 10] et pour d'autres basés sur des hypothèses injustifiées [11, 12]. Donc le paramètre de décohésion τ_d utilisé lors de l'analyse du test d'arrachement représente une valeur approchée d'un critère de décohésion multiaxial qui reste à définir.

3. Comportement mécanique du composite unidirectionnel

L'essai de fragmentation présente l'intérêt de reproduire partiellement la progression de l'endommagement observable dans le composite UD. Une simulation numérique de cet essai a donc été mise au point dans un esprit identique à celles proposées par certains auteurs [3, 13-15]. Le transfert de charge entre fibre et matrice est effectué selon le modèle unidimensionnel de Cox [5] et la décohésion progresse le long de l'interface quand le cisaillement interfacial dépasse la contrainte de décohésion τ_d déterminée à l'aide de l'essai d'arrachement. Le long de l'interface décollée, un rechargement de type Coulomb est appliqué. Cette modélisation de la décohésion est la principale caractéristique de cette simulation donne une représentation correcte de la réalité [15] Cependant celle-ci n'est pas exempte de points faibles [8].

3.1 Distribution de fragments

Différentes grandeurs peuvent être extraites de cette simulation telles que la densité de fragments et le pourcentage de fibre décollée. Toutefois il est intéressant d'examiner la distribution des fragments au cours de l'essai. Il a été montré [16] qu'à saturation la distribution de fragments pouvait être décrite par une distribution

de type Weibull à deux paramètres et en conséquence la longueur critique telle que définit par Kelly *et al.* [4] ne pouvait être déterminée. À tout instant de l'essai la distribution de longueurs de fibres peut être ajustée par une distribution de Weibull à deux paramètres. On constate alors que ces deux paramètres évoluent avec la déformation pour tendre vers une asymptote à saturation (figure 1). On remarque que l'incertitude sur les deux paramètres est très faible et que initialement la distribution est très dispersée (paramètre de forme $\cong 1$).

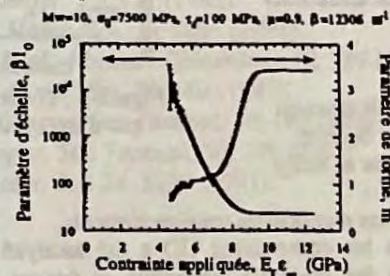


Figure 1: évolution des paramètres de forme et d'échelle de la distribution de fragments en fonction de la contrainte

On observe également que ces paramètres varient avec les propriétés mécaniques de la fibre et celles de l'interface. Une étude systématique montre que la paramètre de forme évolue entre 1 et 6. On peut donc conclure que la distribution des fragments tout au long de l'essai peut être représentée par une distribution de Weibull à 2 paramètres et que le paramètres de forme varie peu quelles que soit les propriétés mécaniques de la fibre et de l'interface. Les faibles valeurs du paramètre de forme confirme qu'il n'est pas possible de raisonner en valeur moyenne de fragments ou par extension de longueurs de fibres extraites après rupture du matériau. Pour une analyse rigoureuse du phénomène de rupture de fibre, il est nécessaire de travailler à partir de paramètres de la distribution.

3.2 Modèle de transfert de charge

Le modèle de transfert de charge entre fibre et matrice choisi pour cette simulation est basé sur la distinction entre rechargement élastique et rechargement par frottement le long de l'interface décollée. Cette schématisation proposée par Piggott [17] et se distingue de celle proposée par Kelly *et al.* et utilisée notamment par Curtin [18]. Dans ce modèle, le cisaillement à l'interface est supposé constant et la variation de la contrainte axiale dans la fibre linéaire jusqu'à un plateau tel que $\sigma_f = \nu_f E_f \tau_{\infty}$. Afin de vérifier si ce modèle est valable dans le cas de la fragmentation, nous avons approximé le modèle bilinéaire (Cox) par un modèle linéaire (Kelly) en posant que les intégrales de la contrainte axiale selon l'abscisse doivent être égales pour toute déformation appliquée (figure 2). Ce faisant une contrainte de cisaillement moyen τ à l'interface peut être calculée. La figure 3 présente l'évolution de σ et τ dans le cas d'un chargement linéaire. On remarque que contrairement à l'hypothèse généralement posée, le cisaillement moyen varie avec la déformation et décroît fortement lorsque la décohésion intervient. Ainsi les expressions proposées par certains auteurs [13, 14, 18] et qui expriment la distribution des fragments au cours de l'essai ne décrivent pas le phénomène de fragmentation tel qu'il apparaît réellement et donc ne peuvent pas être utilisées pour modéliser l'essai de fragmentation.

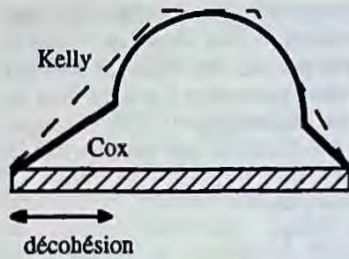


Figure 2 : contrainte axiale dans un fragment partiellement décollé suivant les modèles de Cox et Kelly

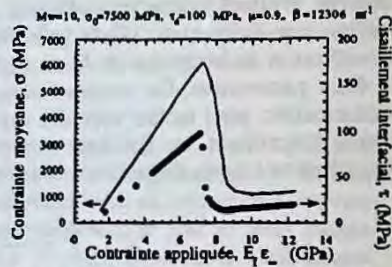


Figure 3 : courbes σ - ϵ et τ - ϵ dans le cas d'un système carbone/époxy

3.3 Application aux composites unidirectionnels

L'endommagement dans les composites UD a été analysé et modélisé par de nombreux auteurs mais les résultats présentés ci-dessus donnent un nouvel éclairage. On observe à la figure 3 que la contrainte de cisaillement après amorçage de la décohésion croît légèrement et est approximativement égale à 20 MPa. Cette valeur est très largement supérieure à la contrainte de frottement ($\tau_f \approx 2$ MPa). Cet écart important entre ces deux valeurs indique que l'interface n'est pas totalement décollée. En effet, on peut montrer l'évolution de la contrainte de cisaillement maximum à l'interface tend vers 0 quand la longueur de l'élément sollicité tend vers 0. Ceci qui signifie que le modèle de Cox ne peut conduire à une décohésion totale à l'interface et pourrait expliquer pourquoi les matériaux composites à matrice céramique fissurés possèdent toujours une certaine cohésion avant l'apparition des ruptures de fibres, alors qu'il est fait l'hypothèse d'une décohésion totale.

4. Conclusion

Les propriétés mécaniques de l'interface et leurs influence sur le comportement mécanique du composite unidirectionnel peuvent être estimées à l'aide des tests micromécaniques d'arrachement et de fragmentation. Il a été souligné que l'analyse mécanique de ces tests restent incomplètes et qu'un critère de décohésion multiaxial doit être défini. À partir d'une simulation numérique de l'essai de fragmentation, il a été montré que la distribution de fragments peut être décrite par une distribution de Weibull, facilitant ainsi la manipulation de cette grandeur. Par ailleurs, le cisaillement moyen à l'interface varie avec la déformation appliquée contrairement à ce qui est supposé généralement.

