



Homogénéisation de composites sous conditions thermomécaniques couplées

George Chatzigeorgiou, Fodil Meraghni
LEM3, CNRS, Arts et Métiers, Université de Lorraine, Metz

31/01/2025, Aussois 2025



Cadre classique en thermoélasticité

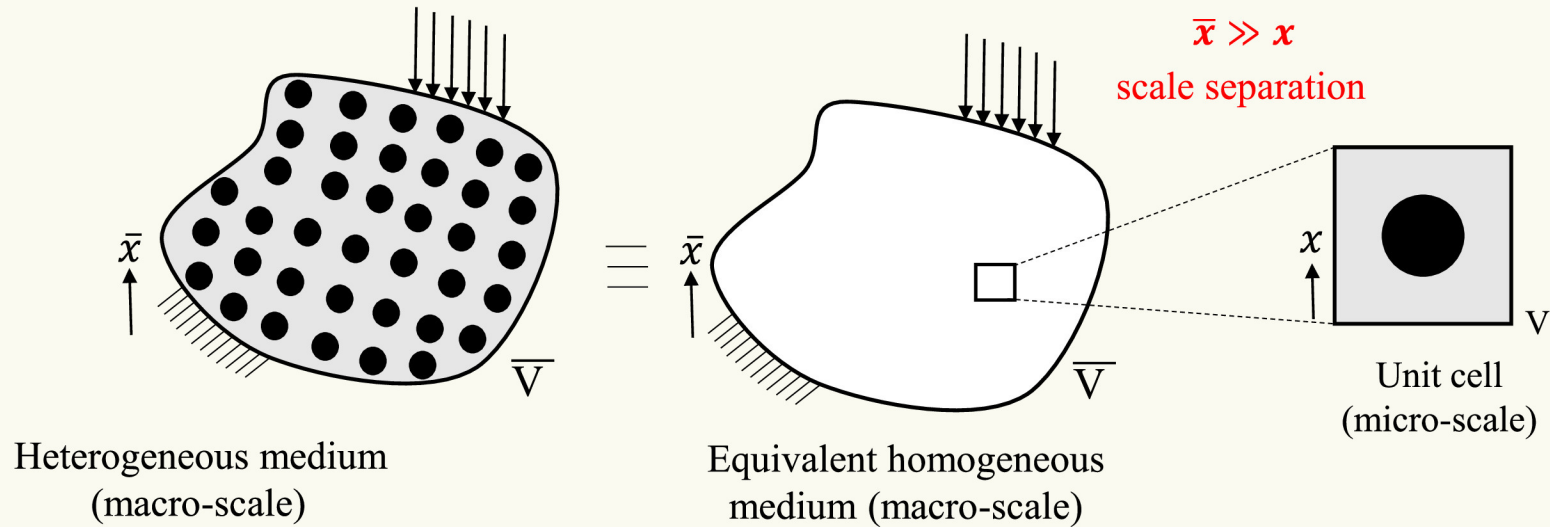
Processus thermomécaniques couplés

Homogénéisation par expansion asymptotique

Analyse thermomécanique en champ moyen

Vers des techniques basées sur les données

Cadre classique en thermoélasticité



Hypothèses fondamentales

- L'équation de la chaleur est réduite à un problème de conduction thermique en régime stationnaire
- Aucune dissipation n'apparaît
- La température influence le problème mécanique par la dilatation thermique
- La contrainte n'influence pas la température

équation de la chaleur en régime stationnaire
(aucune source de chaleur et capacité thermique)

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0$$

loi de Fourier

$$q_i = -\kappa_{ij} \nabla \theta_j$$

$$\nabla \theta_i = \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$$

$\mathbf{q}$: flux de chaleur

θ : température

$\nabla \theta$: gradient de température

équation d'équilibre
(aucune force volumique)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

