

COMBINAISON XFEM-CZM POUR LE TRAITEMENT NUMÉRIQUE DE LA RUPTURE DUCTILE

Konstantinos Nikolakopoulos^{a,b}, Jean-Philippe-Crété^b et Patrice Longère^a

^a Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, ICA CNRS 5312, Toulouse, France ;

^b ISAE-SUPMECA, Laboratoire Quartz EA 7393, Saint-Ouen, France

Mots-clés : Endommagement, Rupture ductile, Méthodes numériques, XFEM, Modèle de zone cohésive.

Résumé

Ce travail porte sur la prédiction numérique de la résistance résiduelle de grandes structures métalliques (aéronautiques, navales) lorsqu'elles sont soumises à des surcharges accidentelles (collision, choc, impact d'oiseaux, etc.). L'enjeu de cette étude consiste à reproduire dans une méthodologie unifiée, basée sur la méthode des éléments finis (FEM), les différentes étapes de ruine de la structure : l'endommagement ductile induit par des micro-cavités, la localisation de la déformation/endommagement dans une bande étroite et la propagation de la fissure.

1 Introduction

Nous nous intéressons ici au traitement numérique tri-dimensionnel de la ruine progressive de structures de grandes dimensions au moyen de la méthode des éléments finis. Cette ruine s'opère typiquement suivant 3 étapes : endommagement diffus, localisation de la déformation, fissuration. Dans la présente approche, la première étape d'endommagement diffus est régie par le modèle de GTN [1] et l'ouverture ultime de la fissure est décrite via l'utilisation de la méthode des éléments finis étendus (XFEM), comme proposée pour le cas des métaux ductiles par Crété et al.[2]. Pour la phase intermédiaire de localisation de la déformation, la méthode retenue est l'association d'un segment cohésif (CZM) et d'une discontinuité forte dans l'élément fini 3D dans le cadre de la formulation XFEM [3]. Enfin, la mise en œuvre de la méthodologie est développée en tant que routine utilisateur (UEL) dans le code commercial de calculs par éléments finis ABAQUS.

2 Endommagement diffus et fissuration

2.1 Endommagement diffus GTN

Afin de décrire le comportement du matériau en présence de micro-vides, le modèle de Gurson [4] est utilisé, tel que modifié par Tveergard et Needleman [1], dans le cadre de la méthode des éléments finis standard FEM.

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_y} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left(-\frac{3}{2} q_2 \frac{p_m}{\sigma_y} \right) - (q_3 f)^2 - 1 \quad (1)$$

avec σ_{eq} la contrainte équivalente, p_m le pression, σ_y la contrainte d'écoulement, f la fraction volumique des vides et q_1, q_2, q_3 des constantes.

2.2 Fissuration XFEM

Dans cette étude, la méthode utilisée pour décrire les conséquences cinématiques de la présence et de la propagation d'une fissure dans la structure est la méthode des éléments finis étendus (XFEM) [6]. Les nœuds de chaque élément fini fissuré sont enrichis avec des degrés de liberté supplémentaires.

Il a été montré que dans le cas d'un matériau ductile élasto-plastique fortement non linéaire la partie asymptotique peut être omise avec une perte de précision négligeable et entraînant une réduction importante du nombre de degrés de la liberté du problème [2]. En utilisant la variante de la base décalée [7] le champ de déplacement enrichi peut s'écrire comme suit :

$$u(x) = \sum_{i \in I} N_i \alpha_i + \sum_{j \in J} (H(x) - H_j) N_j \beta_j, \quad \text{où } H_j = -0.5 \quad \text{ou} \quad +0.5 \quad (2)$$

