

# SIMULATION DE LA RUPTURE DUCTILE : DE LA MICROSTRUCTURE À LA STRUCTURE

Jacques Besson

MINES ParisTech, PSL Research University, Centre des Matériaux, CNRS UMR 7633, Evry, France

**Mots-clés :** Rupture ductile, micromécanique, endommagement, fissuration, simulation par éléments finis.

## Résumé

*La simulation numérique prédictive de la rupture ductile peut présenter un grand intérêt dans les situations industrielles pour lesquelles les approches expérimentales à l'échelle 1 sont trop coûteuses, voire même impraticables. Une approche possible pour traiter la déchirure ductile est la méthodologie dite «approche locale de la rupture». Cette approche est appelée «locale» car elle repose sur la modélisation détaillée des phénomènes d'endommagement (i.e. germination, croissance, coalescence) dans les zones de rupture. Cette modélisation est généralement conduite en employant la méthode des éléments finis. Elle s'accompagne d'observations minutieuses des mécanismes de rupture. Les modèles employés dans le cadre de l'approche locale de la rupture sont fondés sur des équations de comportement couplant plasticité et endommagement au niveau du point matériel de sorte que ces modèles relèvent de la «Mécanique Continue de l'Endommagement». Parmi les différents modèles proposés, le modèle de Gurson étendu par Tvergaard et Needleman est celui qui a été le plus largement accepté par la communauté scientifique. Son attrait repose essentiellement sur son fondement micromécanique simple ; il a été étendu pour rendre compte de nombreux effets physiques. Pour tous les modèles d'endommagement, le caractère adoucissant du comportement entraîne une localisation de la déformation et de l'endommagement lorsque des éléments finis «standards» sont employés. En contrôlant la taille des mailles ainsi que leur orientation, il est possible pour des modes de chargement simples de réaliser des calculs relativement prédictifs permettant d'analyser l'histoire du chargement sur le chemin de fissuration. Toutefois la richesse des descriptions physiques proposées par les modèles les plus récents reste largement sous-exploitée du fait de ces limitations. Seuls les modèles intégrant une longueur interne caractéristique du matériau peuvent lever cette difficulté mais restent largement en cours de développement*

## 1 Introduction

Afin de simuler la rupture ductile en allant de l'éprouvette de laboratoire à la structure industrielle, de nombreux modèles d'endommagement à base micromécanique ont été développés depuis 1970. Leur mise en œuvre dans les calculs de structures reste toutefois problématique (taille des calculs, localisation de l'endommagement, ajustement des paramètres...) de sorte qu'ils ne sont, à l'heure actuelle, pas employés directement pour réaliser des calculs de dimensionnement. Ils peuvent dans certains cas relativement simples être utilisés pour des pré-dimensionnement ou pour analyser des cas de rupture observés. Ce texte se propose de faire le point sur les modèles et leur utilisation dans le calcul de structure en se limitant au cas des simulations par la méthode des éléments finis en déplacements. Le cas des formulations enrichies permettant de s'affranchir des problèmes de localisation sera traité dans le texte d'Eric Lorentz : *Endommagement—Rupture : mise en œuvre numérique à l'échelle des structures*.

Après un bref rappel des mécanismes de la rupture ductile, le modèle GTN, qui est le plus employé pour simuler la déchirure ductile, est détaillé. Le phénomène de localisation lié au caractère adoucissant des lois de comportement avec endommagement est ensuite décrit. Le texte se conclut sur quelques exemples simples de simulation de la déchirure ductile.

## 2 Mécanismes de la rupture ductile

La rupture ductile est souvent décrite comme comportant trois phases distinctes [1]. Des cavités sont tout d'abord amorcées (germination) sur des défauts (inclusions primaires) avant de croître pour finir par coalescer et ainsi

former une fissure macroscopique. Cette situation prévaut à forte triaxialité des contraintes et est illustrée sur la figure 1-(a). On distingue sur le faciès de rupture des cupules contenant les inclusions (indiquées par des flèches ; CaS dans ce cas) qui sont le siège de la germination de l'endommagement. Les cavités ont coalescé par un mécanisme de striction interne. Pour des taux de triaxialité plus faible, il est courant de trouver des cupules de taille beaucoup plus faible ayant été amorcées sur des phases durcissantes comme les carbures  $\text{Fe}_3\text{C}$  dans le cas des aciers (voir figure 1-(b)) ou des dispersoïdes dans le cas des alliages d'aluminium [2, 3]. Ce mécanisme correspond à une localisation de la déformation entre les cavités amorcées sur les défauts primaires et conduisant à une germination secondaire [4]. Ce mécanisme est souvent appelé rupture par «void sheeting» [5]. A haute triaxialité, le croissance est rapide de sorte que la rupture se produit pour des niveaux de déformation inférieurs à ceux requis pour enclencher ce second mode de rupture.

Ces processus d'endommagement sont accompagnés par d'une déformation plastique parfois très élevée. Il est donc important de noter dès à présent qu'une modélisation de la rupture ductile ne peut être réalisée que dans le cadre des transformations finies (quel que soit le formalisme employé).

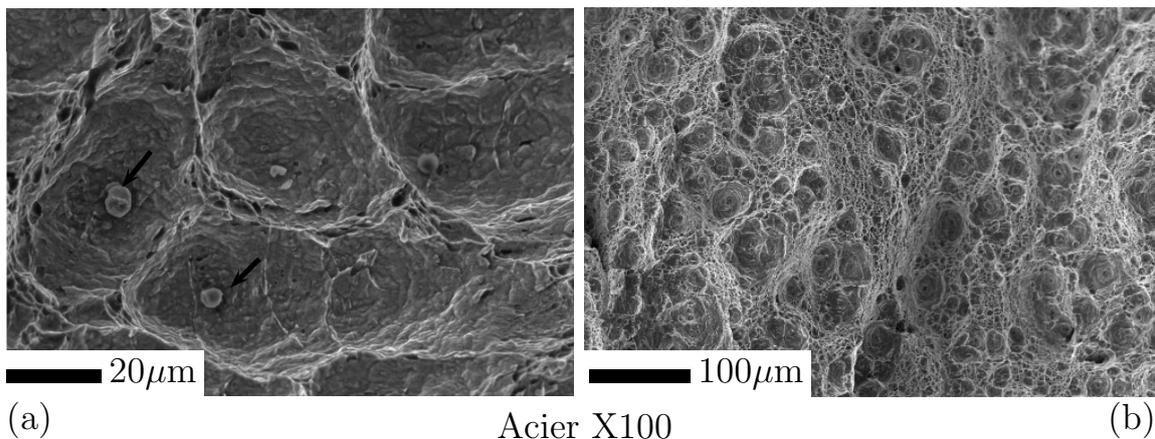


FIGURE 1 – Rupture ductile dans un acier pour pipeline (X100). (a) Rupture par germination sur des inclusions de type CaS, croissance et coalescence (haute triaxialité des contraintes). (b) Rupture par germination sur des inclusions de type CaS, croissance puis germination sur des carbures  $\text{Fe}_3\text{C}$  (triaxialité des contraintes moyenne). [6]

### 3 Modèles de rupture ductile

On trouvera dans les articles de review [7–11] une présentation plus complète des modèles de rupture ductile.