5. Références bibliographiques

1. B.W. Rosen, *Proceedings of the 5th Symposium in Naval Structural Mechanics*, (New York : Pergamon Press, 1967), p. 621.
2. L.B. Greszczuk, in *Special Technical Publication* eds. (Philadelphia (PA) : American Society for Testing and Materials, 1969), p. 42.
3. W.A. Fraser *et al.*, *Proceedings of the 30th Annual Technical Conference*, (The Society of the Plastics Industry, 1975), vol. 22-A, p. 1.
4. A. Kelly *et al.*, *J. Mech. Phys. Solids* 13, 329 (1965).
5. H.L. Cox, *Br. J. Appl. Phys.* 3, 72 (1952).

6. C.-H. Hsueh, *Mater. Sci. Engng.* A123, 1 (1990).
7. M.-H. Auvray *et al.*, *Composites* 25, 776 (1994).
8. P. Feillard *et al.*, *Mater. Sci. Engng.* A188, 159 (1994).
9. V.K. Luk *et al.*, *Int. J. Solids Structures* 15, 805 (1979).
10. G.E. Smith *et al.*, *J. Mech. Phys. Solids* 18, 81 (1970).
11. L.N. McCartney, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 425, 215 (1989).
12. J.A. Nairn, *Mech. Mater.* 13, 131 (1992).
13. R. Gulino *et al.*, *J. Mater. Sci.* 26, 3107 (1991).
14. R.B. Henstenburg *et al.*, *Polymer Composites* 10, 389 (1989).
15. J.P. Favre *et al.*, *J. Mater. Sci.* 26, 189 (1991).
16. P. Feillard *et al.*, *Compos. Sci. Technol.* 50, 265 (1994).
17. M.R. Piggott, *Compos. Sci. Technol.* 30, 295 (1987).
18. W.A. Curtin, *J. Mater. Sci.* 26, 5239 (1991).

INTERACTION FISSURE/INTERFACE

LEGUILLON Dominique

Laboratoire de Modélisation en Mécanique (CNRS URA0229)
Université Pierre et Marie Curie, tour 66
4 place Jussieu, 75252 PARIS CEDEX 05

Introduction - Rappels

De nombreux travaux sont encore menés actuellement dans le cadre de l'élasticité linéaire et de la mécanique de la rupture fragile (AMESTOY & LEBLOND 1991). Cet exposé présente quelques généralisations possibles de ces résultats dans le cas de matériaux anisotropes et hétérogènes.

L'analyse bidimensionnelle proposée repose tout d'abord sur l'utilisation des singularités, les représentations locales des déplacements sont recherchées sous la forme :

$$(1) \quad \underline{U}(x_1, x_2) = k r^\alpha \underline{u}^+(\theta) + \dots$$

qui donnent naissance à des contraintes en $r^{\alpha-1}$ singulières dès que $\alpha < 1$. Le coefficient k , généralisation du facteur d'intensité des contraintes, peut être calculé à partir d'une intégrale de contour (LEGUILLON & SANCHEZ-PALENCIA, 1987) :

$$(2) \quad k = \int_{\Gamma} [\sigma(\underline{U}^{ef}) \underline{n} r^{-\alpha} \underline{u}^- - \sigma(r^{-\alpha} \underline{u}^-) \underline{n} \underline{U}^{ef}] ds$$

où \underline{U}^{ef} est la solution éléments finis calculée, où Γ est un contour quelconque entourant la singularité et où $r^{-\alpha} \underline{u}^-$ est un mode singulier généralisant les fonctions de poids de BUECKNER.

Les développements asymptotiques raccordés constituent le deuxième outil. En présence d'une petite perturbation de diamètre ϵ localisée au voisinage d'un point singulier (petite avancée de fissure, micro-cavité, ...) la solution globale du problème perturbé possède deux représentations, le développement extérieur, valide hors d'un voisinage de la perturbation :

$$(3) \quad \underline{U}^\epsilon(x) = \underline{U}^0(x) + \epsilon^{2\alpha} \underline{U}^1(x) + \dots$$

et le développement intérieur, dans un voisinage de l'origine. Ce dernier s'exprime après changement de variable (dilatation $y = x/\epsilon$) :

$$(4) \quad \underline{U}^\epsilon(\epsilon y) = \underline{U}^0(0) + \epsilon^\alpha \underline{V}^1(y) + \dots$$

Les conditions de raccords entre les développements conduisent à définir des problèmes bien posés pour les différents termes intervenant dans (3) et (4) et permettent d'exprimer la variation d'énergie potentielle due au micro-défaut :

$$(5) \quad \delta W = k^2 K \epsilon^{2\alpha} + \dots$$

K représente une constante, indépendante du chargement mais prenant en compte la géométrie de la perturbation (angle de branchement de la fissure, forme du trou ...). C'est le résultat (5) qui va servir à étendre la portée du critère de GRIFFITH aux situations anisotropes et inhomogènes en définissant le taux de restitution de l'énergie par $G = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \delta W/\epsilon$.

Rupture fragile dans les milieux anisotropes

La situation est encore ici assez simple, on a tout d'abord $\alpha = 1/2$ et la généralisation de la formule (5) :

$$(6) \quad \delta W = A_{pq} k_p k_q \epsilon + \dots \quad p, q = 1, 2$$

où les A_{pq} sont des constantes géométriques et où k_1 et k_2 sont les facteurs d'intensité des contraintes des modes 1 et 2 (il y a une certaine analogie avec les milieux isotropes). Les critères de branchement (G-max) et de propagation (G critique) s'écrivent dans une sollicitation de mode 1 (LEGUILLON, 1993) :

$$(7) \quad A_{11}(\varphi_0) = \sup_{\varphi} A_{11}(\varphi) \quad \text{et} \quad k_1^2 = G_C/A_{11}(\varphi_0)$$

Ainsi, dans un UD carbone/epoxy (T300/914) considéré comme homogène et anisotrope (homogénéisé), pour une fissure initiale à 45° des fibres, le mode 1 provoque un angle de branchement de l'ordre de 215° (180° = pas de branchement). Au contraire, pour une fissure initiale parallèle aux fibres, le fort aplatissement de la courbe $A_{11}(\varphi)$ montre que s'il n'y a pas a priori de branchement, la moindre perturbation de G_C peut faire dévier la fissure. Ceci peut paraître évidemment contraire à l'entendement, mais c'est qu'on identifie intuitivement la direction des fibres à une direction de rupture privilégiée. Le G_C n'est donc pas isotrope $G_C = G_C(\varphi)$. On peut alors déduire, dans le cas d'une fissure initiale à 90° des fibres par exemple, que si le G_C dans la direction des fibres est seulement dix fois plus petit que dans les autres directions, la fissure initiale branche pour se propager dans cette direction privilégiée (LEGUILLON, 1993).

Rupture fragile dans les milieux hétérogènes

Comme précédemment, il faut à la fois considérer l'hétérogénéité qui se manifeste au niveau du comportement et celle qui se manifeste au niveau de la rupture. Les deux matériaux entourant l'interface peuvent avoir un G_C différent tout comme l'interface elle-même qui dans la plupart des cas est plus faible que les matériaux environnants.

