

MODELISATION DE LA CINEMATIQUE DE FISSURATION A L'ECHELLE MESOSCOPIQUE DES COMPOSITES TISSES

Guillaume Fourier^{a,b,c}, Christian Fagiano^a, Martin Hirsekorn^a,
Emmanuel Baranger^a, Alain Rassineux^b

^a ONERA-DMAS, Université Paris-Saclay, guillaume.fourrier@onera.fr;

^b LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay; ^c Laboratoire Roberval, UTC;

Mots-clés : Modélisation de l'endommagement, composite tissé, échelle mésoscopique, zones cohésives, critère couplé

Résumé

Une comparaison de modélisations de l'amorçage et de la propagation de l'endommagement est réalisée en utilisant d'une part un critère couplé (CC) en énergie et en contrainte et d'autre part un modèle des zones cohésives (CZM). Celle-ci est effectuée au sein d'une cellule élémentaire représentative d'un composite tissé. Il est montré le caractère sur-contrainant des hypothèses émises afin de limiter le coût d'une simulation avec le CC. De manière globale les deux approches reposant sur les mêmes grandeurs physiques sont comparables. Cependant le CZM nécessitant moins d'hypothèses permet une évolution plus rapide de l'endommagement. De plus l'observation en détails des géométries de fissures obtenues avec chaque modèle souligne le caractère trop restrictif des hypothèses nécessaires au CC pour décrire de manière fine l'évolution de l'endommagement.

1 Introduction

Les matériaux composites à renfort tissé présentent une grande variété de configurations (type et architecture de renfort), et donc de propriétés mécaniques, ce qui permet d'élargir de plus en plus leur champ d'application. L'utilisation de la modélisation à l'échelle mésoscopique permet de représenter finement l'architecture du renfort de ces matériaux. C'est donc l'échelle privilégiée pour modéliser les mécanismes d'endommagement qui ont une influence non-négligeable sur les propriétés mécaniques macroscopiques du matériau. La mécanique de la rupture linéaire élastique permet de modéliser la propagation d'une fissure existante mais échoue à prédire son amorçage. Pour cela des méthodes basées sur la mécanique de la rupture incrémentale ont été développées [9]. Ces méthodes reposent sur l'amorçage brutal de fissures de longueur finie. Dans ce contexte l'amorçage est alors modélisé en utilisant un critère couplé (CC) en contrainte et en énergie mis en place par Leguillon [10], qui permet de définir le chargement critique et les dimensions finies de la fissure correspondante. Ce critère est utilisé pour des applications variées [11, 12, 6], comme cela a été présenté récemment par Weißgraeber et al. [14] dans une revue détaillée.

Une autre approche largement répandue pour décrire de manière discrète l'endommagement est le modèle des zones cohésives (ou *cohesive zone model* - CZM), cela consiste à relier la force cohésive au saut de déplacement entre les deux surfaces d'une interface ce qui simule le processus mécanique de dégradation d'un matériau.

La principale différence entre les deux approches est la présence pour le modèle cohésif d'une *process zone* composée d'éléments partiellement endommagés. Malgré la différence de mécanisme de propagation de l'endommagement entre les deux méthodes : le CZM diminue progressivement les forces à l'interface tandis que la mécanique de la rupture incrémentale les annule directement, les paramètres des deux lois reposent cependant sur les mêmes grandeurs. En effet l'énergie dépensée par unité de surface pour créer une nouvelle fissure est G_c pour les deux modèles. Le critère en contrainte pour amorcer l'endommagement est identique σ_c .

Plusieurs comparaisons entre CZM et CC ont été menées dans la littérature : Martin et al. [13] a comparé les deux approches dans le cas des décohesions en bord d'échantillon. Il a observé des états d'amorçage similaires pour le CC et le CZM dans le cas où la zone endommagée reste petite devant les dimensions du problème. En effet pour des longueurs d'endommagements plus importantes la *process zone* devient plus grande introduisant un retard à l'amorçage. Récemment Doitrand [7] a également montré des configurations d'amorçage (déformation et longueur initiale de fissure) similaires pour les deux modèles dans le cas de l'étude en 2D d'une plaque trouée d'un losange. Dans cette étude la *process zone* est 10 fois plus petite que la longueur de la fissure à l'amorçage.

