

Approche polycristalline pour l'endommagement en FGNC des alliages métalliques sous chargement multiaxial

C. Mareau^a

a. Arts et Métiers ParisTech, Campus d'Angers, LAMPA, charles.mareau@ensam.eu

Résumé

Ce travail se concentre sur le comportement des polycristaux métalliques dans le domaine de la fatigue à grand nombre cycles (FGNC). Il s'agit de montrer comment, à partir d'un modèle de comportement, il est possible de capter l'influence du mode de chargement sur l'endommagement en fatigue. Une des originalités de ce travail est d'appliquer les outils de la mécanique de l'endommagement à l'échelle cristalline pour décrire localement la dégradation progressive des propriétés qui conduit à la rupture en fatigue. L'intérêt d'une telle approche est de pouvoir discuter du rôle de la multiaxialité, de la localisation spatiale de l'endommagement et de la corrélation entre endommagement et dissipation de chaleur.

Mots clés : Polycristaux, Endommagement, Plasticité, Métaux.

1. Introduction

Pour les matériaux métalliques, il est largement admis que le comportement en FGNC est influencé par la présence d'hétérogénéités microstructurales [1]. En effet, en fonction des caractéristiques microstructurales (e.g. cristallographie, morphologie), l'état de contrainte local s'écarte plus ou moins de sa valeur macroscopique. De ce fait, même si le comportement macroscopique reste essentiellement élastique, il est possible d'accumuler localement des déformations plastiques pouvant conduire à l'amorçage des fissures de fatigue.

Les modèles polycristallins permettent de mieux appréhender le rôle des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue. En effet, parce qu'ils donnent des estimations des champs mécaniques locaux, ces modèles sont des outils complémentaires aux techniques expérimentales courantes (e.g. microscopie, DRX). Dans le cadre de la FGNC, différents travaux se sont appuyés sur ces modèles pour par exemple étudier l'influence de l'orientation cristallographique [2,3] ou les effets longueurs internes [4]. Ces travaux se limitent néanmoins à l'étude du processus de déformation plastique sans explicitement considérer la dégradation des propriétés. Afin de modéliser le processus d'amorçage en FGNC dans les alliages métalliques à l'échelle cristalline, on propose dans ce qui suit un modèle de comportement qui, en s'appuyant sur la mécanique de l'endommagement [5], décrit la dégradation progressive des propriétés. La stratégie développée pour intégrer le modèle de comportement dans une approche polycristalline est ensuite détaillée. Quelques exemples d'application de l'approche proposée sont finalement présentés.

2. Description du modèle de comportement

2.1 Lois d'état

On considère ici un élément de volume pour lequel le tenseur des déformations infinitésimales $\boldsymbol{\varepsilon}$ est obtenu par l'addition des contributions élastique et plastique :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1)$$

La déformation plastique est le résultat du glissement se produisant sur un ensemble de systèmes, chaque système s étant composé d'un plan de normale \mathbf{n}^s et d'une direction \mathbf{m}^s . L'état de l'élément de volume à un instant t est représenté par le tenseur des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$, le tenseur des déformations plastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ ainsi que l'ensemble des variables internes de la Table 1. Les variables internes, définies pour chaque système de glissement s , permettent de représenter les phénomènes d'écroutissage isotrope et cinématique ainsi que l'endommagement.

Phénomène	Variable d'état	Force motrice
Déformation	$\boldsymbol{\varepsilon}$	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}$
Glissement plastique	$\boldsymbol{\varepsilon}^p$	$-\boldsymbol{\sigma}$
Ecroutissage isotrope	λ^s	$r^s = Q \sum_t H^{st} \lambda^t$
Ecroutissage cinématique	α^s	$x^s = C \alpha^s$
Endommagement	d^s	$-y^s = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial d^s} : \boldsymbol{\varepsilon}^e$