Pour commencer, nous examinons le cas de la fissure se propageant le long de l'interface. Celle-ci se caractérise par un exposant α complexe (avec $\text{Re}(\alpha) = 1/2$) et un facteur d'intensité des contraintes k complexe également. Citons par exemple en référence l'article de synthèse de RICE (1988). Ce type de solution, possédant un caractère oscillant, entraîne que la condition de non-interpénétration des lèvres de la fissure n'est pas toujours vérifiée. Bien que dans les cas classiques de matériaux cette zone reste très petite, ce n'est pas une règle absolue (WANG, 1983).

Lorsque α est complexe, le taux de restitution d'énergie qui est défini comme une limite, n'existe en général pas. En effet (5) s'écrit (LEGUILLON, 1989) :

$$(8) \quad \delta W = [K k \bar{k} + \text{Re}(K' k^2 e^{2i\text{Im}(\alpha)})] \varepsilon^{2\text{Re}(\alpha)}$$

où K réelle et K' complexe sont des constantes géométriques. Le seul cas exploitable par le critère de GRIFFITH s'obtient lorsque le terme oscillant s'annule, soit $K' = 0$, il correspond à la propagation droite, la fissure reste sur l'interface. Le cas d'une fissure branchant hors de l'interface ne semble pas, en toute rigueur, abordable par cette méthode. Les quelques travaux menés dans cette direction tendent à négliger les effets du terme oscillant (HE & HUTCHINSON, 1989a).

Nous analysons maintenant le cas d'une fissure propageant dans l'un des composants et approchant une interface. La situation est très différente ici, car si jusqu'alors $\text{Re}(\alpha) = 1/2$, ceci n'est plus vrai maintenant. Selon les matériaux en présence, deux situations peuvent se présenter : $\alpha < 1/2$ et $\alpha > 1/2$. Ce résultat connu (ERDOGAN & BIRICICOGU, 1973, HE & HUTCHINSON, 1989b, LEGUILLON, 1989) a évidemment des conséquences importantes en termes de rupture. Ces propriétés donnent lieu à la distinction entre singularités fortes et faibles (LEGUILLON & SANCHEZ-PALENCIA, 1992). A l'aide de (6), on voit que, dans le cas $\alpha < 1/2$, la propagation est d'abord instable en approchant l'interface puis stable au delà. De plus cela se produit pour des chargements très faibles, le critère est très rapidement atteint. C'est ce type de mécanisme qui explique le déchaussement des fibres rompues dans un composite. En effet, la singularité régnant en pointe de fissure d'une fibre rompue est extrêmement forte (typiquement $\alpha \simeq 0.2$), cette fissure continue donc de propager, même sous de très faibles chargements, dans la direction la plus faible, l'interface fibre/matrice.

Les mécanismes s'inversent dans l'autre cas $\alpha > 1/2$. On se trouve en réalité ici dans la même situation que celle qui prévaut pour l'initiation, il serait plus

correct de dire "si la fissure propage (mais notre critère ne permet pas de le prédire) alors la propagation a les propriétés énoncées". Seule la présence d'un défaut par exemple permet de prolonger le raisonnement.

Les interfaces épaisses

Une tendance nouvelle consiste maintenant à considérer les interfaces non plus comme une ligne idéale mais comme une structure mince possédant ses propres lois de comportement. On peut pour cela commencer par reprendre et étendre les travaux effectués sur les assemblages collés (GILIBERT & RIGOLOT 1979) et sur les interfaces imparfaites (NGUETSENG & SANCHEZ-PALENCIA, 1985). L'approche décrite ci-dessus présente, dans ce cadre, quelques difficultés techniques et mathématiques supplémentaires (LEGUILLON, 1994).

Bibliographie

- AMESTOY M. & LEBLOND J.B., 1991, Crack paths in plane situation - II Detailed form of the expansion of the stress intensity factors, *Int. J. Solids Structures*, 29, 4, P.465-501.
- ERDOGAN F. & BIRICICOGU V., 1973, Two bonded half planes with a crack going through the interface, *Int. J. Eng. Sci.*, 11, p.745-766.
- HE M.Y. & HUTCHINSON J.W., 1989a, Kinking of a crack out of an interface, *J. of Appl. Mech.*, 56, p.270-278.
- HE M.Y. & HUTCHINSON J.W., 1989b, Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, *Int. J. Solids Structures*, 25, p.1053-1067.
- GILIBERT Y. & RIGOLOT A., 1979, Analyse asymptotique des assemblages collés à double recouvrement sollicités au cisaillement en traction, *J. de Méca. Appl.*, 3, p.341-372.
- LEGUILLON D., 1989, Calcul du taux de restitution de l'énergie au voisinage d'une singularité, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 309, série II, p.945-950.
- LEGUILLON D., 1993, Asymptotic and numerical analysis of a crack branching in non-isotropic materials, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 12, 1, p.33-51.
- LEGUILLON D., 1994, Un exemple d'interaction singularité-couche limite pour la modélisation de la fracture dans les composites, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 319, série II, p.161-166
- LEGUILLON D. & SANCHEZ-PALENCIA E., 1987, *Computation of singular solutions in elliptic problems and elasticity*, Masson, Paris, J. Wiley, New York.
- LEGUILLON D. & SANCHEZ-PALENCIA E., 1992, Fracture in heterogeneous materials - Weak and strong singularities, in *New Advances in Computational Structural Mechanics*, P. Ladevèze and O.C. Zienkiewicz ed., *Studies in Applied Math*, 32, Elsevier, Amsterdam, p.423-434.
- NGUETSENG N. & SANCHEZ-PALENCIA E., 1985, Stress concentration for defects distributed near a surface, in *Local Effects in the Analysis of Structures*, P. Ladevèze ed., Elsevier, Amsterdam, p.55-74.
- RICE J.R., 1988, Elastic Fracture Mechanics concepts for interfacial cracks, *J. Appl. Mech.*, 55, p.98-103.
- WANG S.S. 1983, Fracture mechanics for delamination problems in composite materials, *J. of Composite Materials*, 17, p.210-223.

THE NATIONAL ARCHIVES
COLLECTIONS

1. [Illegible text]
2. [Illegible text]
3. [Illegible text]
4. [Illegible text]
5. [Illegible text]
6. [Illegible text]
7. [Illegible text]
8. [Illegible text]
9. [Illegible text]
10. [Illegible text]

Session 8:
Interfaces Collées

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

Approche énergétique des contraintes d'interface dans les assemblages collés

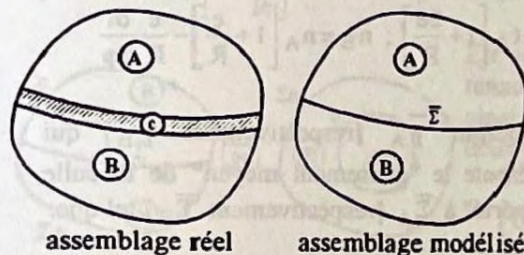
SEGURA J.M.

Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, IUT de Génie Mécanique, 50 chemin des maraîchers 31077 Toulouse cedex

Introduction:

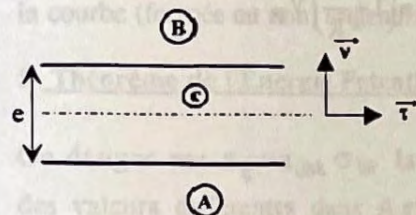
Dans les assemblages collés, on propose de considérer les "minces couches" de colle comme des "surfaces de discontinuité" pour les déplacements et les contraintes. Des hypothèses "physiquement raisonnables" sur le comportement de la colle permettent d'établir un théorème des travaux virtuels conduisant à un Théorème de l'Energie Potentielle associé à des champs statiquement admissibles. Ce théorème permet alors d'évaluer à l'aide de calculs variationnels les contraintes dans les matériaux à coller et plus particulièrement les contraintes de cisaillement et de pelage à l'interface.

1- Modélisation de l'assemblage



A et B désignant les corps assemblés par une "mince couche" de colle C, on remplace l'ensemble AUBUC par l'ensemble AUB, la couche de colle se réduisant à une surface de discontinuité $\bar{\Sigma}$ dont on précisera les propriétés.

2- Hypothèses sur le comportement de la couche de colle



* Hypothèse 1: L'épaisseur "e" du film de colle est faible devant la longueur de collage.

* Hypothèse 2: La colle ne doit pas travailler en traction dans le sens "longitudinal".

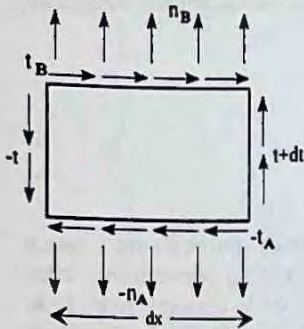
On a donc $\sigma_{\tau\tau} \approx 0$ (Hypothèse couramment faite par D. Gay [Gay 92])

* Hypothèse 3: Si $\vec{u} = u\vec{\tau} + v\vec{\nu}$ désigne le déplacement, on suppose:

$|v_A - v_B| \ll |u_A - u_B|$, ce qui revient à négliger le décollement relatif de A et B devant leur glissement relatif.

3- Transmission des efforts par la couche de colle

On va comparer les valeurs respectives (n_A, t_A) et (n_B, t_B) de la contrainte de pelage σ_{vv} et de la contrainte de cisaillement σ_{tv} aux interfaces entre la colle et les matériaux A et B.



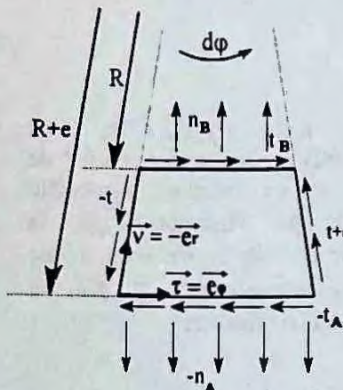
1^{er} cas: la couche est plane: [$\bar{r} = \bar{x}$; $\bar{v} = \bar{y}$; $\bar{z} = \bar{r} \wedge \bar{v}$]

• On a alors: $t_A = t_B = t$ et $n_B \approx n_A - e \frac{dt}{dx}$

• Le glissement s'écrit: $\gamma \approx \frac{u_B - u_A}{e} + \frac{dv}{dx}$, t étant relié à γ par la relation $t = G_C \cdot \gamma$ où G_C représente le module de cisaillement de la colle.

2^{ème} cas: la couche est cylindrique:

[Le cylindre étant engendré par une courbe (C) se déplaçant parallèlement à \bar{z}].



L'équilibre d'un élément de colle montre que :

$$t_B \approx t_A \left[1 + \frac{2e}{R} \right]; n_B \approx n_A \left[1 + \frac{e}{R} \right] - \frac{e}{R} \frac{dt}{d\phi}$$

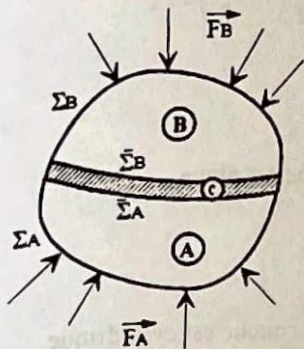
On définit $\bar{\gamma}_A$ [respectivement $\bar{\gamma}_B$] qui représente le "glissement moyen" de la colle "rapporté" à $\bar{\Sigma}_A$ [respectivement $\bar{\Sigma}_B$] tel que:

$$\begin{cases} \bar{\gamma}_A \approx \frac{u_B - u_A}{e} + \frac{u_B}{R} + \frac{1}{R} \frac{dv}{d\phi} \\ \bar{\gamma}_B \approx \frac{u_B - u_A}{e} + \frac{u_A}{R} + \frac{1}{R} \frac{dv}{d\phi} \end{cases} \quad \bar{\gamma}_A \approx \left(1 + \frac{e}{R} \right) \bar{\gamma}_B$$

On montre que:

$$\begin{cases} \bar{\gamma}_A \approx \left(1 + \frac{e}{R} \right) \frac{t_A}{G_C} \\ \bar{\gamma}_B \approx \left(1 - \frac{2e}{R} \right) \frac{t_B}{G_C} \end{cases}$$

4- Théorème des travaux virtuels



* Le matériau A [respectivement B] a pour bord $\Sigma_A \cup \bar{\Sigma}_A$ [respectivement $\Sigma_B \cup \bar{\Sigma}_B$] où $\bar{\Sigma}_A$ [respectivement $\bar{\Sigma}_B$] désigne la surface de contact avec la couche de colle C.

* Si on désigne par σ_{ij}^* un champ de contraintes statiquement admissible et par \tilde{u} un champ de déplacements virtuel on a:

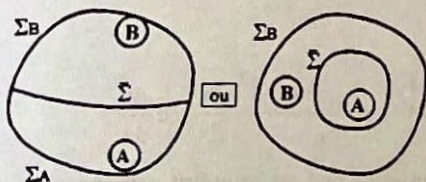
$$\int_{(A)} \sigma_{ij}^* \tilde{\epsilon}_{ij} dv = \int_{\Sigma_A} \bar{F}_A \cdot \tilde{u} d\Sigma + \int_{\bar{\Sigma}_A} [t_A \tilde{u}_A + n_A \tilde{v}_A] d\Sigma \dots [1]$$

$$\int_{(B)} \sigma_{ij}^* \tilde{\epsilon}_{ij} dv = \int_{\Sigma_B} \bar{F}_B \cdot \tilde{u} d\Sigma - \int_{\bar{\Sigma}_B} [t_B \tilde{u}_B + n_B \tilde{v}_B] d\Sigma \dots [2]$$

N.B.: On suppose que sur tout Σ_A [respect. Σ_B] les efforts appliqués sont connus.