Cornetti et al. [4] est parvenu à obtenir des endommagements comparables pour de grandes *process zones* avec l'introduction d'une fonction de pénalisation dans la condition en contrainte du critère couplée.

Le but des travaux présentés ici est de comparer CC et CZM sur une géométrie 3D complexe d'intérêt industriel. Il s'agit de mettre en évidence l'apport de chaque méthode pour l'étude de l'endommagement (amorçage et propagation) à l'échelle mésoscopique un composite tissé.

2 Présentations des méthodes

2.1 Le critère couplé

Le critère couplé développé par Leguillon [10] spécifie qu'une fissure apparait ou propage sur une surface ΔS quand la contrainte sur cette surface est supérieure à la contrainte à rupture du matériau σ_c , et que simultanément l'énergie disponible pour la formation de la fissure est supérieure à $G_c \cdot \Delta S$ (Eq (1)).

$$\begin{cases} f(\sigma_{ij}(x)) \geq \sigma_c, \forall x \in \Omega_c \\ G_{inc}(\Delta S) \geq \Delta S \cdot G_c \end{cases} \quad (1)$$

où $G_{inc}(S)$ est le taux de restitution d'énergie incrémental. Il représente la variation d'énergie potentielle au sein du matériau entre un état sain et un état endommagé. D'après ce double critère, le chargement à l'amorçage est donné par la valeur minimale pour laquelle les deux inégalités de l'équation (Eq (1)) sont validées. Avec l'hypothèse d'élasticité linéaire et celle des petites déformations, la contrainte est proportionnelle au chargement (Eq (2)). Les énergies potentielles des matériaux sain et endommagé, et par conséquent le taux de restitution d'énergie incrémental, sont proportionnelles au carré de la déformation imposée.

$$\begin{cases} \sigma = k\varepsilon = \sigma_c \\ G_{inc}(S) = A(S)\varepsilon^2 = G_c \end{cases} \quad (2)$$

En pratique un seul calcul éléments finis est requis pour obtenir k et donc le critère en contrainte. Plusieurs calculs avec différentes surfaces de fissures sont en revanche nécessaires pour définir $A(S)$ et donc le critère en énergie. La propagation de la fissuration est guidée par le taux de restitution d'énergie différentielle $G = \frac{-dW}{dS}$. Numériquement celui ci est calculé à partir du taux de restitution d'énergie incrémental G_{inc} (Eq (3))

$$G(S) = \frac{-dW}{dS} = \frac{dG_{inc}(S)}{dS} + G_{inc}(S) \quad (3)$$

G_{inc} ayant déjà été calculé pour définir la configuration d'amorçage de l'endommagement, l'obtention de G ne nécessite aucun calcul EF supplémentaire. La stabilité de la propagation dépend du taux de restitution d'énergie différentiel G . Cet aspect a été détaillé par A. Doitrand dans le cas de l'étude de l'endommagement d'un composite tissé [6]. Après l'amorçage, plusieurs cas de propagation se distinguent :

- Aucune propagation : $G < G_c$
- Propagation stable : $G = G_c$ et $\frac{dG}{dS} \leq 0$
- Propagation instable : $G > G_c$ (ou $G = G_c$ et $\frac{dG}{dS} \geq 0$)

Dans le cas d'une propagation stable une augmentation de la déformation est requise pour faire propager la fissure, à la différence d'une propagation instable qui intervient sans augmentation du chargement. Dans certains cas, l'excès d'énergie engrangé par une propagation instable peut entraîner une propagation supplémentaire de l'endommagement [6, 15]. En réalité une partie de cette énergie est dissipée et l'autre est utilisée pour la propagation.