Table 1. Variables d'état et forces associées

L'écriture du modèle de comportement nécessite d'identifier les forces motrices associées aux variables d'état. A cette fin, on introduit un potentiel d'état, la densité d'énergie libre ψ , tel que :

$$\psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{Q}{2} \sum_s \lambda^s \sum_t H^{st} \lambda^t + \frac{C}{2} \alpha^s \alpha^s \quad (2)$$

Avec \mathbf{c} le tenseur de rigidité, Q et C les modules d'écroutissage isotrope et cinématique et H la matrice d'interaction entre systèmes de glissement. Un élément essentiel de la loi de comportement est la dépendance du tenseur de rigidité \mathbf{c} vis-à-vis des variables d'endommagement d^s :

$$\mathbf{c} = \left(1 - \sum_s d^s\right) \tilde{\mathbf{c}} + \sum_s d^s \left(\mathbf{p}^{sT} : \tilde{\mathbf{c}} : \mathbf{p}^s + \left(1 - h(\mathbf{n}^s \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^e \cdot \mathbf{n}^s)\right) \tilde{c}_n \mathbf{n}^s \otimes \mathbf{n}^s \otimes \mathbf{n}^s \otimes \mathbf{n}^s\right) \quad (3)$$

Où $\tilde{\mathbf{c}}$ est le tenseur de rigidité à l'état non-endommagé dont la projection selon la direction \mathbf{n}^s est donnée par $\tilde{c}_n = (\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{n}^s) : \tilde{\mathbf{c}} : (\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{n}^s)$ et h est la fonction échelon. La définition précédente de \mathbf{c} garantit (i) le respect des symétries mineure et majeure, (ii) le caractère défini positif et (iii) la continuité de la relation contrainte-déformation. Elle permet également, au travers du tenseur de projection \mathbf{p}^s , de prendre en compte le caractère anisotrope de l'endommagement et, via un critère sur la déformation élastique normale $\mathbf{n}^s \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^e \cdot \mathbf{n}^s$, les éventuels effets unilatéraux. On considère ici que, dans le cadre de l'amorçage, l'endommagement se produit le long des bandes de glissement. Cette hypothèse consiste à choisir, pour chaque système de glissement s , un projecteur \mathbf{p}^s tel que :

$$\mathbf{p}^s = \mathbf{m}^s \otimes \mathbf{m}^s \otimes \mathbf{m}^s \otimes \mathbf{m}^s + \mathbf{k}^s \otimes \mathbf{k}^s \otimes \mathbf{k}^s \otimes \mathbf{k}^s + \frac{1}{2} (\mathbf{m}^s \otimes \mathbf{k}^s + \mathbf{k}^s \otimes \mathbf{m}^s) \otimes (\mathbf{m}^s \otimes \mathbf{k}^s + \mathbf{k}^s \otimes \mathbf{m}^s) \quad (4)$$

Avec $\mathbf{k}^s = \mathbf{n}^s \times \mathbf{m}^s$. Comme le montre la Table 1, la dérivation du potentiel d'état permet d'identifier les forces thermodynamiques correspondant aux différentes variables d'état: le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$, les contraintes d'écroutissage isotrope et cinématique r^s et x^s , qui représentent la résistance à l'écoulement plastique, ainsi que le taux de restitution d'énergie élastique y^s , dont l'existence en tant que force motrice de l'endommagement découle du choix de modélisation qui suppose un couplage élasticité-endommagement.

2.2 Lois d'évolution

Pour compléter l'écriture du modèle, il est nécessaire de préciser les relations de comportement qui gouvernent l'évolution des différentes variables internes. Pour ce faire, on définit à partir d'une équivalence en déformation le tenseur des contraintes effectif $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ tel que :

$$\tilde{\mathbf{c}}^{-1} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{c}^{-1} : \boldsymbol{\sigma} \quad (5)$$