On a $d\Sigma = dz ds$ avec $ds = ds_A$ sur $\bar{\Sigma}_A$ et $ds = ds_B$ sur $\bar{\Sigma}_B$ où ds_A et ds_B sont tels que:

$$\left\{ \begin{array}{l} * ds_A = ds_B \text{ si la couche de colle est plane} \\ * ds_B = ds_A \left[1 - \frac{e}{R} \right] \text{ si elle est cylindrique, } R \text{ désignant le rayon de courbure} \end{array} \right. \dots [3]$$



En additionnant les relations [1] et [2] et en tenant compte des résultats du paragraphe 3 ainsi que des relations [3], on trouve dans les deux cas de figure ci-contre:

$$\int_{(A \cup B)} \sigma_{ij}^* \tilde{\epsilon}_{ij} dv = \int_{(A \cup B)} \bar{F}_i \cdot \tilde{u} d\Sigma - \int_{\bar{\Sigma}_A} e t_A \tilde{\gamma}_A d.. [4]$$

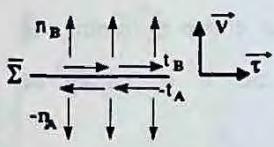
N.B.: Dans l'intégrale sur $\bar{\Sigma}$ apparaît dans les calculs le terme $\int_{\bar{\Sigma}} \frac{d}{ds} [t v] ds$ où (\mathcal{C}) est la courbe (fermée ou non) engendrant $\bar{\Sigma}$. Ce terme est nul dans les deux cas.

5- Théorème de l'Energie Potentielle

On désigne par $\epsilon_{ij} = a_{ijhk} \sigma_{hk}$ la loi de comportement [les coefficients a_{ijhk} prenant des valeurs différentes dans A et B]. Le théorème des travaux virtuels précédent permet d'établir que le champ des contraintes réelles σ_{ij} minimise l'énergie potentielle suivante \mathcal{E}_p :

$$2\mathcal{E}_p = \int_{(A \cup B)} a_{ijkl} \sigma_{ij}^* \sigma_{hk}^* dV + \int_{\bar{\Sigma}_A} e \frac{t_A^*{}^2}{Gc} \left(1 + \frac{c}{R}\right) d\bar{\Sigma}_A$$

les champs σ_{ij}^* vérifiant sur $\bar{\Sigma}$ les relations de discontinuité:

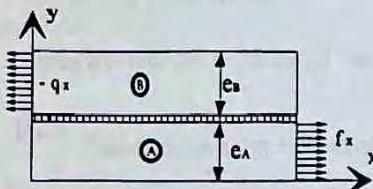


$$\begin{cases} t_B^* = t_A^* \\ n_B^* = n_A^* - e \frac{dt^*}{dx} \end{cases} \text{ si la couche est plane}$$

$$\begin{cases} t_B^* = t_A^* \left[1 + \frac{2c}{R}\right] \\ n_B^* = n_A^* \left[1 + \frac{c}{R}\right] - e \frac{dt^*}{ds} \end{cases} \text{ si la couche est cylindrique}$$

N.B.: On rappelle que $\sigma_{vv}^{*(A)} = n_A$; $\sigma_{vv}^{*(B)} = n_B$; $\sigma_{\tau v}^{*(A)} = t_A^*$; $\sigma_{\tau v}^{*(B)} = t_B^*$.

6- Application



- On considère un assemblage collé symétrique [seule la moitié supérieure est représentée ici]
- On considère un champ statiquement admissible

$$t_A = t_B = t = -e_A \frac{d\sigma_{xx}^{(A)}}{dx} = e_B \frac{d\sigma_{xx}^{(B)}}{dx}$$

$$\begin{cases} \sigma_{xy}^{(A)} = t \frac{y}{e_A}; \sigma_{xy}^{(B)} = t \frac{e_A + e_B - y}{e_A} \\ \sigma_{yy}^{(A)} = \frac{1}{2} \left[e_A + e_B - \frac{y^2}{e_A} \right] \frac{dt}{dx^2}; \sigma_{yy}^{(B)} = \frac{1}{2} \frac{[y - (e_A + e_B)]^2}{e_B} \frac{dt}{dx} - e \frac{dt}{dx} \end{cases}$$

En appliquant le théorème de l'Energie Potentielle on est conduit en posant $\sigma(x) = \sigma_{xx}^{(B)}$ à l'équation:

$$\begin{cases} 2E \frac{d^4\sigma}{dx^4} + 2(B-C) \frac{d^2\sigma}{dx^2} + 2A\sigma + D = 0 \\ \text{avec } \sigma(0) = q; \sigma(L) = 0; \frac{d\sigma}{dx}(0) = \frac{d\sigma}{dx}(L) = 0 \end{cases}$$

Les calculs sont menés à bien à l'aide du logiciel de calcul formel "MATHEMATICA™".

[WOL91] S. Wolfram, Mathematica: a system for doing Mathematics by computers, second Edition., Addison Wesley, 1991.

[GAY92] D. GAY, Matériaux Composites, HERMES, 3^{ème} édition - Paris - 1992

Comportement asymptotique d'une bande dissipative mince de faible rigidité, simulation du collage

Frédéric Lebon*, Christain Licht*, Gérard Michaille** et Ahmed Ould Khaoua*

* Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5

**Laboratoire d'Analyse Convexe, Université Montpellier 2, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5

Une approche des lois de comportement d'interfaces

Une tendance en analyse du contact frottant entre deux corps déformables est d'invoquer un troisième corps très mince situé entre eux. Le collage de deux corps élastiques met en jeu aussi un troisième corps avec un comportement mécanique très différent. Afin de proposer des lois macroscopiques de comportement d'interface déduites de considérations microscopiques, nous avons considéré la situation modèle suivante.

Un corps déformable C parfaitement élastique est relié sur une partie S de sa frontière à un substrat rigide par une bande B dissipative; la bande de faible épaisseur et de rigidité petite par rapport à celle de C est supposée parfaitement collée au substrat et au corps. Cette situation met en jeu :

- la rhéologie de la bande qu'on suppose décrite par une énergie de déformation et un potentiel de dissipation où apparaissent, dans leurs expressions analytiques, des coefficients multiplicatifs rendant compte de la faible rigidité et du niveau de dissipation,

- l'épaisseur et la forme de la bande,

- une éventuelle hétérogénéité de comportement dans B afin de prendre en considération des irrégularités de collage.

L'évolution du corps soumis à un chargement donné dépend donc d'un certain nombre de *paramètres*. On étudie le comportement asymptotique lorsque les paramètres tendent vers une limite - zéro en ce qui concerne ceux d'épaisseur et de rigidité! En utilisant les méthodes mathématiques de l'analyse variationnelle, on montre qu'apparaît une nouvelle condition de liaison de C au substrat rigide selon S en la quelle la bande se réduit. Cette condition lie le vecteur contrainte σ au déplacement u et à la vitesse \dot{u} . Elle dépend fortement des comportements relatifs des divers paramètres; voici quelques exemples.

a) Dans le cas d'une bande homogène la structure de la loi de comportement de la liaison est celle initiale de la bande. Si énergie de déformation et potentiel de dissipation dans B, d'épaisseur uniforme ϵ , s'écrivent

$$W = \lambda/2 \operatorname{tr}(e(u))^2 + \mu |e(u)|^2, \quad D = b/p |e(\dot{u})|^p \quad 1 \leq p,$$

où e est l'opérateur gradient symétrisé, l'énergie et la dissipation surfacique sont:

$$\lim(\lambda/\epsilon) (1/2 |u \cdot n|^2) + \lim(\mu/\epsilon) |u \otimes_s n|^2, \quad \lim(b/\epsilon^{p-1}) 1/p |\dot{u} \otimes_s n|^p$$

n est la normale unitaire et $(u \otimes_s n)_{ij} = u_i n_j$, la formule devant être lue avec la convention $\infty \times 0 = 0$. Les comportements sont variés, notons qu'on peut récupérer ainsi les lois usuelles de frottement de Norton et de Tresca avec contact bilatéral $u \cdot n = 0$.

b) Au contraire dans le cas d'une distribution périodique ou aléatoire d'hétérogénéités de comportement dans la bande, une loi à mémoire courte peut donner naissance à une loi d'interface à mémoire longue déterministe ou stochastique.

c) La faible rigidité de la bande suggère de se placer dans le cadre de grandes déformations et donc de considérer des densités d'énergie non convexes, des premiers résultats ont été obtenus dans le cas non dissipatif.