2.2 Le modèle cohésif

Le modèle des zones cohésives traduit la relation entre la force de traction cohésive T et le saut de déplacement δ au sein d'une *process zone*, cette approche fut introduite par Dugdale et Barenblatt [8, 2]. Elle se rapproche de la mécanique de la rupture dans le cas d'une *process zone* de taille négligeable devant la taille caractéristique du problème. La première partie du modèle correspond à un comportement élastique pour lequel la force de traction

T augmente jusqu'à une valeur critique σ_c , au déplacement d'ouverture δ_0 . Intervient ensuite un comportement adoucissant traduisant l'endommagement progressif de l'interface jusqu'à un déplacement critique δ_c pour lequel la force cohésive s'annule, ce qui correspond à l'apparition locale de la fissure. Trois zones distinctes sont donc identifiables sur la courbe traction - déplacement (Fig. 1a). L'aire sous la courbe représente l'énergie nécessaire à l'ouverture de la fissure, dans le cas d'un matériau élastique sans dissipation d'énergie elle est égale à G_c . La figure (Fig. 1a) présente la courbe effort cohésif - saut de déplacement. Dans le cas d'un modèle de zone cohésive bi-linéaire. Les profils d'endommagement peuvent être différents en fonctions des comportements que l'on cherche à représenter [1, 3].

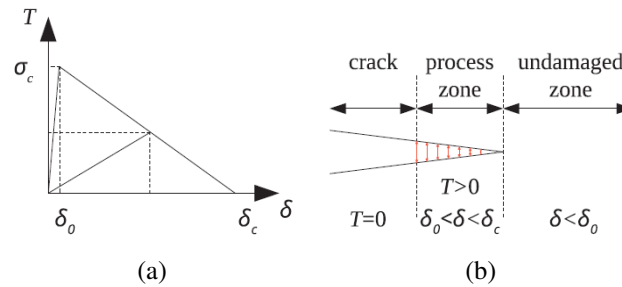


FIGURE 1 – (a) Courbe effort - saut de déplacement (exemple d'un modèle bi-linéaire) (b) Représentation schématique de la process zone [7]

3 Implémentation numérique

Le support de cette étude est une cellule élémentaire représentative d'un composite tissé. La géométrie utilisée est celle d'un taffetas de fibre de verre dans une matrice thermodurcissable, elle est issue des travaux de Doitrand [5] dans lesquels sont détaillés les étapes d'obtention du maillage. Les endommagements observés dans ce matériau sont des fissures intra-toron transverses à la direction de chargement et des décohésions inter-toron en pointe de fissure [5]. L'endommagement est introduit de manière discrète au sein de la géométrie à l'aide du module Z-Cracks développée à l'ONERA par Chiarrutini [5] au sein de la suite Z-set (Fig. 2). L'étude des deux modélisations se concentre sur l'analyse de l'endommagement d'un seul toron.

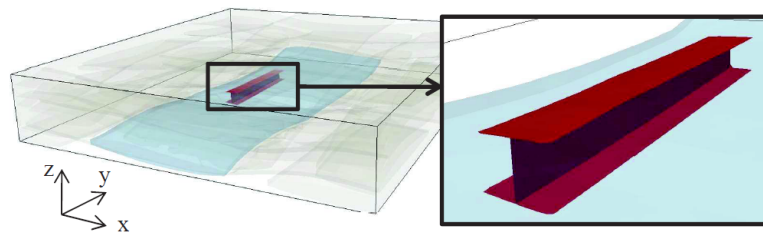


FIGURE 2 – Illustration du type d'endommagement inséré dans la CER (fissure intra-toron et décohésion en pointe de fissure [6])

3.1 Mise en œuvre du critère couplé

L'obtention des données nécessaires à l'application du critère en contrainte dans la cellule de taffetas ne nécessite qu'un seul calcul linéaire élastique comme indiqué précédemment. Le critère en énergie permet de trouver la configuration d'amorçage qui minimise la déformation. Dans le cas de cette géométrie les configurations de fissures possibles sont innombrables. Il a donc été nécessaire de mettre en œuvre certaines hypothèses afin de limiter le nombre de calculs à mener. Les hypothèses utilisées par Doitrand ont donc été reprises [6].

