

Cadre thermodynamique tensoriel pour la modélisation de la mise en radeaux des superalliages monocristallins base Nickel

A. Mattiello^{a,c}, R. Desmorat^a, J. Cormier^b

a. LMT-Cachan (ENS Paris Saclay, UMR CNRS 8535, Université Paris Saclay), 94235 Cachan, France

mattiello@lmt.ens-cachan.fr, desmorat@lmt.ens-cachan.fr

b. Institut Pprime, UPR CNRS 3346, ISAE-ENSMA, 86961 Futuroscope-Chasseneuil, France

jonathan.cormier@ensma.fr

c. Safran Helicopter Engine, 64510 Bordes

Résumé

Un modèle de comportement 3D est proposé pour les superalliages monocristallins base Nickel. Le modèle traduit explicitement les effets induits par la coalescence isotrope et par la mise en radeaux de la phase durcissante γ' sur la tenue mécanique (à 1050°C). Les lois d'évolution microstructurale sont formulées à l'échelle de l'élément de volume dans la base naturelle d'anisotropie du matériau, ce qui permet une écriture tensorielle naturellement adaptée au couplage avec une formulation de la viscoplasticité en modes de Kelvin. Une formulation en viscoplasticité cristalline est retrouvée par l'application de lois de conversion macro-micro. Le couplage est réalisé via l'introduction de la contrainte d'Orowan dans la loi d'écoulement. L'écriture tensorielle proposée s'inscrit dans un cadre thermodynamique générale et permet la représentation des évolutions de microstructure sous chargement monotone ainsi que pour le chargement complexe. Le modèle est aujourd'hui identifié sur le CMSX-4 et opérative pour un chargement selon les orientations cristallines $\langle 001 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$.

Mots clés : Superalliages monocristallins base Nickel ; évolutions microstructurales ; fluage ; anisotropie.

1. Hypothèse et équations du modèle

La formulation des lois de comportement est faite à l'échelle de l'élément de volume (VRE) dans la base naturelle d'anisotropie du matériau (BNA), en s'appuyant sur la décomposition en mode de Kelvin du tenseur d'élasticité d'un matériau cubique [1]. Les lois de comportement viscoplastiques sont écrites à l'aide de deux fonctions critère, f_1 et f_2 [2], de façon à établir un lien direct avec la plasticité cristalline (multicritère par nature [3]) mais aussi afin d'introduire correctement l'effet de multiaxialité y compris en traction-torsion [6].

$$f_1 = \sigma_{eqHill} - R_\infty - \sigma_y - \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|} \quad f_2 = 3^{-\frac{1}{a}} \|\boldsymbol{\sigma}^d\|_a - \bar{R}_\infty - \bar{\sigma}_y - \varpi \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\dot{\boldsymbol{\omega}}\|} \quad (1)$$

Bien que le choix d'un critère de type Hill pour f_1 et d'une norme non-quadratique pour f_2 est à faire pour retrouver un champ de contrainte non-homogène en traction-torsion, pour calculer la réponse en fluage de l'alliage selon $\langle 001 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$ il suffit une norme quadratique de type von Mises dans f_2 , norme qui est donc utilisée dans la suite (Eq. (2)). On

retient le critère de Hill pour f_1 car la dépendance du mode « déviateur hors diagonale » $\sigma^{\bar{d}}$ permet de représenter l'anisotropie de la réponse mécanique sous chargement désorienté et de retrouver une double viscosité selon $\langle 111 \rangle$ (Eq. (5)), en accord avec le résultat de l'activation des systèmes octaédriques ayant un facteur de Schmid faible mais non nul [7].

$$\sigma_{eqHill} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\sigma^d : \sigma^d + h^2 \sigma^{\bar{d}} : \sigma^{\bar{d}} \right)} \quad \sigma_{eq}^{\bar{d}} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma^{\bar{d}} : \sigma^{\bar{d}}} \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{p}_1^{Hill} \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} + \dot{p}_2^{\bar{d}} \frac{\partial f_2}{\partial \sigma} \quad (3)$$

$$\dot{p}_1^{Hill} = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\dot{\epsilon}_1^{pd} : \dot{\epsilon}_1^{pd} + \frac{1}{h^2} \dot{\epsilon}_1^{\bar{d}} : \dot{\epsilon}_1^{\bar{d}} \right)} \quad \dot{p}_2^{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_2^{\bar{d}} : \dot{\epsilon}_2^{\bar{d}}} \quad (4)$$

$$\dot{p}_1^{Hill} = \left\langle -\frac{\sigma_{v\infty}}{K_N} \ln \left(1 - \frac{f_1}{\sigma_{v\infty}} \right) \right\rangle_+^N \quad \dot{p}_2^{\bar{d}} = \left\langle \frac{f_2}{K_N} \right\rangle_+^{\bar{N}} \quad (5)$$