Enfin, il est à noter que cette approche fournit une description à l'échelle de la bande des champs de déplacements et de contraintes. Divers contributions ([1],[2],[3],[6], etc ... et leurs références) ont été apportées à certains points de cette étude.

Résultats numériques en élasticité linéarisée

L'intérêt de cette approche est aussi numérique: la résolution numérique du problème limite est plus aisée que celle du problème de départ. Néanmoins, il est intéressant ([4],[5]) de traiter le problème pour des valeurs faibles de l'épaisseur afin de vérifier que les résultats sont cohérents avec la théorie (tab. 1) et de chercher un intervalle d'épaisseur où l'on peut valider les résultats numériques et les appliquer à des problèmes réels de collage.

La géométrie de la bande est de la forme $ef(x)$. Les coefficients de Lamé de la bande sont de la forme: $\lambda_\epsilon = \lambda \epsilon^\alpha$ et $\mu_\epsilon = \mu \epsilon^\beta$ où λ et μ sont des coefficients donnés.

$1 < \beta < 2$	$u_N = 0$ $\sigma_T = 0$	$f \sigma_N = \lambda u_N$ $\sigma_T = 0$	$\sigma_n = 0$
$\beta = 1$	$u_N = 0$ $f \sigma_T = \mu u_T$	$f \sigma_N = (\lambda + 2\mu) u_N = 0$ $f \sigma_T = \mu u_T$	$f \sigma_N = 2\mu u_N$ $f \sigma_T = \mu u_T$
$0 < \beta < 1$	$u = 0$	$u = 0$	$u = 0$
	$0 < \alpha < 1$	$\alpha = 1$	$1 < \alpha < 2$

Table 1 : Lois de comportement d'interface en fonction des paramètres α et β (N et T indiquent les composantes normales et tangentielles).

L'approximation numérique du vecteur contrainte à l'interface bande corps est calculée par une technique de multiplicateurs. Les difficultés numériques proviennent du mauvais conditionnement des matrices éléments finis du problème dû aux très grandes différences de rigidité des matériaux en présence et du grand nombre de degrés de liberté dû à la faible épaisseur de la bande. On a étudié le comportement d'algorithmes de type gradient conjugué préconditionné : préconditionneur diagonal, factorisation incomplète à plusieurs niveaux de type DKR et factorisation SSOR d'Evans. Ces algorithmes se sont montrés à la fois efficaces et robustes.

On étudie différents cas de géométrie de la bande : plane, sinusoïdale et de la forme plateaux-vallées. Pour des valeurs de l'épaisseur de l'ordre du 1/100 du solide collé, les résultats numériques commencent à devenir cohérents avec la théorie. On observe une convergence rapide vers la solution théorique en faisant tendre ϵ vers 0 et cela pour les différents cas de bandes traitées (fig. 1 et 2) et dans les 9 cas de lois décrites dans la table 1. Au niveau microscopique, on observe que le déplacement dans la bande est linéaire par rapport à la deuxième variable comme le prévoit la théorie.

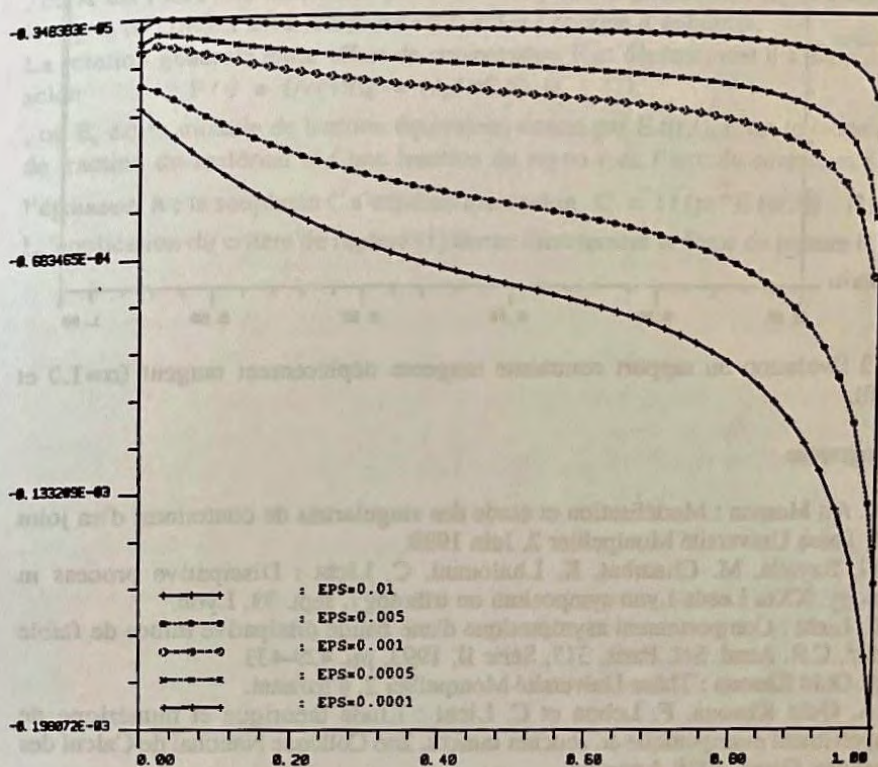


Figure 1 : Evolution du déplacement normal en fonction de l'épaisseur ($\alpha=0.5$ et $\beta=0.5$).

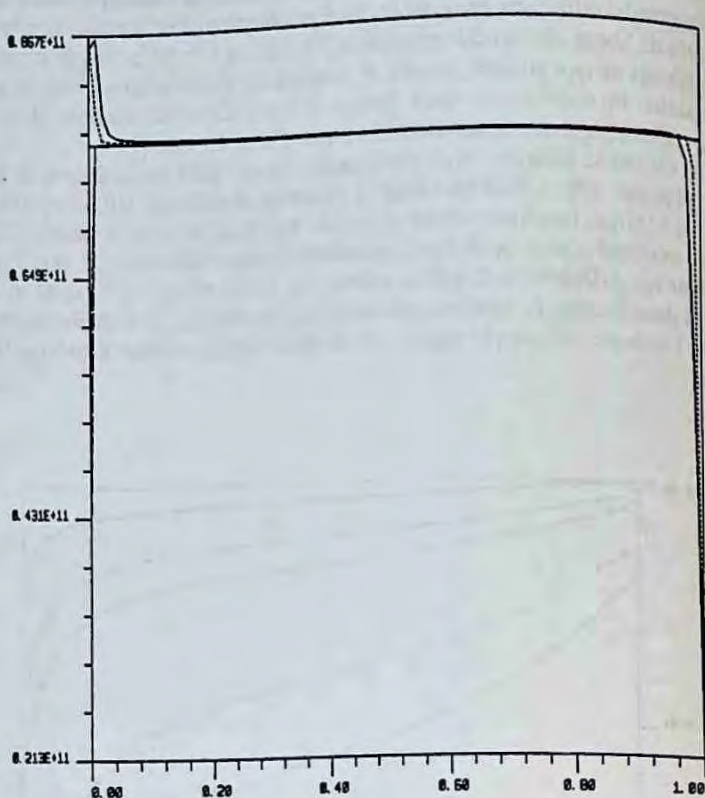


Fig. 2 Evolution du rapport contrainte tangente déplacement tangent ($\alpha=1.0$ et $\beta=1.0$).