- Orientation de l'endommagement selon la microstructure
- Fissure traversant toute l'épaisseur du toron
- Fissures orthogonales à la direction de chargement

- Fissures localisées au niveau des maxima du critère en contrainte
- Propagation de l'endommagement symétrique par rapport au maximum du critère en contrainte

L'utilisation de ces hypothèses permet de réduire le nombre de paramètres utilisés : seule la longueur de la fissure l_c est nécessaire pour décrire la configuration d'amorçage. La méthode décrite dans la section précédente (cf Sec. 2.1) est ensuite utilisée pour étudier l'amorçage de la fissuration avec la condition en énergie du CC. Il s'avère que dans le cas de la géométrie traitée ici le critère en contrainte est validé dans tout le toron pour les niveaux de déformations d'amorçage obtenus avec le critère en énergie. C'est donc le critère en énergie qui pilote l'amorçage de la fissuration. Le maximum du critère en contrainte permet de localiser l'amorçage [6]. L'amorçage de la décohésion est également déterminé à l'aide du CC, celui-ci intervient une fois la fissuration transverse initiée. En effet celle-ci entraîne une concentration de contrainte locale en pointe de fissure qui permet la validation du critère en contrainte. Des hypothèses sont également formulées sur la géométrie des décohésions :

- Propagation symétrique de part et d'autre de la fissure
- Propagation symétrique sur les faces supérieures et inférieures du toron
- Longueur de la décohésion constante sur toute la longueur de la fissure

Ces hypothèses permettent à aussi de décrire la décohésion par un seul paramètre : la longueur de décohésion l_d de part et d'autre de la fissure. La prise en compte d'une propagation de l'endommagement en décohésion et en fissure augmente le nombre de calculs à réaliser de manière significative. Il est nécessaire de tester toutes les combinaisons possibles de paramètres (l_c, l_d) afin de trouver la configuration la plus favorable énergétiquement.

3.2 Mise en œuvre du modèle des zones cohésives

Le modèle des zones cohésives utilisé dans cette étude est un modèle bi-linéaire reprenant les mêmes paramètres σ_c et G_c utilisés pour le CC. Les éléments cohésifs sont introduits sur toute la longueur du toron dans un plan localisé avec le maximum du critère en contrainte. Pour les éléments cohésifs de la décohésion ils sont insérés à l'interface inter toron de part et d'autre du plan de la fissure. Ils s'étendent sur une longueur nettement supérieure à celle de la décohésion obtenue avec le CC pour une fissure propagée sur toute la longueur du toron, ceci afin de limiter les effets de bords. Avec les paramètres utilisés (G_c et σ_c), il a été observé que la taille de la *process zone* était du même ordre de grandeur que celle de la fissure.

L'implémentation du modèle cohésif permet en un seul calcul EF de déterminer l'amorçage de l'endommagement ainsi que sa propagation, mais le caractère non linéaire de celui-ci nécessite le calcul de nombreux incréments afin de modéliser l'intégralité de la propagation. De plus pour assurer la convergence du calcul implicite, à chaque incréments plusieurs itérations sont nécessaires. Dans certains cas l'implémentation d'une régularisation visqueuse ou la résolution du calcul en dynamique est requise.

4 Comparaison des deux modélisations CC et CZM

4.1 Résultats des simulations

La mise en œuvre des deux approches a permis de comparer l'évolution de la fissuration au sein d'un toron avec les deux modèles (Fig. 3). Le fait d'imposer moins d'hypothèses avec le CZM devrait accélérer la propagation, celle-ci étant moins restreinte. En effet l'endommagement apparaît en premier avec le modèle cohésif. Cependant malgré une longueur de fissure comparable entre les deux modèles pour un niveau de déformation correspondant à l'amorçage avec le CC, le CZM semble ensuite être en retard. Cela s'explique par la présence de la *process zone* qui traduit un endommagement plus progressif, or seuls les éléments totalement rompus sont considérés comme faisant partie de la fissure. En réalité, à longueur de fissure équivalente la zone endommagée avec le CZM est bien plus grande qu'avec le CC et plus d'énergie a été dissipée. Il est d'ailleurs possible d'observer que le retard du CZM est rattrapé à la rupture, une fois la *process zone* disparue, cela montre la cohérence des deux modèles.