#### 3.1 Le modèle de Rice & Tracey

Bien qu'il soit désormais ancien, il paraît important de rappeler le modèle de Rice & Tracey [12]. Celui-ci contient en effet le plupart des ingrédients nécessaires pour décrire la rupture ductile. Dans sa version la plus simple, le modèle décrit la croissance d'une cavité sphérique isolée dans un massif infini, rigide parfaitement plastique (plasticité de von Mises). Dans ce cas, le taux de croissance d'une cavité de rayon  $R$  est donné par :

$$\frac{\dot{R}}{R} = \alpha \exp\left(\beta \frac{\sigma_m^\infty}{\sigma_{\text{eq}}^\infty}\right) \dot{p}^\infty \quad \sigma_m^\infty = \frac{1}{3} \sigma_{kk}^\infty \quad (1)$$

où  $\sigma_{kk}^\infty$  et  $\sigma_{\text{eq}}^\infty$  sont la trace et l'invariant de von Mises du tenseur des contraintes ( $\underline{\sigma}$ ) à l'infini.  $\dot{p}^\infty$  est la vitesse de déformation équivalente à l'infini. Le rapport  $\tau = \sigma_m / \sigma_{\text{eq}}$  correspond à la triaxialité des contraintes.  $\alpha$  et  $\beta$  sont égaux respectivement à 0.283 et 1.5 mais peuvent être éventuellement ajustés. Le modèle peut être utilisé pour définir un critère de rupture après intégration sur le chemin de chargement éventuellement non proportionnel. On obtient ainsi :

$$\log\left(\frac{R}{R_0}\right) = \int_{\text{histoire}} \alpha \exp\left(\beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{eq}}}\right) dp = \int_{p_c}^p \alpha \exp\left(\beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{eq}}}\right) dp \quad (2)$$

où  $p_c$  est la déformation critique à partir de laquelle l'endommagement débute. On peut alors proposer que la rupture s'amorce en un point matériel pour une valeur «critique» ( $R/R_0|_c$ ), supposée propre au matériau, du paramètre  $R/R_0$ . Le critère de rupture devient alors :  $R/R_0 = R/R_0|_c$  [13]. Le modèle, bien que très simple, intègre tous les éléments nécessaires à la description de la rupture ductile : croissance de l'endommagement dépendant non-linéairement de la triaxialité des contraintes, nécessité d'une déformation plastique croissante pour rompre la matière, germination (représentée ici par le paramètre  $p_c$ ), coalescence et rupture (représentées ici par le paramètre  $R/R_0|_c$ ). Le modèle peut alors être facilement employé pour post-traiter des calculs de structures élasto-plastiques afin de déterminer les lieux et instants d'amorçage. L'approche peut être généralisée en introduisant un indicateur d'endommagement,  $D$ , dont l'évolution peut être formulée de manière générique par [14] :

$$\dot{D} = \text{FONCTION}(\text{état de contrainte}, p) \dot{p} \quad (3)$$

### 3.2 Le modèle de Gurson–Tvergaard–Needleman

Le modèle de Gurson [15] reprend les idées du modèle de Rice & Tracey mais considère désormais une sphère creuse de taille finie constituée d'une matrice et d'une cavité sphérique (pore). Ce modèle introduit donc très naturellement une variable d'endommagement correspondant au taux de vide ou porosité  $f$ . Le modèle est fondé sur une approche de type «borne supérieure» pour une matrice de von Mises parfaitement plastique (limite d'écoulement  $\sigma_0$ ) et conduit à la définition d'une surface de plasticité :

$$\Phi = \frac{\sigma_{\text{eq}}^2}{\sigma_0^2} + 2f \cosh\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_0}\right) - 1 - f^2 \equiv 0 \quad (4)$$

L'approche employée permet de garantir que le règle de normalité s'applique à l'ensemble homogénéisé pore/matrice de sorte que le tenseur des incréments de déformation plastique s'écrit comme :

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_p = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\sigma}} \quad (5)$$

où  $\lambda$  est le multiplicateur plastique. La loi d'évolution de la variable d'endommagement est obtenue en écrivant la conservation de la masse de la matrice ; on obtient alors :

$$\dot{f} = (1 - f)\text{trace}(\dot{\underline{\varepsilon}}_p) = (1 - f)\lambda \text{trace}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\sigma}}\right) \quad (6)$$

On constate donc que la définition de la surface seuil conduit à la loi d'endommagement sans qu'il soit nécessaire de rajouter une équation d'évolution supplémentaire. Ceci est directement lié au fait que l'endommagement correspond à la croissance des cavités. La rupture de la matière correspond à des contraintes nulles  $\underline{\sigma} = \underline{0}$  vérifiant la condition de plasticité  $\Phi = 0$ . Cela conduit à la condition  $f = 1$ . Cette condition de rupture est bien sûr peu réaliste car le volume de matière devient négligeable par rapport au volume de la cavité.

Afin de rendre le modèle initial de Gurson utilisable dans des calculs de structure, Tvergaard et Needleman [16] ont proposé une extension phénoménologique désormais largement employée et fréquemment implantée dans les codes de calcul de structure. A l'heure actuelle, il s'agit du modèle le plus largement employé. Le modèle (dit modèle GTN) préserve le caractère micromécanique de l'approche originale en donnant un sens physique (*i.e.* mesurable par des observations) aux différentes variables mais abandonne le cadre rigoureux de l'approche par «borne supérieure». En premier lieu, le matériau est considéré comme élastique—plastique et intègre un écrouissage isotrope. La surface de plasticité s'exprime alors comme :

$$\Phi = \frac{\sigma_{\text{eq}}^2}{\sigma_F^2} + 2q_1 f_* \cosh\left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_F}\right) - 1 - q_1^2 f_*^2 \equiv 0 \quad (7)$$