loi de Hooke

$$\sigma_{ij} = L_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

σ : contrainte

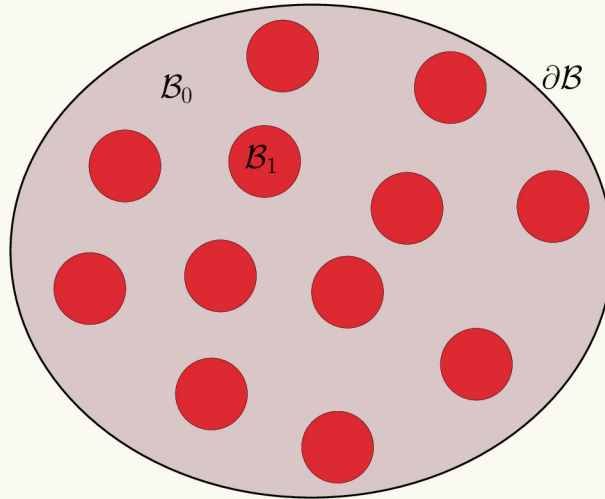
$\mathbf{u}$: déplacement

ε : déformation

analogie complète entre le problème thermique et le problème mécanique

chaque méthode d'homogénéisation en mécanique est applicable

composite isotrope avec des particules sphériques isotropes

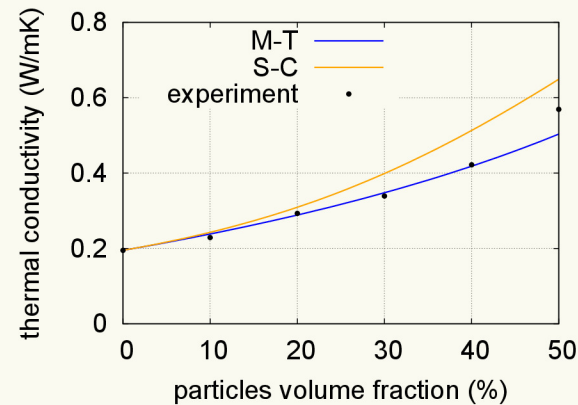


époxy

$$\kappa_0 = 0.195 \text{ W/mK}$$

silice

$$\kappa_1 = 1.5 \text{ W/mK}$$



Wong and Bollampally, 1999, Journal of Applied Polymer Science, 74, 3396-3403

La dilatation thermique est intégrée dans la loi de comportement

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}:\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{L}^\theta \Delta\theta$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}^{-1}:\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}\Delta\theta$$

$$\mathbf{L}^\theta = -\mathbf{L}:\boldsymbol{\alpha}$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0$$

Pour le composite, on considère une forme similaire de la loi de comportement

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \bar{\mathbf{L}}:\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \bar{\mathbf{L}}^\theta \Delta\bar{\theta}$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\mathbf{L}}^{-1}:\bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}\Delta\bar{\theta}$$

$$\bar{\mathbf{L}}^\theta = -\bar{\mathbf{L}}:\bar{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$\Delta\bar{\theta} = \bar{\theta} - \theta_0$$

Formule de Levin

$$\bar{\mathbf{L}}^\theta = \sum_{r=0}^N c_r \mathbf{L}_r^\theta : \mathbf{A}_r$$

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}} = -\bar{\mathbf{L}}^{-1} : \bar{\mathbf{L}}^\theta = \bar{\mathbf{L}}^{-1} : \sum_{r=0}^N c_r \boldsymbol{\alpha}_r : \mathbf{L}_r : \mathbf{A}_r = \sum_{r=0}^N c_r \boldsymbol{\alpha}_r : \mathbf{B}_r$$

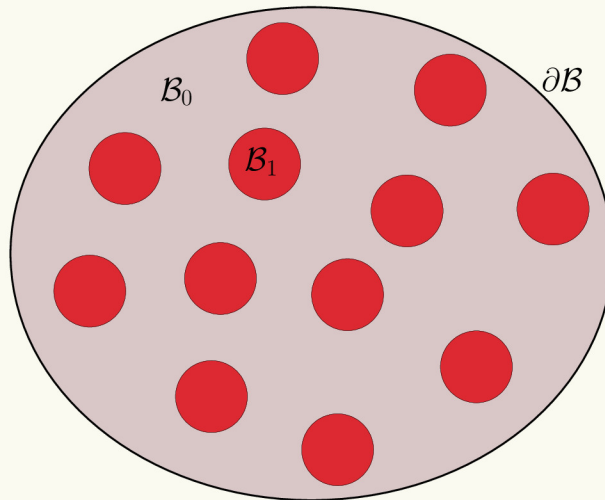
$\bar{\mathbf{L}}$, $\mathbf{A}_r$ et $\mathbf{B}_r$ peuvent être calculés avec n'importe quelle méthode de micromécanique

Levin, 1967, Mekhanika Tverdogo Tela, 1, 88-94

Rosen and Hashin, 1970, International Journal of Engineering Science, 8, 157-173

**important : la température est constante dans le VER,
mais le gradient de température varie**

composite isotrope avec des particules sphériques isotropes



époxy

$$E_0 = 2.25 \text{ GPa}$$

$$\nu_0 = 0.19$$

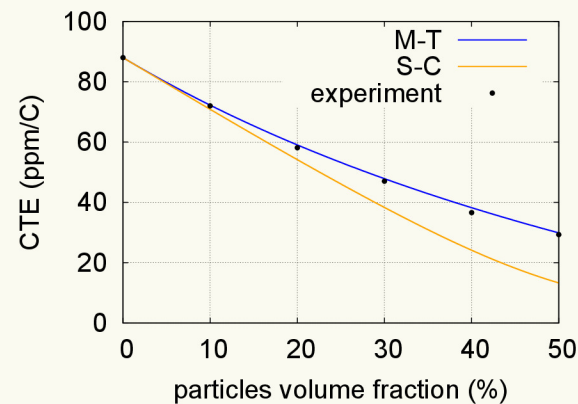
$$\alpha_0 = 88 \text{ ppm/}^\circ\text{C} (10^{-6}/^\circ\text{K})$$