3 Phase intermédiaire de localisation

3.1 Combinaison XFEM-CZM

La combinaison d'une discontinuité forte avec une bande cohésive dans le cadre de la XFEM [3] peut se présenter sous la forme suivante, sans tenir compte des efforts extérieurs :

$$\begin{bmatrix} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^t \mathbf{B} d\Omega & \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^t \mathbf{B}^* d\Omega \\ \int_{\Omega} \mathbf{B}^{*T} \mathbf{D}^t \mathbf{B} d\Omega & \int_{\Omega} \mathbf{B}^{*T} \mathbf{D}^t \mathbf{B}^* d\Omega + 4 \int_{\Gamma_D} \mathbf{N}^T \mathbf{C}_{loc} \mathbf{N} d\Gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} da \\ db \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \\ \int_{\Omega} \mathbf{B}^{*T} \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \int_{\Gamma_D} \mathbf{N}^T \mathbf{T}_{loc} d\Gamma \end{Bmatrix} \quad (3)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}$ le vecteur contenant les contraintes, \mathbf{T}_{loc} le vecteur des efforts cohésifs, \mathbf{B} la matrice des dérivées spatiales des fonctions d'interpolation, \mathbf{B}^* la matrice des dérivées spatiales des fonctions $(H(x) - H_j)N_j$ et Γ_D la bande de discontinuité. L'indice loc fait référence au repère local de la bande de localisation.

Le schéma d'intégration choisi provisoirement dans cette étude est celui proposé dans [8], dans lequel les 8 points de Gauss de l'élément sont tous utilisés deux fois, une pour la partie supérieure et une pour la partie inférieure de l'élément coupé. Il s'agit d'une approche simple et plus légère que celle proposée par Elguedj et al. [9].

3.2 Modèle de CZM adopté

La loi de cohésion développée est une loi linéaire avec un plateau initial. Elle est caractérisé par une variable d'endommagement scalaire D , prenant des valeurs comprises entre 0 si zone saine et 1 si zone totalement endommagée. $T_{loc}(\Delta)$ est activée quand le critère de transition endommagement diffus-localisation est vérifiée et suit provisoirement une loi linéairement décroissante. Δ est un déplacement équivalent [10] qui prend en compte la composante normale δ_1 et les composantes de cisaillement $\delta_{2,3}$ du saut de déplacement, exprimées dans le repère local de la bande de localisation.

$$\Delta = \sqrt{\langle\langle \delta_1 \rangle\rangle^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2}, \quad \text{où } \langle\langle \delta_1 \rangle\rangle = \max(0, \delta_1) \quad (4)$$

La traction initiale au moment de la localisation de l'élément est calculée via l'utilisation d'un tenseur de contrainte moyenné $\underline{\tilde{\sigma}}$ sur tous les points Gauss :

$$\underline{T}_0 = \langle \underline{\tilde{\sigma}} \underline{n} \rangle_{loc} \quad (5)$$

Le vecteur des efforts cohésifs s'écrit alors :

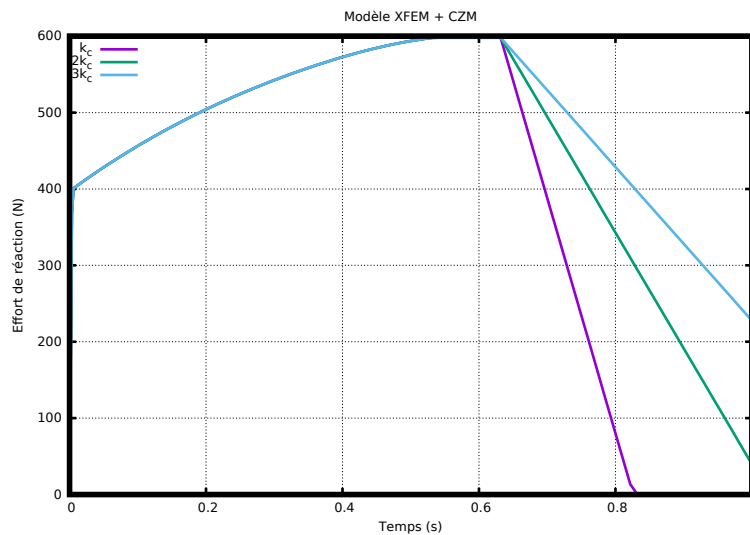
$$\underline{T}_{loc} = (1 - D) * \underline{T}_0, \quad \text{où } D = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta \leq \kappa_0 \\ \frac{\Delta - \kappa_0}{\kappa_c} & \text{si } \kappa_0 < \Delta < \kappa_0 + \kappa_c \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6)$$

avec κ_0 le seuil de déplacement équivalent, à partir duquel l'adoucissement commence et κ_c la valeur critique au-delà de laquelle nous considérons l'élément comme rompu.