$\sigma_F$  est la contrainte d'écoulement dépendant de la variable d'écrouissage  $p$  vérifiant :  $(1 - f)\dot{p}\sigma_F = \dot{\underline{\varepsilon}}_p : \underline{\sigma}$ .  $q_1$  et  $q_2$  sont deux paramètres permettant de mieux reproduire les vitesses de croissance des cavités. Ils peuvent être recalés sur des calculs de cellules élémentaires matrice/pore [17, 18] ou des expériences. Les valeurs de  $q_1$  et  $q_2$  sont proches de 1.5 et de 1. Un ajustement sur des expériences conduisant à des valeurs très différentes indiquerait que le mécanisme d'endommagement prépondérant n'est pas la croissance de cavités et que le modèle

GTN (en absence de germination) n'est sans doute pas approprié. Le modèle GTN prend également en compte la germination de l'endommagement en introduisant une porosité liée à la germination,  $f_n$ . La loi d'évolution de celle-ci est en règle générale exprimée comme :

$$\dot{f}_n = A_n(\dots)\dot{p} \quad (8)$$

où la fonction  $A_n$  peut dépendre de nombreux paramètres comme la déformation plastique [19–22] mais également de l'état de contrainte ou de déformation [23, 24]. L'évolution de la porosité résulte alors d'une contribution de la croissance (eq. 6) et de la germination :  $\dot{f} = (1 - f)\text{trace}(\dot{\underline{\epsilon}}_p) + A_n\dot{p}$ . La coalescence, dernier stade de l'endommagement avant la rupture, est prise en compte par la biais de la porosité effective  $f_*$  qui est généralement prise de la forme :

$$f_* = \begin{cases} f & \text{si } f < f_c \\ f_c + \frac{1/q_1 - f_c}{f_R - f_c}(f - f_c) & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

où  $f_c$  correspond à porosité de début de coalescence et  $f_R$  la porosité à rupture. Quand  $f = f_R$  alors  $f_* = 1/q_1$  de sorte que l'état de contrainte  $\underline{\sigma} = \underline{0}$  est sur la surface de plasticité (eq. 7) ce qui correspond à la rupture.

Le modèle GTN «standard» a donné lieu à de nombreuses extensions visant à intégrer les mécanismes physiques de déformation et d'endommagement pour une meilleure description de la rupture. Dans le cadre restreint de ce texte, il est impossible de les détailler. On donne ci-dessous les principales extensions avec pour chacune une liste non-exhaustive de publications : (i) Prise en compte de la viscosité [25], (ii) Prise en compte d'une matrice n'obéissant pas au critère de von Mises (anisotropie ou autre critère isotrope) [2, 26, 27], (iii) Forme des cavités considérées comme des ellipsoïdes [28–33], (iv) Mécanisme de coalescence par striction interne [34–41], (v) Prise en compte de l'effet du troisième invariant du tenseur des contraintes (Paramètre de Lode) [24, 42], (vi) Croissance de cavités dans un mono-cristal [43–46], ... Les différentes extensions concernent toutefois les phases de croissance et de coalescence qui peuvent être traitées par la mécanique des milieux continus et les modèles d'homogénéisation. On remarquera que les modèles de germination restent, pour l'instant, largement phénoménologiques. Un cadre micromécanique pour la germination serait utile. Les données de tomographies 3D sont les ingrédients permettant le développement de ce cadre (voir *e.g.* [47]).

### 3.3 Autres modèles

Il existe bien sûr d'autres modèles que le modèle GTN et ses extensions pour décrire la rupture ductile. Ces modèles sont en général de nature plus phénoménologique que les modèles dérivés de l'approche GTN qui cherchent à garder un cadre micromécanique. On trouve dans cette famille les modèles de Lemaitre [48, 49] dérivant des travaux antérieurs de Kachanov [50]. Ces modèles sont souvent décrits comme des modèles de la «Mécanique Continue de l'Endommagement» [49, 51]. Cette terminologie apparaît toutefois comme inappropriée car les modèles à bases micromécaniques reposent également sur la description d'un endommagement continu. Il paraît donc préférable de les nommer «phénoménologiques». Ces modèles introduisent une variable d'endommagement scalaire ou tensorielle. Dans ce dernier cas il est alors possible de décrire une anisotropie d'endommagement induite [52, 53]. Il est également possible de décrire les effets de fermeture de fissure [54, 55]. Ces modèles peuvent être construits dans un cadre thermodynamique rigoureux [56] qui, en particulier, garantit une dissipation positive. On trouvera une description détaillée de l'approche dans [53]. Dans ce cadre, la cinétique d'endommagement est reliée au taux de restitution d'énergie volumique qui correspond à la dérivée de l'énergie libre par rapport à la variable d'endommagement. La démarche est souvent reprise de façon plus simple, *i.e.* sans le formalisme thermodynamique et sans prendre en compte d'effet de l'endommagement sur le comportement élastique [57, 58]. Le modèle de Rousselier [59] reprend l'approche thermodynamique tout en restant très proche du formalisme GTN. Une comparaison des différentes approches est proposée en [9].

## 4 Rupture et localisation

Les modèles d'endommagement, quelle que soit leur nature, sont construits pour représenter la dégradation de la matière jusqu'à la rupture. Le comportement présente donc nécessairement un caractère adoucissant qui conduit

à l'apparition de bandes dans lesquelles déformation plastique et endommagement sont fortement localisés. On présente ici succinctement l'approche proposée par Rice [60, 61] pour décrire l'apparition de ces bandes.

Dans le cas des matériaux élastoplastiques, la loi de comportement incrémentale peut être exprimée sous la forme :

$$\underline{\hat{\sigma}} = \underline{L}_t : \underline{D} \quad (10)$$

$\underline{L}_t$  est le tenseur élastoplastique tangent,  $\underline{D}$  la vitesse de déformation et  $\underline{\hat{\sigma}}$  la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes. Le tenseur  $\underline{L}_t$  dépend bien sûr de l'ensemble des équations de comportement et n'est pas explicité ici. Il ne dépend que des variables internes représentant l'état du matériau mais pas de leurs dérivées.

La localisation est supposée arriver dans une bande plane et infinie caractérisée par sa normale  $\vec{n}$ . Les déplacements sont supposés discontinus de part et d'autre de la bande. La direction du saut de déplacement est notée  $\vec{g}$  (voir fig. 2). En écrivant la continuité du déplacement et l'équilibre, il est possible de montrer [60, 61] que le saut du tenseur de déformation est proportionnel à :

$$\frac{1}{2}(\vec{g} \otimes \vec{n} + \vec{n} \otimes \vec{g}) \quad (11)$$

et que la condition de bifurcation s'écrit comme [61, 62] :

$$\exists \vec{n}, \det(\underline{A}_t(\vec{n})) = 0 \quad (12)$$

avec :

$$\underline{A}_t(\vec{n}) = \vec{n} \cdot \underline{L}_t \cdot \vec{n} + \frac{1}{2}((\vec{n} \cdot \underline{\sigma}) \otimes \vec{n} - \vec{n} \otimes (\vec{n} \cdot \underline{\sigma}) + (\vec{n} \cdot \underline{\sigma} \cdot \vec{n}) \underline{1} - \underline{\sigma}) \quad (13)$$

où le second terme du terme de droite correspond au formalisme de grandes déformations utilisant la dérivée de Jaumann.  $\vec{g}$  est alors le vecteur propre de  $\underline{A}_t(\vec{n})$  correspondant à la valeur propre nulle. On montre que la localisation devient possible dans le cas de comportements adoucissants. Celle-ci est plus facile pour un état de déformation plane alors qu'un chargement axisymétrique conduit à une meilleure résistance à la localisation. L'analyse ne fournit pas d'évaluation de l'épaisseur de la bande une fois celle-ci formée. En pratique, dans les calculs par éléments finis usuels, elle sera aussi fine que possible ; c'est dire localisée dans une rangée d'éléments.

