

Extension du modèle élastoplastique de Saint-Venant généralisé au cas multiaxial cyclique

C. Ningre^a, G. Bles^b, D. Imbault^c, A. Tourabi^d

a. Laboratoire 3SR, UMR CNRS 5521, Univ. Grenoble-Alpes, Grenoble INP, F-38000 Grenoble, France
corado.ningre@3sr-grenoble.fr

b. ENSTA Bretagne, FRE CNRS 3744, IRDL, F-29200 Brest, France – guilhem.bles@ensta-bretagne.fr

c. Laboratoire 3SR, UMR CNRS 5521, Univ. Grenoble-Alpes, Grenoble INP, F-38000 Grenoble, France
didier.imbault@3sr-grenoble.fr

d. Laboratoire 3SR, UMR CNRS 5521, Univ. Grenoble-Alpes, Grenoble INP, F-38000 Grenoble, France
ali.tourabi@3sr-grenoble.fr

Résumé

Une extension tridimensionnelle du modèle de Saint-Venant généralisé est proposée, dans le but de modéliser le comportement élastoplastique cyclique multiaxial des matériaux métalliques. Une des originalités de ce travail réside dans l'utilisation d'une règle d'écoulement écrite dans l'espace des déformations. Par ailleurs, le modèle a été enrichi avec une loi d'écrouissage cyclique durcissant ou adoucissant, qui donne des résultats consistants. Le modèle ainsi défini a été implémenté dans le code éléments-finis Abaqus, afin de modéliser des structures complexes sous chargements cycliques.

Mots clés : Plasticité cyclique ; Espace des déformations ; Multiaxialité ; Grandes déformations ;

1. Introduction

Dans le cadre de ce travail, nous proposons d'étendre un modèle heuristique unidimensionnel (1D) de Saint-Venant généralisé au cas multiaxial. Ce modèle est constitué d'une succession de couples élastoplastiques élémentaires de Saint-Venant montés en parallèle (Fig.1-a). Un couple élémentaire est composé d'un ressort et d'un patin associés en série. Chaque couple i est défini par la rigidité G_i de son ressort et par le seuil de déclenchement en déformation e_i de son patin. Les valeurs des seuils e_i sont distribuées par ordre croissant (Fig.1-b). Tous les couples de Saint-Venant subissent la même déformation. Cette propriété essentielle du modèle a été relevée par Persoz [1], qui a étudié le comportement du modèle de Saint-Venant généralisé. Ce modèle a également été analysé par Wack *et al.* [2] du point de vue physique. Ces études ont montré que le modèle peut décrire le comportement élastoplastique continu et reproduire les propriétés essentielles du comportement cyclique des matériaux métalliques. Pour tenir compte du fait que tous les couples de Saint-Venant subissent la même déformation, il est nécessaire de décrire le comportement tridimensionnel dans l'espace des déformations. Ce choix est conforté par les travaux de plusieurs auteurs qui soulignent l'intérêt de la description du comportement mécanique dans l'espace des déformations (Naghdi *et al.* [3] ; Heiduschke [4] ; Lee [5] ; Brown *et al.* [6]). Les objectifs de l'étude sont, d'une part, de définir le comportement tridimensionnel du modèle de Saint-Venant généralisé étendu ainsi que la règle d'écoulement correspondante dans l'espace des déformations ; d'autre part, d'évaluer les possibilités du modèle tridimensionnel obtenu en comparaison avec des résultats expérimentaux.

2. Présentation de l'approche

Le modèle tridimensionnel proposé est composé d'une partie isotrope élastique et d'une partie déviatoire décrite par le modèle de Saint-Venant généralisé étendu au cas 3D. Pour passer du cas 1D au cas 3D, nous assimilons un ressort à un comportement élastique isotrope caractérisé par un module de cisaillement G_i et nous associons à un patin une surface seuil de type Von Mises, caractérisée par un seuil de déclenchement en déformation e_i . Pour tenir compte des effets des grandes rotations et des grandes déformations plastiques, la partie déviatoire du modèle est décrite dans le référentiel corotationnel de Jaumann dans un espace des contraintes et un espace des déformations de dimension cinq. Dans ces espaces, les surfaces seuils de type Von Mises sont représentées par des hypersphères. Lors d'un chargement cyclique, les surfaces seuils dans l'espace des contraintes sont immobiles, centrées sur l'origine et leur taille varie en fonction de l'écrouissage cyclique. Au contraire, dans l'espace des déformations, les surfaces seuils sont mobiles et leur taille reste constante. Leur mouvement est piloté par la règle d'écoulement adoptée, ici la normalité. Ceci est illustré sur la figure 2. La taille des surfaces seuils dans l'espace des déformations est définie par :

$$e_i = i \cdot \delta e \quad \text{avec} \quad \delta e = \frac{\varepsilon_l}{n}, n \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad i \in [1, n] \quad (1)$$

Où ε_l est une limite en déformation, au-delà de laquelle tous les patins glissent, n est le nombre total de couples de Saint-Venant et i désigne le couple de Saint-Venant. La taille des surfaces seuils dans l'espace des contraintes est définie par les modules de cisaillement G_i , tels que :

$$G_i = g''(e_i) \cdot \delta e \quad (2)$$

$$\text{et} \quad g'(\varepsilon) = G_0 - M(\varepsilon) \quad (3)$$

$$\text{avec} \quad M(\varepsilon) = G_0 \cdot \left(1 - \tanh^2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)\right) \quad \text{et} \quad \varepsilon^* = \frac{S_0}{G_0} \quad (4)$$