En dérivant, on obtient alors la matrice tangente de la loi cohésive :

$$C_{loc}(i, j) = \frac{\partial T_{loc}(i)}{\partial \delta_j} = -\frac{\partial D}{\partial \delta_j} * T_0(i) = -\frac{1}{\kappa_c} \frac{\delta_j}{\Delta} * T_0(i), \quad C_{loc}(i, 1) = 0 \quad \text{si } \delta_1 < 0 \quad (7)$$

Sur la Fig. 1, nous pouvons voir l'impact de la valeur κ_c sur l'adoucissement. Cette méthode conduit à une loi cohésive qui nécessite de fixer une seule constante, à savoir κ_c , car T_0 est déterminée automatiquement par le critère de transition endommagement diffus-localisation.

FIGURE 1 – Impact de κ_c sur l'adoucissement

3.3 Transitions

- **ENDOMMAGEMENT DIFFUS VERS LOCALISATION** : Afin de détecter le plan de localisation dans le matériau, on réalise une analyse de bifurcation [5]. Avec l'utilisation de l'opérateur tangent élastoplastique $\underline{\underline{D}}^t$ et l'hypothèse des petites déformations, le critère consiste en la recherche du plan \underline{n} pour lequel :

$$\det(\underline{n}^T \underline{\underline{D}}^t \underline{n}) = 0 \quad (8)$$

On utilise une condition de porosité critique pour l'activation de la bande cohésive dans l'élément. Celle-ci n'est insérée que lorsque la porosité moyenne de tous les points de Gauss de l'élément dépasse une valeur critique f_c .

- **LOCALISATION VERS FISSURATION** : Le critère pour la transition de la localisation à la fissuration de l'élément est atteinte lorsque la variable d'endommagement D dans (6) atteint la valeur 1.

4 Application

Le modèle numérique présenté dans les chapitres précédents a été implanté en tant qu'élément fini utilisateur UEL dans le code commercial par éléments finis Abaqus. Pour vérifier la méthodologie, une éprouvette en traction composée d'éléments hexaédriques à intégration complète (C3D8) dans le cadre des petites déformations est utilisée (voir Fig. 2). Celle-ci a un centre plus étroit, ce qui oblige la localisation à apparaître au centre de l'éprouvette. Un déplacement est appliqué comme présenté sur la Fig.2. Un maillage fin et un grossier ont été utilisés.

TABLE 1 – Données des deux calculs

κ_0	κ_c	f_c	Maillage 1 (Fin)	Maillage 2 (Grossier)
3	4	0.03	11704 éléments (4 dans l'épaisseur)	1336 éléments (2 dans l'épaisseur)

La raison pour laquelle une si grande valeur de κ_0 a été choisie tient au fait que cela contribue à la convergence. Les éléments de la zone de localisation entrent dans la phase de localisation à deux moments différents. D'une part, cela indique que notre modèle peut décrire les fissures qui se propagent en plusieurs incréments. D'autre part, cela conduit à ce que certains éléments localisés se trouvent dans la phase de plateau, tandis que d'autres sont déjà entrés dans la phase d'adoucissement. Cela peut entraîner des difficultés de convergence et l'utilisation d'une valeur de plateau plus grande permet à plus d'éléments d'entrer simultanément dans l'adoucissement. Dans les deux cas, l'analyse de bifurcation nous donne le même plan de localisation. Nous pouvons remarquer que le maillage grossier atteint la localisation à un moment légèrement différent de celui du maillage fin. Ceci est dû au fait que la porosité augmente avec un taux légèrement plus élevé dans le maillage fin, ce qui est également