La bande de localisation est schématiquement représentée sur la fig. 2. La normale à la bande,  $\vec{n}$ , est dans le plan défini par les vecteurs propres correspondant aux valeurs propres maximale ( $\vec{d}_I$ ) et minimale ( $\vec{d}_{III}$ ) du tenseur de vitesse de déformation pourvu que la dilatation reste faible [63, 64]. L'angle  $\psi$  caractérise le mode of rupture qui varie de la rupture en simple ouverture ( $\psi = 0$ ) à la rupture purement tangentielle ( $\psi = \pi/2$ ).

Un «indicateur de localisation» peut être proposé à partir de l'analyse précédente. Il peut être employé pour détecter en post-traitement des calculs les zones dans lesquelles la localisation est possible [65–67]. L'indicateur est obtenu en minimisant  $\det(\underline{A}_t(\vec{n}))$  sur toutes les orientations possibles :

$$I_b = \min_{\vec{n}, \|\vec{n}\|=1} \det(\underline{A}_t(\vec{n})) \quad (14)$$

La formation d'une bande peut arriver dès que  $I_b = 0$ . La normale à la bande est donnée par le vecteur  $\vec{n}$  pour lequel  $I_b = 0$ .

## 5 Utilisation des modèles dans le calcul de structures

On utilise ici le modèle GTN avec des paramètres ajustés pour un acier ferritique de construction récent. Les paramètres sont donnés dans le tab. 1. La germination d'endommagement n'est pas prise en compte mais on

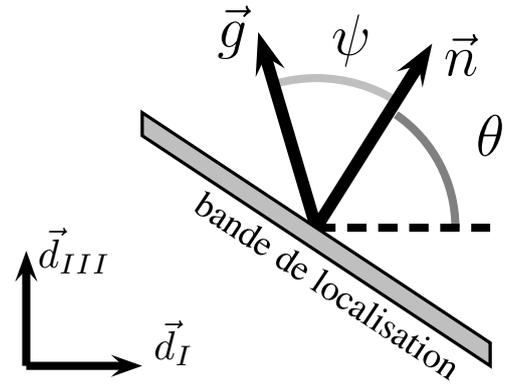
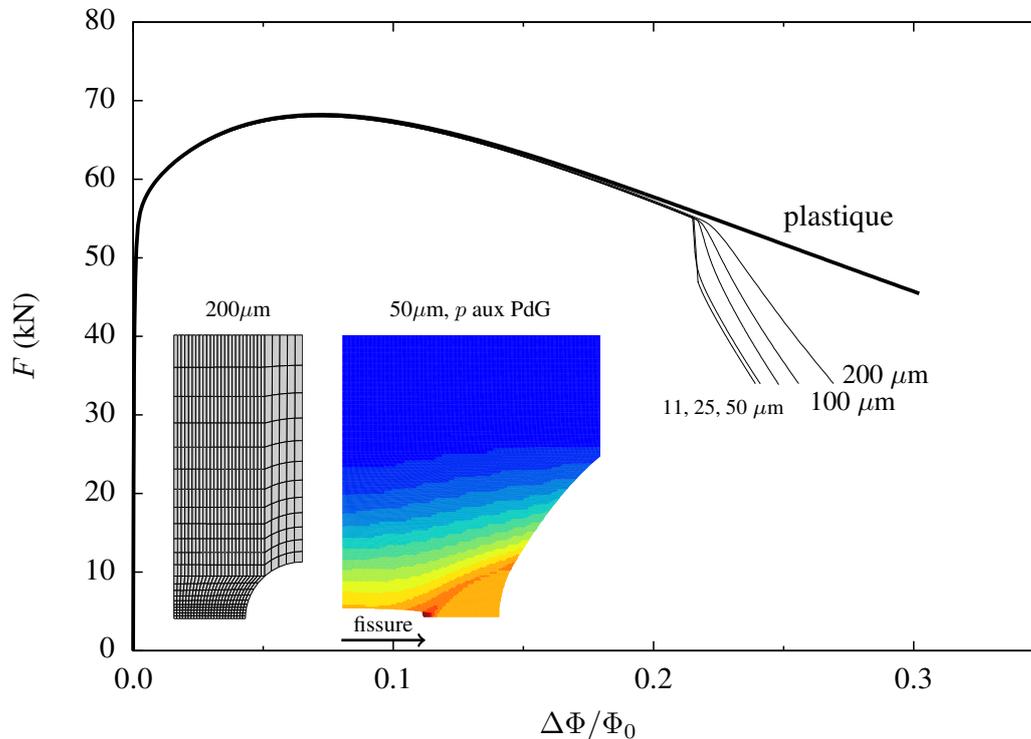


FIGURE 2 – Géométrie d'une bande de localisation

$f_0$	$q_1$	$q_2$	$f_c$	$f_R$	$\sigma_F(p)$ (MPa)
0.001	1.47	1.05	0.05	0.25	$510 + 295(1 - \exp(-9.6p))$

TABLE 1 – Paramètres du modèle GTN utilisés dans les calculs pour un acier de construction.

FIGURE 3 – Simulation d'un éprouvette axisymétrique entaillée pour différentes tailles de mailles dans la zone de propagation de la fissure.  $F$  : force,  $\Phi_0$  : diamètre initial minimum,  $\Delta\Phi$  : variation du diamètre minimum.

considère que les inclusions de type MnS (fraction volumique  $f_0$ ) se comportent comme des cavités dès le début de la déformation plastique.

Les simulations par la méthode des éléments finis sont ici réalisées en employant des éléments quadrangles axisymétriques ou en déformation plane. Un modèle de grandes déformations est employé. Une interpolation linéaire des déplacements nodaux est utilisée avec une intégration complète (4 points de Gauss). Une technique d'intégration sélective est employée pour limiter de fortes oscillations de pression [68]. La même solution peut être employée en 3D avec des hexaèdres. L'emploi de triangles/tétraèdres linéaires est à proscrire du fait de fortes oscillations des contraintes entre les éléments. Dans le cas d'un emploi d'éléments à interpolation quadratique, il est préférable d'utiliser les éléments à intégration réduite.