Où $g'(\varepsilon)$ désigne $\frac{dg(\varepsilon)}{d\varepsilon}$ et $M(\varepsilon)$ est une fonction caractérisant la rigidité en cisaillement du modèle, elle est définie par un module initial G_0 et un seuil limite S_0 (Fig.1-b). Pour décrire l'écrouissage cyclique durcissant ou adoucissant, le seuil S_0 est remplacé par un seuil $S(\eta_1, \eta_2)$, où η_1 et η_2 sont deux variables d'écrouissage. Ainsi, la relation globale entre la contrainte et la déformation, incluant les parties isotrope et déviatoire, s'écrit :

$$\tilde{T} = K \cdot \text{Tr}(\tilde{A}) \cdot \tilde{\delta} + \sum_{i=1}^n G_i \cdot \tilde{A}_i^{el} \quad (5)$$

Où \tilde{T} désigne le tenseur des contraintes de Cauchy, \tilde{A} désigne le tenseur des déformations d'Almansi-Euler, \tilde{A}_i^{el} désigne la partie déviatoire du tenseur des déformations élastiques du couple de Saint-Venant i et K est le module de compressibilité.

3. Résultats

Le modèle a été implémenté dans le code éléments-finis Abaqus avec une UMAT. La figure 3 donne un résultat typique de cette implémentation, qui illustre la réponse du modèle obtenue dans le cas d'un matériau métallique montrant un écrouissage cyclique durcissant.

Remerciements

Nous remercions la société GE Renewable Energies pour le soutien apporté dans nos recherches.

Figures

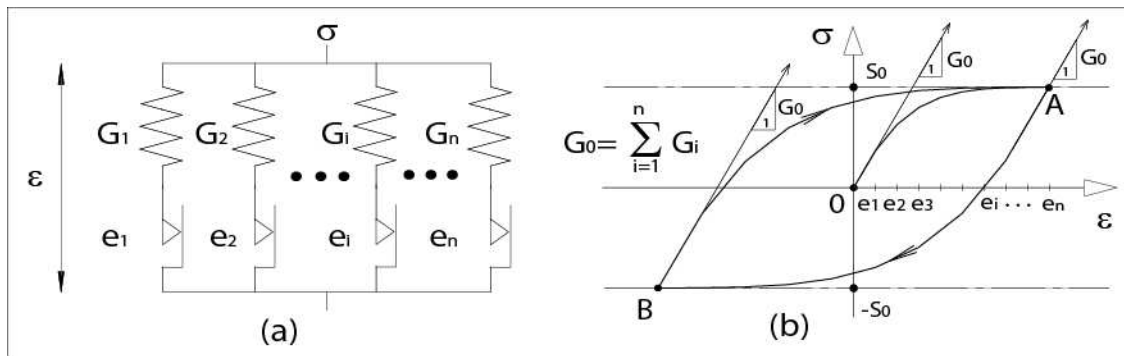


Fig.1 Modèle heuristique de Saint-Venant généralisé (a) et sa réponse mécanique (b).

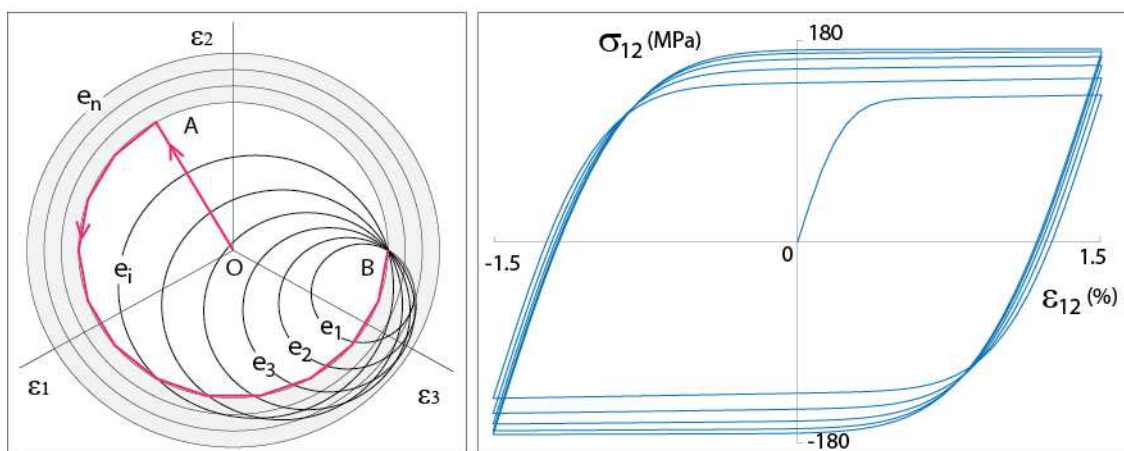


Fig.2 Illustration de la position des surfaces seuils dans l'espace 2D des déformations, après un trajet de chargement OAB.

Fig.3 Réponse du modèle dans le cas d'un écrouissage cyclique durcissant.

Références

- [1] Persoz B., 1969, La rhéologie, Masson et Cie, Paris.
- [2] Wack B. and Tourabi A., 1992, "Some remarks on macroscopic observations and related microscopic phenomena of the mechanical behavior of metallic materials", Arch. Mech., 44, 5, pp. 621-662.
- [3] Naghdi P.M. and Trapp J.A., 1975, "The significance of formulating plasticity theory with reference to loading surfaces in strain space", Int. J. Engng Sci., 13, pp. 785-797.
- [4] Heiduschke K., 1995, "The logarithmic strain space description", Int. J. Solids Structures, 32, pp. 1047-1062.
- [5] Lee J.H., 1995, "Advantages of strain-space formulation in computational plasticity", Computers and Structures, 54, pp. 515-520.
- [6] Brown A.A., Casey J. and Nikkel D.J., 2003, "Experiments conducted in the context of the strain space formulation of plasticity", Int. J. Plasticity, 19, pp. 1965-2005.