La partition objective du déviateur de contraintes $\sigma' = \sigma^d + \sigma^{\bar{d}}$, $\sigma^d \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P}^d : \sigma$, $\sigma^{\bar{d}} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P}^{\bar{d}} : \sigma$, en « déviateur diagonal » (dans la BNA) et en « déviateur non diagonal » (dans la BNA) est utilisée de manière cohérente avec la viscoplasticité cristalline, deux lois d'écoulement sont introduites. L'écoulement de type Hill suit une loi à saturation à aux hautes vitesses permettent de représenter correctement les chargements rapides.

$$\langle 111 \rangle \quad |\dot{\epsilon}^p| \approx \left\langle \frac{|\sigma| - \bar{R}_\infty - \varpi \frac{\kappa_{OROG}}{\|\omega\|} - \bar{\sigma}_y}{\bar{K}_N} \right\rangle_+^{\bar{N}} + h \left\langle \frac{h|\sigma| - R_\infty - \frac{\kappa_{OROG}}{\|\omega\|} - \sigma_y}{K_N} \right\rangle_+^N \quad (6)$$

$$\langle 001 \rangle \quad |\dot{\epsilon}^p| \approx \left\langle -\frac{\sigma_{v\infty}}{K_N} \ln \left(\frac{|\sigma| - R_\infty - \frac{\kappa_{OROG}}{\|\omega\|} - \sigma_y}{K_N} \right) \right\rangle_+^N \quad (7)$$

La valeur du paramètre de Hill h peut être identifiée grâce aux lois de conversion macro-micro [1]. Remarquons que pour les températures auxquelles la réponse de l'alliage a tendance à devenir isotrope ($T > 1100^\circ\text{C}$) la valeur $h = 1$ permet de retrouver une réponse viscoplastique isotrope par le modèle. Dans les fonctions critère, le couplage avec les évolutions microstructurales est introduit à travers la contrainte d'Orowan. Cette contrainte, dépendant inversement de la largeur d'un seul couloir de matrice dans les modèles 1D, est ici dépendante de la norme du tenseur ω ayant pour composantes les trois largeurs des couloirs de matrice (Fig. 1), normalisées par rapport à leur largeur à la température étudiée après stabilisation thermique (Eq. (8)) (dépendant de la valeur à température ambiante w_{001}^0 et des fraction volumiques des γ' à l'ambiante $f_{\gamma'}^0$ et à la température étudiée $f_{\gamma'}$ [5]).

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \approx w_2 \end{bmatrix}_{NAB} \quad \omega = \frac{\mathbf{w}}{g(f_{\gamma'}) w_{001}^0}, \quad g(f_{\gamma'}) = \frac{1 - f_{\gamma'}}{1 - f_{\gamma'}^0} \quad (8)$$

Les lois d'évolution de microstructure de type croissance isotrope et coalescence isotrope ou directionnelle sont alors formulées en terme de loi d'évolution de $\dot{\omega} = \dots$ Reprenant l'équation gouvernant l'évolution des couloirs de matrice proposée par [4], il est possible de démontrer qu'à l'échelle du VER et dans la Base naturelle d'Anisotropie cette évolution est proportionnelle à la normale à la surface de plasticité projetée sur le mode « déviateur diagonal » de Kelvin.