Une première série de calculs montre la simulation d'une éprouvette axisymétrique (fig. 3) pour laquelle le rapport du rayon de l'entaille et du diamètre minimum est égal à 0.4. Ce dernier est égal à 10 mm. Différentes tailles de mailles sont employées dans la zone d'amorçage et de propagation de la fissure. Les tailles vont de 200  $\mu\text{m}$  à 11  $\mu\text{m}$ . En premier lieu, il est important de noter que quelle que soit la taille de maille la réponse élasto-plastique est unique : les calculs fournissent donc alors un résultat «convergé». Dans le cas où l'endommagement est pris en compte, on obtient de nouveau une réponse «convergée» jusqu'au point où une chute brutale de la force  $F$  se produit. Ce point correspond à l'amorçage d'une fissure au cœur de l'éprouvette. A partir de ce point, les réponses obtenues dépendent de la taille de maille employée. Ce résultat n'a rien de surprenant dans la mesure où l'analyse de localisation (section 4) prédit effectivement la formation de bandes localisées pour les matériaux adoucissants. La figure indique également le champs de déformation plastique cumulée ( $p$ ) au points de Gauss. Les éléments dont les points de Gauss ont atteint la condition de rupture (*i.e.*  $f = f_F$ ) ont été retirés pour faciliter la visualisation. On constate la formation d'une bande inclinée en avant de la pointe de fissure pouvant correspondre à l'apparition d'une rupture en «cup-cone» [16] qui en pratique ne se forme pas dans le cas présent. Les conditions d'apparition de ce mode de rupture sont discutées dans [66, 67].

Un second exemple d'application du modèle GTN est présenté sur la fig. 4 dans le cas d'une éprouvette «Compact Tension» (CT) [69]. Ici encore, différentes tailles de mailles sont employées. Le calcul supposant un matériau sans endommagement a été également mené («plastique» sur fig. 4). On constate, ici également, une très forte dépendance à la taille de maille employée. Pour une même ouverture de fissure (Crack Mouth Opening Displacement : CMOD), la force est d'autant plus faible que la taille de maille est petite. Cela correspond également à une plus grande avancée de la fissure.

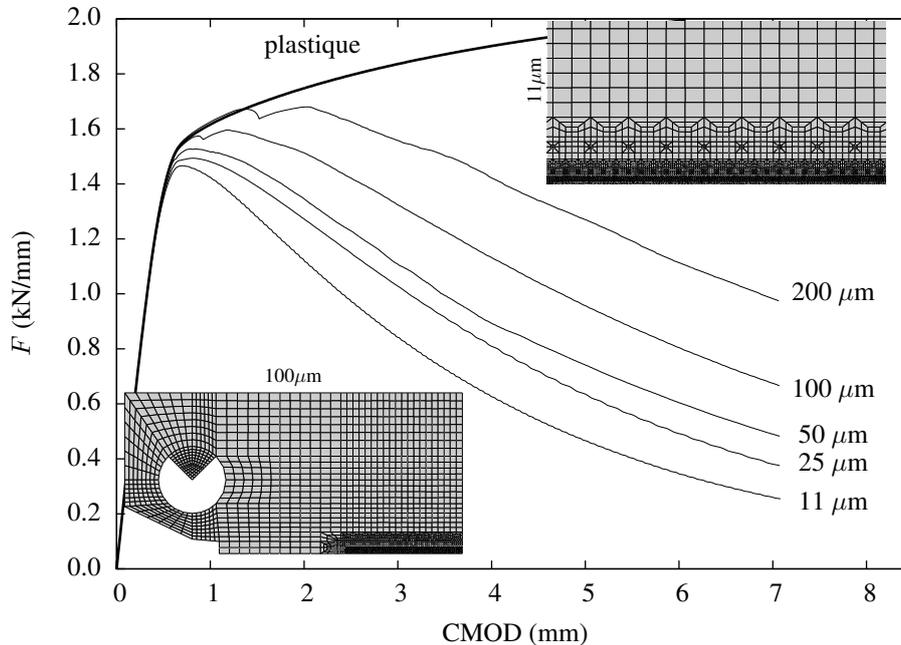


FIGURE 4 – Simulation d'un éprouvette Compact Tension (CT) pour différentes tailles de mailles dans la zone de propagation de la fissure.

Un exemple du champs de la contrainte d'ouverture ( $\sigma_{22}$ ) est montré sur la fig. 5. Sur cette figure, les éléments «rompus» ont été ôtés pour faciliter la visualisation de la fissure. On observe un maximum de la contrainte en avant de la pointe de la fissure. La zone d'élaboration de la rupture (Process Zone) ne s'étend que sur 3 à 4 éléments.

Une solution usuelle pour contourner le problème de la dépendance à la discrétisation est de n'employer qu'une seule formulation (type, taille, orientation) d'élément dans les zones où les fissures se propagent [59, 70]. La taille de l'élément (pour un type donné) devient alors un paramètre du modèle puisqu'elle influence directement les réponses simulées. La discrétisation éléments finis joue alors deux rôles bien distincts : (i) représentation de la géométrie, (ii) paramètre du modèle. En dépit de ces limitations, les modèles d'endommagement sont

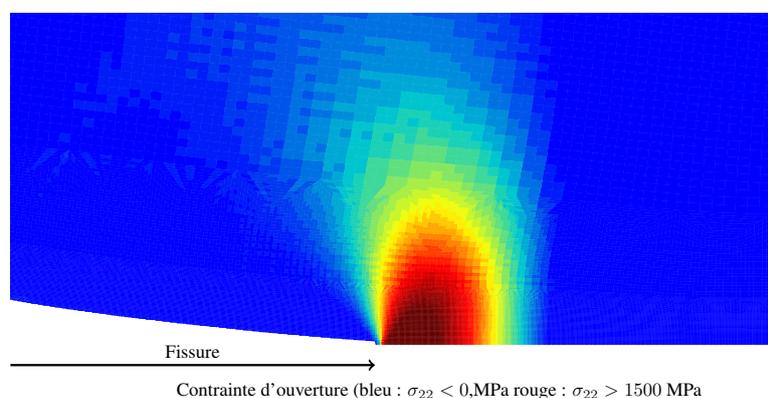


FIGURE 5 – Simulation d'un éprouvette Compact Tension (CT) : contrainte d'ouverture à la pointe de la fissure se propageant.

employés de manière routinière pour analyser des éprouvettes de petite taille [71–73] ou de taille intermédiaire [74, 75]. Les applications à des structures réelles sont beaucoup moins fréquentes et emploient principalement soit le modèle de Rice et Tracey, qui fournit alors un critère pour éroder les éléments [76], ou le modèle GTN [77–82]. La modélisation peut alors être employée pour interpréter les essais mais, à l’heure actuelle, le manque de fiabilité de ces simulations les rend impropres pour réaliser des calculs de dimensionnement.