Bibliographie

- [1] A. Ait Moussa : Modélisation et étude des singularités de contraintes d'un joint collé, Thèse Université Montpellier 2, Juin 1989.
- [2] G. Bayada, M. Chambat, K. Lhalouani, C. Licht : Dissipative process in tribology, XXth Leeds-Lyon symposium on tribology, sept. 93, Lyon.
- [3] C. Licht : Comportement asymptotique d'une bande dissipative mince de faible rigidité, C.R. Acad. Sci. Paris, 317, Série II, 1993, pp. 429-433.
- [4] A. Ould Khaoua : Thèse Université Montpellier 2, à paraître.
- [5] A. Ould Khaoua, F. Lebon et C. Licht : Etude théorique et numérique de comportement asymptotique de couches minces, 2nd Colloque National de Calcul des Structures, Giens, 1995, à paraître.
- [6] P. Suquet : Discontinuities and plasticity, Nonsmooth mechanics and applications, Eds. J.J. Moreau, P.D. Panagiotopoulos, Springer-Verlag, Wien, 1988, pp. 315-323.

Application de méthodes perturbatives à des problèmes de contact et d'adhésion

J.F. Ganghoffer, J. Schultz

Centre de Recherches sur la Physico-Chimie des Surfaces Solides, 24 Av. du P^e Kennedy. 68200 MULHOUSE.

I. INTRODUCTION

Nous situons la problématique de l'adhésion d'un point de vue mécanique par l'emboîtement d'un problème d'adhésion - où l'on détermine une loi de contact/ rupture d'un film adhésif mince - et d'un problème d'adhérence où la loi de contact établie est intégrée dans la résolution d'un problème à l'échelle d'une structure, soit typiquement deux adhérents reliés par un adhésif. Nous mettons en oeuvre des méthodes perturbatives pour l'étude de problèmes de contact et d'adhésion de films adhésifs minces.

II. Adhésion entre un poinçon rigide et une couche mince élastique

Le problème d'adhésion entre un poinçon rigide à base cylindrique plane et une couche élastique fut abordé pour la première fois par Kendall [1]. La condition de propagation est donnée par le critère de rupture de Griffith [2] :

$$-(\partial W / \partial A)^{1/2} \geq G_a \quad (1)$$

, où A est l'aire nouvelle créée ($A = \pi(a - r)$) pour un poinçon de rayon a dont le rayon de contact avec la couche est r) et G_a l'énergie d'adhésion.

La relation générale entre effort de compression F et déplacement d s'exprime selon

$$F/d = (A/t)E_e = (A/t)E f(r,t) \quad (2),$$

, où E_e est le module de traction équivalent, donné par $E.f(r,t)$. E est le module de traction du matériau et f une fonction du rayon r de l'aire de contact et de l'épaisseur h ; la souplesse C s'exprime alors selon $C = t/(pr^2 E f(r,t))$ (3)

L'application du critère de rupture (1) donne directement la force de rupture F_c

selon $F_n^2 = -2G_a / (\partial C / \partial \lambda) = -4\pi r G_a / (\partial C / \partial r)$ (4),
soit en substituant les équations (2) et (3), une contrainte de rupture σ_n

$$\text{vérifiant } \sigma_n^2 = 2E_c G_a / (1 + (r f'(r, t) / 2f(r, t))) \quad (5).$$

Le module d'Young E du caoutchouc (mélange de caoutchouc naturel et de SBR) a été mesuré à 1.1 MPa. La contrainte de rupture $h \sigma_n^2$ mesurée et celle calculée à partir de la relation (5) et de l'évaluation par éléments finis (code TEXPAC, [3]) du module équivalent (4), [4] sont représentées en fonction du rapport a/h (fig. 1).

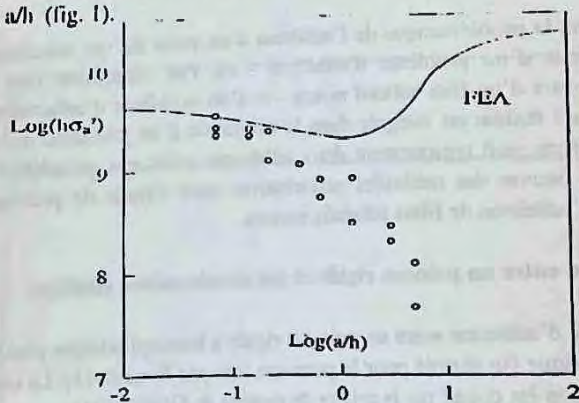


Figure 1 : Comparaison entre la contrainte de rupture calculée et celle mesurée.
Courbe en trait plein : valeurs calculées avec $G_a = 300 \text{ J/m}^2$, $\nu = 0.495$. Cercles :
valeurs expérimentales.

En supposant que le module de traction de l'adhésif suit la loi d'échelle $E = \varepsilon E_0$ (avec E_0 de l'ordre de grandeur du module de traction des adhérents), la solution au premier ordre [5] est telle que :

$$\sigma_{12}^0 = 0; \sigma_{11}^0 = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{33}^0; \sigma_{22}^0 = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{33}^0$$

$$\sigma_{13,3}^0 = 0 \quad (6); \sigma_{33}^0 = u_{3,3}^0 \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (7)$$

L'équation (6) et l'expression des composantes planes des contraintes montrent que σ^0 est constant dans l'épaisseur de l'adhésif, alors que (7) implique que le déplacement u^0 varie linéairement dans l'épaisseur de l'adhésif.

Les valeurs expérimentales obtenues dans le domaine des rapports a/h grands sous-estiment largement les prédictions théoriques, ce que nous attribuons aux difficultés d'assurer une bonne homogénéité ainsi qu'une épaisseur constante du film d'adhésif.