On choisit ici de se placer dans le cadre de la viscoplasticité. Suivant la proposition de [6], le taux de glissement plastique est déterminé à chaque instant à partir d'une loi puissance avec seuil:

$$\dot{\gamma}^s = \left(\frac{\langle |\tilde{\tau}^s - x^s| - r^s - R \rangle}{K} \right)^N \text{sign}(\tilde{\tau}^s - x^s) \text{ avec } \tilde{\tau}^s = \mathbf{m}^s \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}^s \quad (6)$$

Où K et N sont des paramètres de viscosité et R représente la résistance initiale à l'écoulement plastique. On exprime alors le taux de déformation plastique comme suit:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \mathbf{c}^{-1} : \tilde{\mathbf{c}} : \left(\sum_s (\mathbf{m}^s \otimes \mathbf{n}^s + \mathbf{n}^s \otimes \mathbf{m}^s) \dot{\gamma}^s \right) \quad (7)$$

L'évolution des variables d'écrouissage est décrite à partir de lois non-linéaires à saturation:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}^s &= |\dot{\gamma}^s| - B \lambda^s |\dot{\gamma}^s| \\ \dot{\alpha}^s &= \dot{\gamma}^s - A \alpha^s |\dot{\gamma}^s| \end{aligned} \quad (8)$$

Où B et D sont des paramètres qui contrôlent la saturation des variables d'écrouissage. Pour l'évolution des variables d'endommagement, on recourt à une loi dont la forme est semblable à celle utilisée pour le taux de glissement plastique:

$$\dot{d}^s = \left(\frac{\langle y^s - G \rangle}{L} \right)^M \left(1 - \sum_t d^t \right) \quad (9)$$

Où L et M sont des paramètres de viscosité et G est un seuil en deçà duquel l'endommagement n'évolue pas ; il permet ainsi de définir un éventuel domaine d'endurance illimitée.

Quel que soit l'état de l'élément de volume, les lois d'évolution précédentes garantissent la positivité de la source de dissipation intrinsèque $\phi_1 = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\psi}$ dont l'expression est:

$$\phi_1 = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p + \sum_s y^s \dot{d}^s - \sum_s r^s \dot{\lambda}^s - \sum_s x^s \dot{\alpha}^s \quad (10)$$

On peut également noter que deux phénomènes, le glissement plastique et l'endommagement, contribuent à la dissipation et que, à cause de l'écrouissage, le travail plastique n'est pas intégralement dissipé.

3. Prise en compte du caractère polycristallin

Les alliages métalliques se présentent généralement sous une forme polycristalline. La description du comportement mécanique de ces alliages nécessite donc de préciser comment évoluent les champs de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ et de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$ au cours d'un trajet de chargement. Pour ce faire, on considère un volume élémentaire V qui est représentatif (VER) d'un polycristal métallique dont le comportement effectif est donné par l'évolution de la contrainte macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$ en fonction de la déformation macroscopique \mathbf{E} . Les grandeurs macroscopiques $\boldsymbol{\Sigma}$ et \mathbf{E} sont reliées aux champs $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ par les relations de moyenne de la théorie de l'homogénéisation.

La détermination du comportement effectif nécessite de trouver les champs $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ qui satisfassent aux conditions d'équilibre statique, aux conditions de compatibilité cinématique, aux relations de comportement et aux conditions aux limites imposées sur la frontière du VER.

Dans ce travail, deux méthodes différentes sont utilisées pour identifier les champs de contrainte et de déformation. La première méthode repose sur l'approche auto-cohérente de [7] qui, bien qu'elle ne fournisse qu'une estimation du comportement effectif et des champs locaux, ne requiert qu'un faible coût numérique. La seconde méthode utilise l'approche spectrale (FFT) de [8]. Quoique nécessitant un effort numérique plus important, l'approche spectrale offre la possibilité de traiter de l'hétérogénéité des champs de contrainte et de déformation à l'échelle intra-granulaire.