## 6 Conclusions

Les modèles de rupture ductile à base micromécanique ont largement été développés depuis une quarantaine d’années. Ils intègrent désormais la prise en compte de nombreux effets physiques. Toutefois les efforts ont principalement portés sur la description de la croissance et la coalescence des cavités alors que la modélisation de la phase de germination repose encore principalement sur des approches phénoménologiques. Celle-ci joue toutefois un rôle prépondérant dans la rupture ductile de certaines classes de matériaux comme les alliages d’aluminium qui contiennent de nombreuses phases secondaires pouvant donner lieu à germination [47]. L’effet du troisième invariant du tenseur de contrainte (paramètre de Lode) mériterait également d’avoir un fondement micromécanique solide (voir *e.g.* [84]).

La mise en œuvre des modèles dans les codes de calcul par éléments finis se heurte aux problèmes liés à la localisation de l’endommagement et de la déformation dans des bandes étroites de sorte que les simulations sont peu prédictives et principalement limitées aux chargements en mode I. Le développement en cours d’approches intégrant explicitement des longueurs internes devrait permettre de résoudre ses problèmes (voir le texte d’Eric Lorentz :

*Endommagement—Rupture : mise en œuvre numérique à l’échelle des structures.*)

Une exemple emblématique du travail restant à réaliser est illustré par la fig. 6. Un essai de fissuration a été réalisé sur une tôle en alliage d’aluminium. L’essai a été interrompu afin de réaliser un examen par tomographie aux rayons X de la pointe de fissure. Après une fissuration en mode I sur une longueur allant d’une à deux fois l’épaisseur de la tôle, la fissure se déverse et se propage en mode I+III. Elle se propage alors en déformation plane (la direction de déformation plane correspond à la direction de propagation [3, 74]). Cette exemple combine donc les différentes difficultés soulevées dans ce texte : (i) germination dans un alliage d’aluminium, (ii) rôle du paramètre de Lode dans le passage plan/biseau, (iii) utilisation d’une technique de simulation par les éléments finis permettant de reproduire le passage plan/biseau de manière fiable.

## Références

- [1] W. M. Garrison and N. R. Moody. Ductile fracture. *J. Phys. Chem. Solids*, 48(11) :1035–1074, 1987.
- [2] B. Tanguy, T.T. Luu, G. Perrin, A. Pineau, and J. Besson. Plastic and damage behavior of a high strength X100 pipeline steel : experiments and modelling. *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 85(5) :322–335, 2008.
- [3] F. Bron, J. Besson, and A. Pineau. Ductile rupture in thin sheets of two grades of 2024 aluminum alloy. *Mater. Sci. Engng A*, 380 :356–364, 2004.
- [4] R. Becker and R.E. Smelser. Simulation of strain localization and fracture between holes in an aluminum sheet. *J. Mech. Phys. Solids*, 42(5) :777–796, 1994.

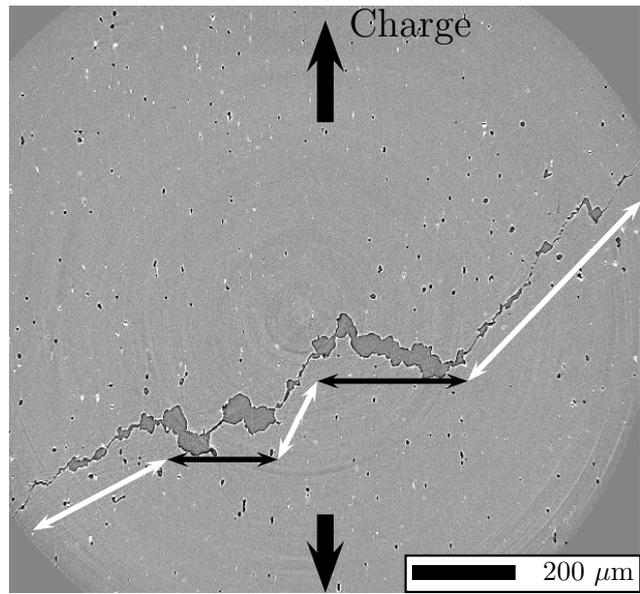


FIGURE 6 – Section imaginée par tomographie aux rayons X d’une éprouvette Kahn [83] montrant la transition entre fissuration plate (flèche noire) et fissuration en biseau (flèche blanche) [source T.F. Morgeneyer/ tôle d’aluminium 2139 T8].