L'observation en détail des zones endommagées, pour le niveau de déformation à l'amorçage déterminé avec le CC, révèle que les fissures obtenues avec les deux approches propagent différemment (Fig. 4a). En effet les hypothèses formulées font que la propagation avec le CC s'effectue de façon symétrique de part et d'autre

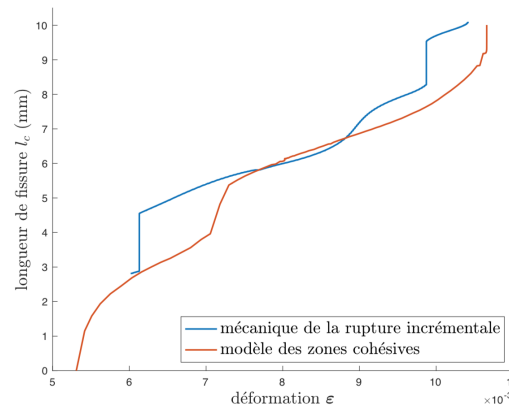


FIGURE 3 – Évolution de la longueur de la fissure au sein du toron avec les deux méthodes de modélisation

du point d'amorçage, tandis que avec le CZM direction de propagation de la fissure n'est pas imposée. La propagation de l'endommagement avec le CZM apparaît ne pas être symétrique autour du maximum du critère en contrainte, celle-ci est directement influencée par la géométrie du renfort. La reprise ou non des efforts par des torons voisins semble être un critère important. L'analyse de la propagation sur d'autres torons confirme cette observation.

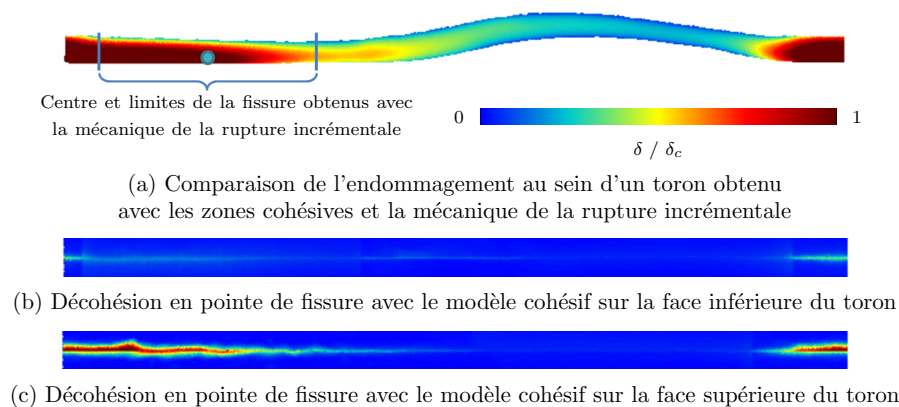


FIGURE 4 – Déplacement normalisé des nœuds de l'interface obtenus avec le modèle cohésif pour un niveau de chargement correspondant à l'amorçage de l'endommagement prévu avec la mécanique de la rupture incrémentale.

L'amorçage des décohésions intervient avec le CZM quand la fissure atteint la peau du toron comme cela est observé avec le CC, cependant cela se produit sur les faces supérieures et inférieures du toron pour des chargements différents (Fig. 4b et 4c). La propagation des décohésions n'est donc pas symétrique de part et d'autre du toron. Une asymétrie est également observée sur la propagation des décohésions autour de la pointe de fissure. Ces éléments remettent en question les hypothèses formulées lors de la mise en place de la modélisation à l'aide du CC.

4.2 Cout numérique

La mise en œuvre du CC ne nécessite que des calculs linéaires élastiques relativement peu coûteux individuellement (environ 2h) ne nécessitant qu'un seul incrément et qu'une itération. Cependant pour s'approcher d'une modélisation plus réaliste de l'endommagement de la CER il est nécessaire de limiter les hypothèses. La prise en compte de tous les paramètres de propagation observés avec le CZM (direction de propagation de la fissure, décohésions non symétriques, propagation en fissuration transverse et décohésion, ...) fait croître de manière exponentielle le nombre de calculs à réaliser. Ce qui est a fortiori vrai lors de l'étude du couplage entre plusieurs fissures. Le coût final d'une telle étude devient très vite important mais les calculs peuvent être parallélisés de manière assez simple. Il peut être également intéressant de mettre en œuvre des outils pour restreindre l'espace

des paramètres à calculer (méthode du gradient, approche à direction de descente). Le calcul avec le CZM est beaucoup plus couteux (de 4 jours à 1 semaine) mais permet de prendre en compte tous ces paramètres directement, ce qui dans le cas d'une géométrie 3D complexe comme présentée ici est un réel avantage..