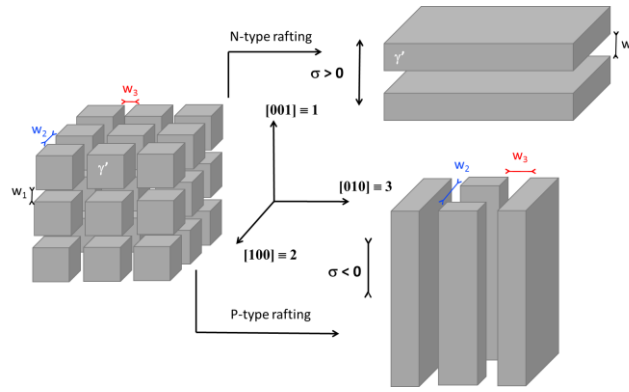


Figure 1. Evolution des largeurs des couloirs de matrice d'un superalliage monocristallin base Nickel en fonction de la direction et du signe du chargement.

$$\mathbf{w}' \propto \boldsymbol{\omega}' \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \propto \mathbf{n}^d \quad (9)$$

NAB

En étendant l'écriture proposée précédemment [4] au cas multiaxial, on peut alors formuler une loi d'évolution des couloirs comprenant la totalité des phénomènes de dégradation, écriture naturellement adaptée aux lois viscoplastiques proposées et aussi capable de reproduire des évolutions microstructurales différentes selon l'orientation cristalline: mise en radeaux et croissance isotrope de la phase γ' selon $\langle 001 \rangle$, coalescence isotrope et croissance isotrope de la phase γ' selon $\langle 111 \rangle$, les trois types d'évolutions selon des orientations cristallines autres que $\langle 001 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$ Eq. (10). Dans l'exponentielle d'Arrhenius de $\dot{\omega}^{\text{raft}}$ la fonction $\min(\sigma_{eq}^d, \sigma_{lim}^\mu)$ est introduite pour limiter les évolutions sous chargement rapide. Un seuil de plasticité est introduit dans $\dot{\omega}^{\text{raft}}$ et $\dot{\omega}_{mc}$ pour que sur matériau pré-déformé les dégradations puissent se développer aussi sans charge. La fonction d'Heaviside \mathcal{H} sert à obtenir une dissipation positive quel que soit le chargement, y

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}^{\text{raft}} + \dot{\omega}_{mc} \mathbf{1} + \sqrt{3} \dot{\omega}_{LSW} \frac{\boldsymbol{\omega}}{\|\boldsymbol{\omega}\|}$$

$$\begin{cases} \dot{\omega}^{\text{raft}} = K_{\text{raft}} \exp\left(-\frac{Q - \min(\sigma_{eq}^d, \sigma_{lim}^\mu) U_{\text{raft}}}{k_B T}\right) \mathcal{H}(p_1^{\text{Hill}} - \varepsilon_{th}^p) \mathcal{H} \mathbf{n}^d & \text{mise en radeaux} \\ \dot{\omega}_{mc} = K_{mc} \exp\left(-\frac{Q - \sigma_{eq} U_{mc}}{k_B T}\right) \mathcal{H}(p_2^d - \bar{\varepsilon}_{th}^p) & \text{coalescence isotrope} \\ \dot{\omega}_{LSW} = \frac{K_{LSW}}{3\omega_{LSW}^2} \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) & \text{croissance isotrope} \end{cases} \quad (10)$$

compris non-proportionnel.

Les équations complémentaires du modèle (élasticité, ...) sont obtenues à partir de l'écriture du potentiel d'état [6]. Remarquons aussi qu'à 1050°C l'alliage présente un fluage primaire négligeable, d'où le choix de ne pas introduire d'écrouissage isotrope.

2.2 Réécriture en plasticité cristalline

On définit m_g^o et m_g^c les directions de glissement, n_g^o et n_g^c les normales, $\dot{\gamma}_g^o$ et $\dot{\gamma}_g^c$ les taux de déformation et m_g^o et m_g^c respectivement relatif aux systèmes de glissement cubiques et octaédriques. On peut alors écrire les cisssions résolues, les taux de déformation total, les déformations plastiques cumulées et les lois d'écoulement comme dans Eq. (11), (12), (13)

$$\tau_g^o = m_g^o \cdot \sigma \cdot n_g^o \quad \tau_g^c = m_g^c \cdot \sigma \cdot n_g^c \quad (11)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^{po} + \dot{\epsilon}^{pc} = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^{12} (n_g^o \otimes m_g^o + m_g^o \otimes n_g^o) \dot{\gamma}_g^o + \frac{1}{2} \sum_{g=1}^6 (n_g^c \otimes m_g^c + m_g^c \otimes n_g^c) \dot{\gamma}_g^c \quad (12)$$

$$p = \int \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p} dt \quad p^o = \int \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^{po} : \dot{\epsilon}^{po}} dt \quad p^c = \int \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^{pc} : \dot{\epsilon}^{pc}} dt \quad (13)$$

$$\dot{\gamma}_g^o = \left\langle -\frac{\tau_{v\infty}}{k^o} \ln \left(1 - \frac{|\tau_g^o| - m_g^o \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\omega\|} - \rho^o}{\tau_{v\infty}} \right) \right\rangle_+^{n^o} \quad \dot{\gamma}_g^c = \left\langle \frac{|\tau_g^c| - m_g^c \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\omega\|} - \rho^c}{k^c} \right\rangle_+^{n^c} \quad (14)$$

et (14).