- [5] M.J. Haynes and R.P. Gangloff. Temperature-dependent void-sheet fracture in Al-Cu-Mg-Ag-Zr. *Metall. Mater. Trans. A*, 29A :1599–1613, 1998.
- [6] T.T. Luu. *Déchirure ductile des aciers à haute résistance pour gazoducs (X100)*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2006.
- [7] V. Tvergaard. Material failure by void growth to coalescence. *Advances in Applied Mechanics*, 27 :83–151, 1990.
- [8] C. Berdin, J. Besson, S. Bugat, R. Desmorat, F. Feyel, S. Forest, E. Lorentz, E. Maire, T. Pardoen, A. Pineau, and B. Tanguy. *Local approach to fracture*. Presses de l’Ecole des Mines (Paris), 2004.
- [9] J. Besson. Damage of ductile materials deforming under multiple plastic or viscoplastic mechanisms. *Int. J. Plasticity*, 25 :2204–2221, 2009.
- [10] A.A. Benzerga and J.-B. Leblond. Ductile Fracture by Void Growth to Coalescence. *Advances in Applied Mechanics*, 44 :169–305, 2010.
- [11] A. Pineau, A. A. Benzerga, and T. Pardoen. Failure of metals I : Brittle and ductile fracture. *Acta Mater.*, 107 :424–483, 2016.
- [12] J. R. Rice and D. M. Tracey. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J. Mech. Phys. Solids*, 17 :201–217, 1969.
- [13] B. Marini, F. Mudry, and A. Pineau. Experimental study of cavity growth in ductile rupture. *Eng. Fract. Mech.*, 22(6) :989–996, 1985.
- [14] C. Defaisse, M. Mazière, L. Marcin, and J. Besson. Ductile fracture of an ultra-high strength steel under low to moderate stress triaxiality. *Eng. Fract. Mech.*, 194 :301–318, 2018.
- [15] A. L. Gurson. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I— Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engng Mater. Technol.*, 99 :2–15, 1977.
- [16] V. Tvergaard and A. Needleman. Analysis of the cup–cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metall.*, 32 :157–169, 1984.
- [17] J. Koplik and A. Needleman. Void growth and coalescence in porous plastic solids. *Int. J. Solids Structures*, 24(8) :835–853, 1988.
- [18] J. Faleskog, X. Gao, and C.F. Shih. Cell model for nonlinear fracture analysis — I. Micromechanics calibration. *Int. J. Frac.*, 89 :355–373, 1998.
- [19] C.C. Chu and A. Needleman. Void nucleation effects in biaxially stretched sheets. *J. Engng Mater. Technol.*, 102 :249–256, 1980.
- [20] J. Besson, L. Devillers-Guerville, and A. Pineau. Modeling of scatter and size effect in ductile fracture : Application to thermal embrittlement of duplex stainless steels. *Eng. Fract. Mech.*, 67(2) :169–190, 2000.
- [21] Z.L. Zhang, C. Thaulow, and J. Ødegård. A complete Gurson model approach for ductile fracture. *Eng. Fract. Mech.*, 67(2) :155–168, 2000.
- [22] M. Grange, J. Besson, and E. Andrieu. An anisotropic Gurson model to represent the ductile rupture of hydrided Zircaloy–4 sheets. *Int. J. Frac.*, 105(3) :273–293, 2000.
- [23] A. Dalloz, J. Besson, A.-F. Gourgues-Lorenzon, T. Sturel, and A. Pineau. Effect of shear cutting on ductility of a dual phase steel. *Eng. Fract. Mech.*, 76(10) :1411–1424, 2009.
- [24] T. F. Morgeneyer and J. Besson. Flat to slant ductile fracture transition : Tomography examination and simulations using shear-controlled void nucleation. *Scripta Metall. Mater.*, 65 :1002–1005, 2011.
- [25] J.B. Leblond, G. Perrin, and P. Suquet. Exact results and approximate models for porous viscoplastic solids. *Int. J. Plasticity*, 10(3) :213–235, 1994.
- [26] A.A. Benzerga and J. Besson. Plastic potentials for anisotropic porous solids. *Eur. J. Mech./A*, 20A(3) :397–434, 2001.
- [27] O. Cazacu, B. Revil-Baudard, N. Chandola, and D. Kondo. New analytical criterion for porous solids with tresca matrix under axisymmetric loadings. *Int. J. Solids Structures*, 51 :861–874, 2014.
- [28] M. Gologanu, J.B. Leblond, and J. Devaux. Approximate models for ductile metals containing non–spherical voids — case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities. *J. Mech. Phys. Solids*, 41(11) :1723–1754, 1993.
- [29] M. Gologanu, J.B. Leblond, and J. Devaux. Approximate models for ductile metals containing non–spherical voids — case of axisymmetric oblate ellipsoidal cavities. *J. Engng Mater. Technol.*, 116 :290–297, 1994.
- [30] K. Danas and N. Aravas. Numerical modeling of elasto-plastic porous materials with void shape effects at finite deformations. *Composites Part B : Engineering*, 43(6) :2544 – 2559, 2012.
- [31] K. Madou and J.-B. Leblond. Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids — I : Yield surfaces of representative cells. *Eur. J. Mech./A*, 42 :480–489, 2013.
- [32] Komlanvi Madou, Jean-Baptiste Leblond, and Leo Morin. Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids II : Evolution of the length and orientation of the void axes. *Eur. J. Mech./A*, 42 :490–507, 2013.
- [33] T.S. Cao, M. Maziere, K. Danas, and J. Besson. A model for ductile damage prediction at low stress triaxialities incorporating void shape change and void rotation. *Int. J. Solids Structures*, 63 :240–263, 2015.
- [34] P. F. Thomason. Three–dimensional models for the plastic limit–loads at incipient failure of the intervoid matrix in ductile porous solids. *Acta Metall.*, 33(6) :1079–1085, 1985.