4. Applications

4.1 Matériau et conditions de chargement

A titre illustratif, on utilise l'approche proposée précédemment pour étudier le comportement en FGNC d'un polycristal de cuivre, pour lequel un large ensemble de données expérimentales est disponible dans la littérature [9-12]. Le VER utilisé ici est un agrégat de 200 cristaux équiaxes d'orientation cristallographique aléatoire auquel on impose un état de contrainte macroscopique de la forme suivante :

$$\Sigma = \begin{vmatrix} \Sigma_a \sin(\omega t) & T_a \sin(\omega t + \varphi) & 0 \\ T_a \sin(\omega t + \varphi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (11)$$

Où Σ_a et T_a sont les amplitudes de contrainte normale et tangentielle, $f = \omega/2\pi$ est la fréquence de chargement et φ est le déphasage entre contraintes normale et tangentielle. On distingue alors quatre configurations de chargement : traction alternée ($T_a = 0$), torsion (i.e. cisaillement) alternée ($\Sigma_a = 0$) et traction-torsion alternée en phase ($\varphi = 0^\circ$) ou hors-phase ($\varphi \neq 0^\circ$).

Les paramètres utilisés pour la modélisation du comportement à l'échelle cristalline sont listés dans la Table 2. Les paramètres relatifs à l'élasticité, à la viscoplasticité et à l'écrouissage sont extraits de [13,14]. Les paramètres de la loi d'endommagement ont été déterminés à partir des résultats d'essais de fatigue obtenus en traction alternée uniaxiale (d'après [9] et [10], Figure 1). Pour définir le nombre de cycles à rupture de l'agrégat, on introduit un critère de la forme $D = D_c$ où D_c est une valeur critique d'endommagement et D est la moyenne volumique de la variable d'endommagement équivalente $d_{eq} = \sum_s d^s$.

\tilde{c}_{1111}	\tilde{c}_{1122}	\tilde{c}_{1212}	Q	B	C	A
168 GPa	122 GPa	75,7 GPa	48 MPa	12	32000 MPa	900
L	M	G	K	N	R	D_c
0,02 MPa	2	5 MPa	8 MPa	20	15	0,1
H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	
1	1	0,2	90	3	2,5	

Table 1. Paramètres de la loi de comportement cristalline pour le cuivre

4.2 Résultats

La Figure 1 montre une comparaison entre les courbes de Wöhler obtenues numériquement, à partir de l'approche auto-cohérente, et expérimentalement. On peut remarquer que le modèle prévoit raisonnablement le comportement en fatigue en torsion alternée, alors même que les données expérimentales en torsion n'ont pas été utilisées pour l'identification des paramètres

d'endommagement. Aussi, l'évolution de la limite d'endurance à 10^5 cycles dans un diagramme $\Sigma_a - T_a$ (Figure 3) montre que l'approche polycristalline décrit correctement le comportement en FGNC en conditions multiaxiales. Enfin, pour ce qui concerne l'effet du déphasage φ , les résultats expérimentaux montrent que l'introduction d'un déphasage de 90° induit une augmentation de la résistance en fatigue. Cet effet, bien que correctement décrit, est toutefois surestimé par le modèle.

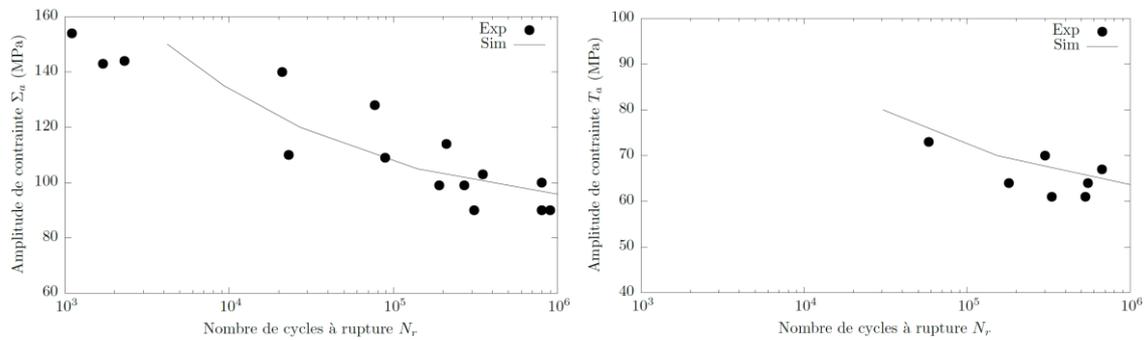


Figure 1. Courbes de Wöhler en traction alternée (gauche) et torsion alternée (droite).