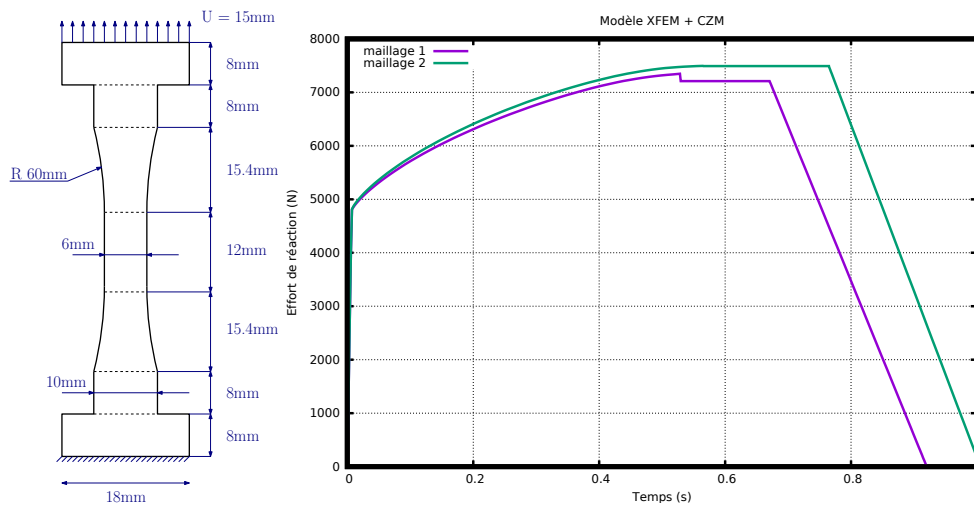


FIGURE 2 – (à gauche) Eprouvette, (à droite) affichage de l'effort de réaction pour les maillages 1 et 2

visible à partir de la courbe de force de réaction du maillage 1 légèrement plus basse que celle du maillage 2. Il en résulte que la partie adoucissante de la loi cohésive pour le maillage grossier a la même pente mais elle commence tardivement.

5 Conclusions

Il a été démontré que la méthodologie présentée peut décrire toutes les différentes étapes du phénomène de rupture ductile en 3D. Une légère dépendance au maillage a également été constatée, une réalité qui devra être traitée ultérieurement dans cette étude. Enfin, dans le maillage 1, nous pouvons également assister à un petit saut de la force de réaction qui est dû à un mauvais calcul du vecteur des forces internes au moment de la localisation. Ces faiblesses sont en phase d'amélioration. En outre, notre objectif est de passer de l'utilisation de la théorie des petites déformations à la théorie des grandes déformations. Notre intérêt pour cette application provient du fait que la déformation plastique peut impliquer des changements importants dans la géométrie de la structure qui ne peuvent pas être négligés.

Ce travail a été cofinancé par la DGA.

Références

- [1] V. Tvergaard and A. Needleman Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta metallurgica*, 32(32) :p.157-169, (1984).
- [2] J.P. Crété, P. Longère and J.M. Cadou. Numerical modelling of crack propagation in ductile materials combining the GTN model and X-FEM., *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 275, 204-233, (2014).
- [3] J. Wolf, P. Longère, J.-M. Cadou and J.P. Crété. Numerical modeling of strain localization in engineering ductile materials combining cohesive models and X-FEM., *Int. J. Mech. Mat. Design.*, (2017).
- [4] A. L. Gurson, Continuum theory of ductile rupture by nucleation and growth : Part i - yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials and Technology.*, Vol. 99(44) :p.2-15, (1977).
- [5] J. R. Rice. The localization of plastic deformation. *Theoretical and Applied Mechanics*, volume 1, 207-220, (1976).
- [6] T. Belytschko and T. Black. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45(5) :601-620, (1999).
- [7] G. Zi and T. Belytschko. New crack-tip elements for xfem and applications to cohesive cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57(15) :2221-2240, (2003).
- [8] T. Belytschko, J. Fish and B. E. Engelmann A finite element with embedded localization zones *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 70 59-89, (1988).
- [9] T. Elguedj, A. Gravouil and A. Combescure Appropriate extended functions for x-fem simulation of plastic fracture mechanics. *Comput. Methods Appl. Mech.*, 195(7), 501-515 (2006).
- [10] P. P. Camanho and C. G. Davila. Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials. NASA/TM-2002-211737, pp. 1-37, (2002).