- [35] P. F. Thomason. A three-dimensional model for ductile fracture by the growth and coalescence of microvoids. *Acta Metall.*, 33(6) :1087–1095, 1985.
- [36] M. Gologanu, J.B. Leblond, G. Perrin, and J. Devaux. Theoretical models for void coalescence in porous ductile solids. I. Coalescence “in layers”. *Int. J. Solids Structures*, 38 :5581–5594, 2001.
- [37] M. Gologanu, J.B. Leblond, and J. Devaux. Theoretical models for void coalescence in porous ductile solids. II. Coalescence “in columns”. *Int. J. Solids Structures*, 38 :5595–5604, 2001.
- [38] A.A. Benzerga. Micromechanics of coalescence in ductile fracture. *J. Mech. Phys. Solids*, 50 :1331–1362, 2002.
- [39] S.M. Keralavarma, S. Hoelscher, and A.A. Benzerga. Void growth and coalescence in anisotropic plastic solids. *Int. J. Solids Structures*, 48(11-12) :1696–1710, 2011.
- [40] M.E. Torki, C. Tekoğlu, J.-B. Leblond, and A.A. Benzerga. Theoretical and numerical analysis of void coalescence in porous ductile solids under arbitrary loadings. *Int. J. Plasticity*, 81 :160–181, 2017.
- [41] J. Hure and P.-O. Barrioz. Theoretical estimates for flat voids coalescence by internal necking. *Eur. J. Mech./A*, 60 :217–226, 2016.
- [42] K. Nahshon and J.W. Hutchinson. Modification of the Gurson model for shear failure. *Eur. J. Mech./A*, 27A :1–17, 2008.
- [43] X. Han, J. Besson, S. Forest, B. Tanguy, and S. Bugat. A yield function for single crystals containing voids. *Int. J. Solids Structures*, 50 :2115–2131, 2013.
- [44] J. Paux, L. Morin, R. Brenner, and D. Kondo. An approximate yield criterion for porous single crystals. *Eur. J. Mech./A*, 51 :1–10, 2015.
- [45] A. Mbiakop, A. Constantinescu, and K. Danas. An analytical model for porous single crystals with ellipsoidal voids. *J. Mech. Phys. Solids*, 84 :436–467, 2015.
- [46] C. Ling, J. Besson, S. Forest, B. Tanguy, F. Latourte, and E. Bosso. An elastoviscoplastic model for porous single crystals at finite strains and its assessment based on unit cell simulations. *Int. J. Plasticity*, 84 :58–87, 2016.
- [47] F. Hannard, A. Simar, E. Maire, and T. Pardoen. Quantitative assessment of the impact of second phase particle arrangement on damage and fracture anisotropy. *Acta Mater.*, 148(15) :456–466, 2018.
- [48] J. Lemaitre. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *J. Engng Mater. Technol.*, 107 :83–89, 1985.
- [49] J. Lemaitre. *A course on damage mechanics*. Springer Verlag, 1996.
- [50] L.M. Kachanov. Time of the rupture process under creep conditions. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk.*, 8 :26–31, 1958.
- [51] D. Krajcinovic. *Damage Mechanics*. Elsevier Science, 1996.
- [52] J. Lemaitre, R. Desmorat, and M. Sausay. Anisotropic damage laws of evolution. *Eur. J. Mech./A*, 19A :187–208, 2000.
- [53] J. Lemaitre and R. Desmorat. *Engineering damage mechanics*. Springer, 2005.
- [54] D. Halm and A. Dragon. An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials. *Eur. J. Mech./A*, 17A(3) :439–460, 1998.
- [55] J.L. Chaboche. Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage. *Int. J. Damage Mech.*, 2 :311–329, 1993.
- [56] P. Germain, Q.S. Nguyen, and P. Suquet. Continuum thermodynamics. *J. Applied Mech.*, 5 :1010–1020, 1983.
- [57] N. Bonora. A nonlinear CDM model for ductile failure. *Eng. Fract. Mech.*, 58(1-2) :11–28, 1997.
- [58] L. Xue and T. Wierzbicki. Ductile fracture initiation and propagation modeling using damage plasticity theory. *Eng. Fract. Mech.*, 75(11) :3276–3293, 2008.
- [59] G. Rousselier. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nucl. Eng. Des.*, 105 :97–111, 1987.
- [60] J.R. Rice. The localisation of plastic deformation. In W.T. Koiter, editor, *Proc. 14th Int. Conf. Theoretical and Applied Mechanics, Delft*, pages 207–220. North-Holland, Amsterdam, 1976.
- [61] J.R. Rice. *The mechanics of earthquake rupture. Proceedings of the international school of physics “Enrico Fermi”*, pages 555–649. North-Holland, 1980.
- [62] M.E. Mear and J.W. Hutchinson. Influence of yield surface curvature on flow localization in dilatant plasticity. *Mech. Mater.*, 4 :395–407, 1985.
- [63] J.W. Rudnicki and J.R. Rice. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 23 :371–394, 1975.
- [64] H. Yamamoto. Conditions for shear band localization in the ductile fracture of void-containing materials. *Int. J. Frac.*, 14(4) :347–365, 1978.
- [65] R. Billardon and I. Doghri. Prediction of macro-crack initiation by damage localization. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 308(Série II) :347–352, 1989.
- [66] J. Besson, D. Steglich, and W. Brocks. Modeling of crack growth in round bars and plane strain specimens. *Int. J. Solids Structures*, 38(46–47) :8259–8284, 2001.
- [67] J. Besson, D. Steglich, and W. Brocks. Modeling of plane strain ductile rupture. *Int. J. Plasticity*, 19(10) :1517–1541, 2003.
- [68] T.J.R. Hughes. Generalization of selective integration procedures to anisotropic and non linear media. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 15 :1413–1418, 1980.

- [69] ASTM-1820. Standard test method for measurement of fracture toughness. Technical report, 2008.
- [70] L. Xia and C. F. Shih. Ductile crack growth — I. A numerical study using computational cells with microstructurally-based length scales. *J. Mech. Phys. Solids*, 43 :233–259, 1995.
- [71] Y. Shinohara, Y. Madi, and J. Besson. Anisotropic ductile failure of a high-strength line pipe steel. *Int. J. Frac.*, 197 :127–145, 2016.
- [72] L. Cortese, T. Coppola, F. Campanelli, F. Campana, and M. Sasso. Prediction of ductile failure in materials for onshore and offshore pipeline applications. *Int. J. Damage Mech.*, 23(1) :104–123, 2014.
- [73] K. Kofiani, A. Nonn, and T. Wierzbicki. New calibration method for high and low triaxiality and validation on SENT specimens of API X70. *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 111 :187–201, 2013.
- [74] J. Besson, C.N. McCowan, and E.S. Drexler. Modeling flat to slant fracture transition using the computational cell methodology. *Eng. Fract. Mech.*, 104 :80–95, 2013.
- [75] D. Novoksharov, B. Döbereiner, M. Sharaf, S. Münstermann, and J. Lian. A new model for upper shelf impact toughness assessment with a computationally efficient parameter identification algorithm. *Eng. Fract. Mech.*, 148 :281–303, 2015.
- [76] C.K. Oh, Y.J. Kim, J.H. Baek, and W.S. Kim. Development of stress-modified fracture strain for ductile failure of API X65 steel. *Int. J. Frac.*, 143 :119–133, 2007.
- [77] B. Medjo, M. Rakin, N. Gubeljak, Y. Matvienko, M. Arsić, Ž. Šarkoćević, and A. Sedmak. Failure resistance of drilling rig casing pipes with an axial crack. *Eng. Fail. Anal.*, 58(2) :429–440, 2015.
- [78] T. Nicak, H. Schendzielorz, E. Keim, and G. Meier. STYLE : Study on transferability of fracture material properties from small scale specimens to a real component. In Duncan, A.J., editor, *Proceedings of the asme pressure vessels and piping conference, PVP 2011, Vol. 6, A and B*, pages 313–322. ASME, Pressure Vessels & Pip Div, 2012.
- [79] N. Nourpanah and F. Taheri. Ductile crack growth and constraint in pipelines subject to combined loadings. *Eng. Fract. Mech.*, 78(9) :2010–2028, 2011.
- [80] K.R. Jayadevan, E. Berg, C. Thaulow, E. Østby, and B. Skallerud. Numerical investigation of ductile tearing in surface cracked pipes using line-springs. *Int. J. Solids Structures*, 43(7-8) :2378–2397, 2006.
- [81] H. Tang, D. Fairchild, M. Panico, J. Crapps, and W. Cheng. Strain capacity prediction of strain-based pipelines. In *Proceedings of the 10th international pipeline conference — 2014, Vol 4*. ASME, 2014.
- [82] C. Soret, Y. Madi, V. Gaffard, and J. Besson. Local approach to fracture applied to the analysis of a full size test on a pipe containing a girth weld defect. *Eng. Fail. Anal.*, 82 :404–419, 2017.
- [83] ASTM-B871. Standard B871-01.2001 : Standard test method for tear testing of aluminium alloy products. Technical report, ASTM-International, 2001.
- [84] D. Mohr and S.J. Marcadet. Micromechanically-motivated phenomenological Hosford-Coulomb model for predicting ductile fracture initiation at low stress triaxialities. *Int. J. Solids Structures*, 67-68 :40–55, 2015.