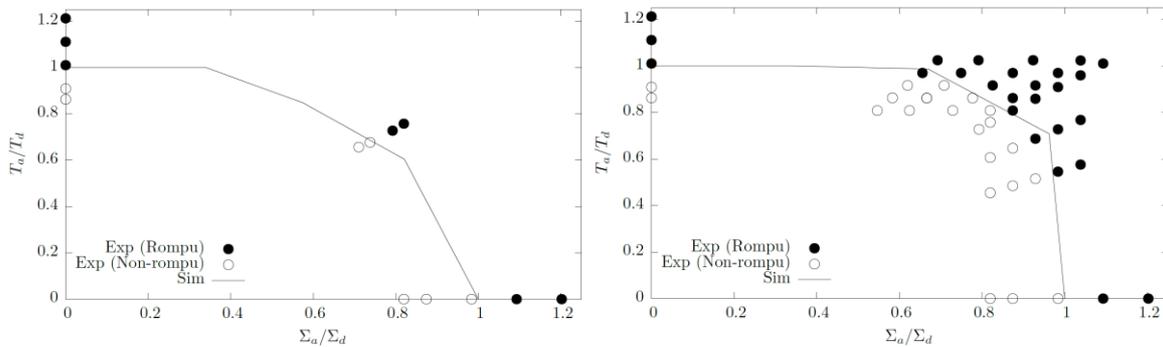


Figure 2. Représentation de la limite d'endurance à 10^5 cycles en traction-torsion dans un diagramme $\Sigma_a - T_a$ pour un déphasage de 0° (gauche) et de 90° (droite).

L'intérêt de l'approche spectrale est de pouvoir accéder aux champs locaux. Il est par exemple possible de montrer que le champ d'endommagement est très hétérogène, il tend notamment à se localiser à proximité des joints de grains où d'importantes contraintes internes existent (Figure 3).

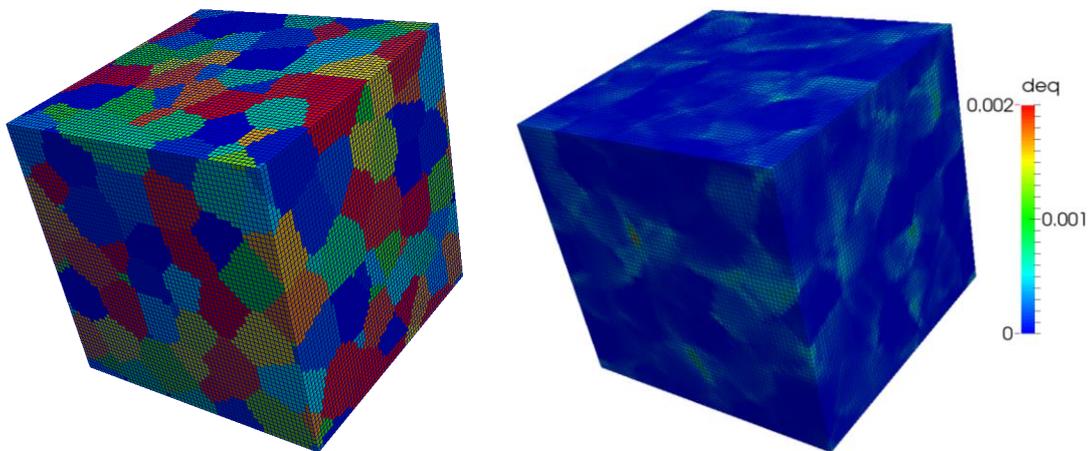


Figure 3. Représentation du VER (gauche) et du champ d'endommagement équivalent d_{eq} en traction alternée pour 100 cycles à $\Sigma_a = 240$ MPa (droite).