La contrainte de rupture d'un film mince est obtenue à partir de la solution asymptotique au contact ; la dissipation $\Phi = G\dot{A}$, et la fissure se propage lorsque G est supérieure à une valeur critique G_a . Pour une fissure qui se propage dans un film d'épaisseur t dans la direction e_1 , G est l'intégrale de

$$\text{contour invariante } G = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_{\Gamma} (\underline{N} \cdot \underline{P} \cdot \underline{e}_1) d\Gamma \quad (8)$$

, où \underline{P} est le tenseur d'Eshelby $\underline{P} = W \cdot \underline{I} - \underline{\sigma} \cdot \underline{\Gamma}$ et Γ un contour entourant le front de fissure ; \underline{N} est la normale à la direction de propagation de la fissure. On exprime \underline{P} dans la base $(\underline{e}_1, \underline{N})$, d'où $G = \frac{1}{2l} \int_{\Gamma} \sigma_{33} u_{3,3} dx_2$ (9), ce qui avec la loi de contact (7) détermine la contrainte de rupture :

$$\sigma_{31} = \left(\frac{2 K^u G_{31}}{l} \right)^{1/2} \quad (10)$$

III. Comportement de films minces viscoplastiques

On considère le problème du joint collé par un adhésif mince viscoplastique obéissant à la loi de Norton-Hoff $e(u) = \lambda |\sigma|^{q-2} \sigma$ (11)

, où λ et q sont deux paramètres caractéristiques du matériau. On considère une dépendance du coefficient λ du type $\lambda = \lambda_0 \varepsilon^\alpha$ (12), avec λ_0 et α constants.

On montre alors [6,7] que la solution d'ordre un détermine un comportement de l'adhésif qui dépend du domaine d'appartenance de α : lorsque $\alpha < -1$, le déviateur des contraintes est nul dans l'adhésif, et celui-ci résiste uniquement à une pression, alors que pour $\alpha > -1$, la vitesse est constante dans l'épaisseur (l'incompressibilité locale se répercute à l'échelle globale). Dans ces deux cas, le vecteur traction est trouvé constant dans l'épaisseur.

Le cas $\alpha = -1$ correspond à un équilibre entre l'effet rigidifiant lié à la diminution d'épaisseur et l'adoucissement imposé par la loi de comportement (12). L'adhésif se comporte alors comme une plaque bidimensionnelle (vitesse linéairement variable et contrainte constante dans l'épaisseur) ; la loi de contact

$$\text{vérifie } \sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 = \sigma_{33}^0 = \sigma_{12}^0 ; \lambda_0 |\sigma^0|^{q-2} \sigma_{3\alpha}^0 = u_{\alpha,3}^0 ; u_{3,3}^0 = 0$$

On détermine des formulations variationnelles équivalentes du problème limite, et on montre l'existence et l'unicité de la solution du premier ordre pour $\alpha = -1$ sous la condition de vecteur traction imposé [7]. Lorsque le déplacement latéral est nul sur les bords de l'adhésif (ce qui élimine la couche limite) et les forces volumiques négligeables, la solution d'ordre deux est telle que le champ de vitesse est quadratique dans l'épaisseur, et le champ de contrainte linéaire ; de plus, l'adhésif est une surface matérielle quel que soit l'ordre considéré. Les convergences faible et forte de la solution tridimensionnelle vers la solution 2D ont lieu pour $q > 1$. Les vitesses de convergence sont étudiées.

IV. Contact entre un hémisphère rigide et une couche mince élastique

On considère l'enfoncement d'une couche mince (épaisseur h) élastique (module de traction E , coefficient de Poisson ν) collée sur un support rigide plan par un hémisphère rigide (rayon R). Le déplacement $u : \bar{\Omega}^\varepsilon \rightarrow \mathbb{R}^3$ est défini à partir de l'application $\phi : \bar{\Omega}^\varepsilon \rightarrow \mathbb{R}^3$, telle que $\phi = \text{Id} + u$.

La mesure des déformations se fait par le tenseur de Green, alors que l'adhésif vérifie une loi de S' Venant-Kirchhoff.

La loi de contact de l'adhésif en grands déplacements est déduite par de l'asymptotique dans la situation d'un adhésif plus mou que les adhérents (on suppose que le module de l'adhésif vérifie $\bar{E} = \varepsilon \cdot E_0$), et l'identification de la solution à l'ordre dominant montre que le placement ϕ varie linéairement dans l'épaisseur de l'adhésif, alors que le tenseur des contraintes planes est nul. On obtient de plus des mesures simplifiées de déformations, soit

$$E_{33} = w_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta\phi \cdot \Delta\phi}{h^2} - 1 \right), \quad (13) \text{ avec } \Delta\phi = (\phi^1 - \phi^2), \text{ où } \phi^1, \phi^2 \text{ sont les}$$

traces de ϕ sur les interfaces.

$$E_{3\alpha} = \frac{1}{2} w_{\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\phi}{h} \frac{\partial\phi_0}{\partial X_{\alpha}} \right), \text{ avec } \phi_0 = \frac{1}{2} (\phi^1 + \phi^2) \quad (14); \quad E_{\alpha\beta} = 0 \quad (15)$$

La force de compression F vérifie la loi théorique suivante :

$$F(V) = \frac{k(t)\pi R K^u}{2t} V^2 \quad (16), \text{ avec } K^u = E \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ et } k(t) \text{ une fonction}$$

de l'épaisseur, qui concorde de façon satisfaisante (moyennant l'incertitude sur la compressibilité de l'adhésif) avec des expériences de compression menées sur des films en élastomère (mélange 50% NBR- 50% CN), fig. 2.

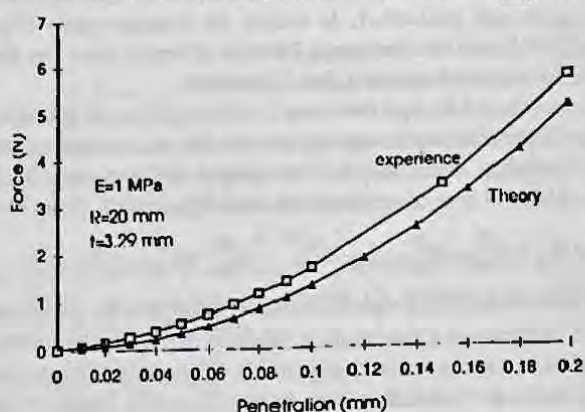


Figure 2 : Force de compression exercée par un hémisphère rigide sur un film élastique mince

V. CONCLUSION

Les méthodes perturbatives sont particulièrement bien adaptées à la mécanique de l'adhésion, car elles permettent d'obtenir les lois de contact de films adhésifs minces de façon déductive, i.e. sans faire aucune hypothèse a priori sur la cinématique de l'adhésif. Nous visons à étendre le champ d'application des techniques perturbatives à l'étude de films minces endommagés.

Références bibliographiques

- [1] K. KENDALL. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, **4**, 1186 (1971).
- [2] J.G. WILLIAMS. 'Fracture Mechanics of Polymers', Wiley, New-York, (1984), 30.
- [3] TEXPAC-LPC. Structural Analysis of Elastomers. User Manual, HLA Engineers, Inc. Dallas, Texas, 1993.
- [4] J.F. GANGHOFFER, A.N. GENT. Adhesion of a rigid punch to a thin elastic layer. *Jnal of Adhesion* (1994). To appear.
- [5] A. KLARBRING. Derivation of a model of adhesively bonded joints by the asymptotic expansion method. *Int. Jnal Engng Sci.* **29**, N°4 (1991) 493-512.
- [6] GANGHOFFER, J. SCHULTZ. A deductive theory of friction. *Wear*. To appear.