5 Conclusion

La comparaison de deux méthodes de modélisation discrète de l'endommagement : le CC et le CZM sur une géométrie complexe montre que les deux approches sont globalement cohérentes. Cependant de par la nature même des modélisations certaines différences apparaissent. L'amorçage de l'endommagement observé est différent : il est brutal sur une longueur finie avec le CC tandis qu'il est progressif avec le CZM. La présence d'une *process zone* avec le CZM semble entraîner un léger retard de la propagation sur le CC car la fissure ne prend en compte que les éléments rompus, la zone endommagée est en réalité bien plus grande. Ce retard est par ailleurs rattrapé à rupture. Limiter le nombre d'hypothèses contraignant la propagation pour le CZM permet donc à celui-ci de dissiper plus d'énergie plus rapidement. Une observation en détail des phénomènes d'endommagement simulés par les deux modèles a confirmé le caractère limitant des hypothèses formulées avec le CC. Dans le cadre d'une démarche de modélisation prédictive de l'endommagement ayant pour objectif de concevoir une architecture de renfort, l'utilisation du CZM permet d'étudier de manière plus fine l'influence de l'architecture sur l'endommagement. Le nombre d'hypothèses étant plus faibles, les phénomènes observés sont moins influencés par celles-ci et donc plus représentatifs d'un comportement réel. Effectuer une simulation similaire à l'aide du CC entraînerait avec la méthode actuelle une explosion du nombre de calculs. Il serait nécessaire de mettre en œuvre une démarche d'optimisation des configurations à calculer afin de limiter le coût numérique.

Références

- [1] G. Alfano, MA. Crisfield Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 50 (2001) 1701-1736.
- [2] G.I. Barenblatt The formation of equilibrium cracks during brittle fracture : general ideas and hypotheses *Axially-symmetric Cracks PMM*, 23 (1959) 622-636.
- [3] P.P. Camanho, C.G. Davila and M.F. de Moura Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials *J. Comp. Mat.*, 37(16) (2003) 1415-1438.
- [4] P. Cornetti, M. Muñoz-Reja, A. Sapora and A. Carpinteri Finite fracture mechanics and cohesive crack model : weight functions vs. cohesive laws *Int. J. Sol. Struct.*, 156-157 (2019) 126-136.
- [5] A. Doitrand, C. Fagiano, V. Chiaruttini, F.H. Leroy, A. Mavel and M. Hirsekorn Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading *Compos Sci Technol*, 119 (2015) 1-11.
- [6] A. Doitrand, C. Fagiano, N. Carrère, V. Chiaruttini and M. Hirsekorn, M. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion *Engineering Fracture Mechanics*, 169 (2017) 189-200.
- [7] A. Doitrand, R. Estevez and D. Leguillon. Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 99 (2019) 51-59.
- [8] D.S. Dugdale Yielding of steel sheets containing slits *J. Mech. Phys. Sol.*, 8 (1960) 100-104.
- [9] Z. Hashin Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis *J. Mech. Phys. Solids*, 44(7) (1996) 1129-1145.
- [10] D. Leguillon Strength or toughness ? A criterion for crack onset at a notch *Eur. J. Mech. A/Solids*, 21(1) (2002) 61-72.
- [11] D. Leguillon, Z. Yosibash Crack onset at a v-notch. Influence of the notch tip radius *Int. J. Fract.*, 122(1-2) (2003) 1-21
- [12] V. Mantič Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion *Int. J. Sol. Struct.*, 46 (2009) 1287-1304
- [13] E. Martin, T. Vandellos, D. Leguillon, N. Carrère Initiation of edge debonding : coupled criterion versus cohesive zone model *Int. J. Fract.*, 189 (2016) 157-168.
- [14] P. Weißgraeber, D. Leguillon and W. Becker A review of Finite Fracture Mechanics : crack initiation at singular and non-singular stress raisers *Arch. Appl. Mech.*, 86(1-2) (2016) 375-401.
- [15] P. Weißgraeber, S. Hell, W. Becker Crack nucleation in negative geometries *Eng. Fract. Mech.*, 168 (2016) 93-104.