Les évolutions microstructurales décrites dans le modèle se produisent à l'échelle du VER, elles restent formulées à cette échelle. Le passage en plasticité cristalline se fait en remplaçant dans l' Eq. (10) p_1^{Hill} par p^o et $p_2^{\bar{d}}$ par p^c . Les définitions des tenseurs ω et w restent aussi inchangées (Eq. (8)). Etant m_{001}^o , m_{111}^o et m_{111}^c les facteurs de Schmid relatif aux plans de glissements actif <001> et <111>, grâce aux lois de conversion [6] l'équivalence

$$< 001 > \quad |\dot{\epsilon}^p| = 8m_{001}^o \left\langle \frac{m_{001}^o \sigma_{v\infty}}{k^o} \ln \left(1 - \frac{m_{001}^o |\sigma| - \tau_{ORO} - \rho^o}{k^o} \right) \right\rangle_+^{n^o} \quad (15)$$

$$< 111 > \quad |\dot{\epsilon}^p| = 3m_{111}^c \left\langle \frac{m_{111}^c |\sigma| - \rho^c - \varpi \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\omega\|}}{k^c} \right\rangle_+^{n^c} + 6m_{111}^o \left\langle \frac{m_{111}^o |\sigma| - \frac{\kappa_{ORO} G}{\|\omega\|} - \rho^o}{k^o} \right\rangle_+^{n^o} \quad (16)$$

entre les Eq. (15) et (16) et Eq. (6) et (7) peut être établie.

Si on substitute $m_{111}^o = \frac{2}{3}$ et $m_{111}^c = \frac{\sqrt{2}}{3}$ dans l' (Eq. 15) on retrouve le paramètre de Hill, $h \approx \frac{1}{2} \approx \frac{2}{3}$.

$$< 111 > \quad |\dot{\epsilon}^p| = \left\langle \frac{|\sigma| - \bar{R}_\infty - \bar{\sigma}_y - \varpi \sigma_{ORO}}{\bar{K}_N} \right\rangle_+^{\bar{N}} + \frac{1}{2} \left\langle \frac{\frac{2}{3} |\sigma| - R_\infty - \sigma_{ORO} - \sigma_y}{K_N} \right\rangle_+^N \quad (17)$$

Remerciements

Les auteurs remercient Safran Helicopter Engines.

Références

- [1] R. Desmorat, R. Marull, 2011. Non-quadratic Kelvin modes based plasticity criteria for anisotropic materials. Int J. Plast., 27, 328-351.
- [2] A. Bertram, J. Olschewski, 1996. Anisotropic creep modeling of the single crystal superalloy SRR99. Comp. Mater. Sci., 5, 12-16.
- [3] R. Asaro, 1983. Cristal Plasticity, J. App. Mech.-T. ASME, 50, 921-934.
- [4] T. Tinga, W.A.M. Brekelmans, M.G.D. Geers, 2009. Directional coarsening in nickel-base superalloys and its effect on the mechanical properties, Comp. Mater. Sci., 47, 471-481.

- [5] J.B. le Graverend, J. Cormier, F. Gallerneau, P. Villechaise, S. Kruch, J. Mendez, 2014. A microstructure-sensitive constitutive modeling of the inelastic behavior of single crystal nickel-based superalloys at very high temperature, *Int. J. Plast.*, 59, 55-83.
- [6] Desmorat, R., Mattiello, A., Cormier, J.. A tensorial thermodynamic framework to account for the γ' rafting in nickel-based single crystal superalloys, *Int. J. Plasticity*, soumis.
- [7] Ghosh, R. N., Curtis, R.V., and McLean, M. 1990. Creep deformation of single crystal superalloys- modelling the crystallographic anisotropy, *Acta Metall. Mater.*, Vol. 38, No. 10, 1977-1992.