L'approche polycristalline permet aussi de calculer la quantité d'énergie dissipée sous forme de chaleur. Il est ainsi possible de déterminer s'il existe une corrélation entre la densité d'énergie dissipée moyenne par cycle \overline{W}_d et le nombre de cycles à rupture N_r . Ces deux quantités sont représentées pour différentes configurations de chargement sur la Figure 4. On remarque alors que, même si le nombre de cycles à rupture décroît quand la quantité d'énergie dissipée augmente, il n'est pas possible d'associer à un nombre de cycles à rupture fixé une quantité d'énergie dissipée moyenne par cycle qui soit indépendante du mode de chargement.

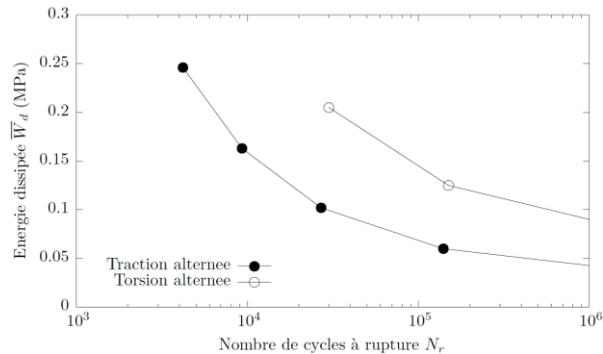


Figure 4. Evolution de la densité d'énergie dissipée moyenne par cycle \overline{W}_d (en régime stabilisé) en fonction du nombre de cycles à rupture pour différents modes de chargement.

3. Conclusion

Ce travail se concentre sur le développement d'une approche permettant de décrire le comportement en FGNC des polycristaux métalliques. Cette approche repose principalement sur un modèle de comportement qui est formulé à l'échelle cristalline en utilisant la mécanique de l'endommagement. Outre sa capacité à intégrer le rôle de la multiaxialité, cette approche permet de d'étudier la corrélation entre phénomènes dissipatifs et endommagement ou la localisation spatiale de l'endommagement. En sa forme actuelle, l'approche proposée reste néanmoins incomplète. Elle doit en effet être étendue pour inclure les effets de moyenne et les effets de taille.

Références

- [1] S. Suresh, Fatigue of materials, Cambridge University Press, Cambridge, 1998
- [2] E.A. Repetto, M. Ortiz, Acta Materialia, 45 (1997) 2577-2595
- [3] V.P. Bennett, D.L. McDowell, Int J Fatigue, 25 (2003) 27-39
- [4] C.A. Sweeney, W. Vorster, S.B. Leen, E. Sakurada, P.E. McHugh, F.P.E. Dunne, J Mech Phys Solids, 61 (2013) 1224-1240
- [5] J. Lemaitre, A course on damage mechanics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1996
- [6] L. Méric, G. Cailletaud, ASME, J Engng Mater Tech, 113 (1991) 171-182
- [7] C. Mareau, S. Berbenni, International Journal of Plasticity, 64 (2015) 134-150.
- [8] H. Moulinec, P. Suquet, Comput. Methods Appl Mech Engrg, 157 (1998) 69-94
- [9] K. Agbessi, Thèse, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013
- [10] P. Lukas, L. Kunz, Int J Fatigue 11 (1989) 55-58
- [11] Ł. Pejkowski, D. Skibicki, J. Sempruch, Journal of Mechanical Engineering 60 (2014) 549-560
- [12] E. Ravilly, Publ Scient et Techniques du Ministère de l'Air, 120 (1938)
- [13] S.G. Epstein, O.N. Carlson, Acta Metal, 13 (1965) 487-491
- [14] C. Gérard, F. NGuyen, N. Osipov, G. Cailletaud, M. Bornert, D. Caldemaison, Comput Mater Sci, 46 (2009) 755-60