silice

$$E_1 = 73 \text{ GPa}$$

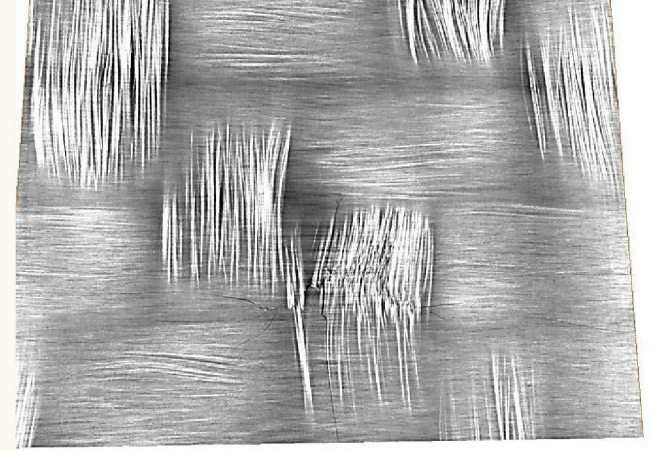
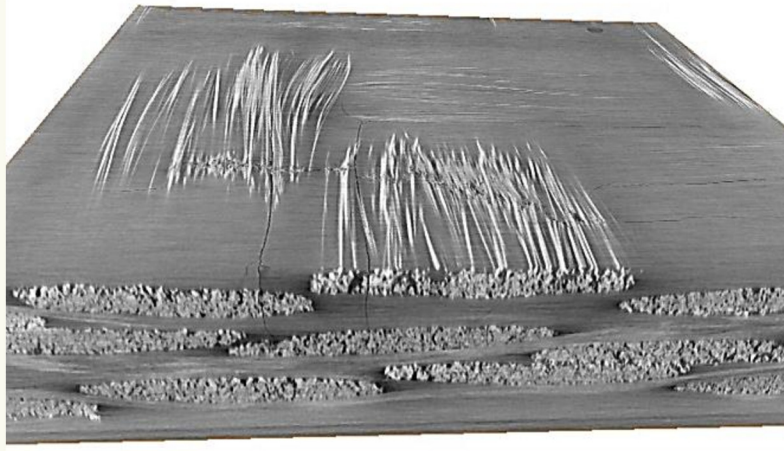
$$\nu_1 = 0.19$$

$$\alpha_1 = 0.5 \text{ ppm/}^\circ\text{C} (10^{-6}/^\circ\text{K})$$



Wong and Bollampally, 1999, Journal of Applied Polymer Science, 74, 3396-3403

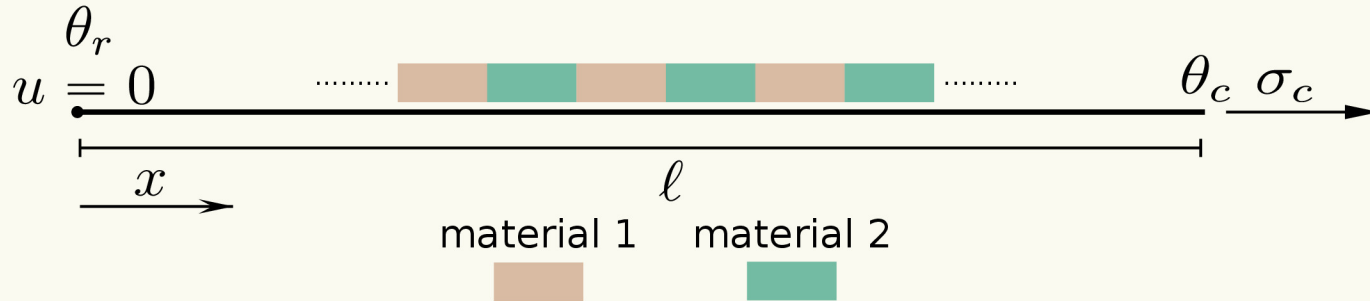
Processus thermomécaniques couplés



Thèse de Pascal Pomarède (2018)

- Les composites à microstructure périodique complexe présentent des mécanismes non linéaires lors des tests cycliques
- Les composites tissés avec une matrice polymère sont sensibles aux variations de température
- Nécessité de tenir compte des procédés thermomécaniques couplés lorsque des mécanismes hautement dissipatifs apparaissent

L'homogénéisation thermomécanique classique est insuffisante



propriétés et conditions de chargement

property	material 1	material 2
E [MPa]	3000	72000
α [1/K]	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$0.6 \cdot 10^{-5}$
κ [MPa m ² /(s K)]	$0.4 \cdot 10^{-6}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$
ρ [t/m ³]	1.12	2.5
c [MPa m ³ /(t K)]	1.64	0.8

$$\ell = 0.1 \text{ m} \quad \theta_r = 293.15 \text{ K}$$

$$\sigma_c = 0 \rightarrow 100 \text{ MPa en } 2000 \text{ s} \quad \theta_c = 293.15 \rightarrow 298.15 \text{ K en } 2000 \text{ s}$$

problème thermomécanique dans une barre 1D

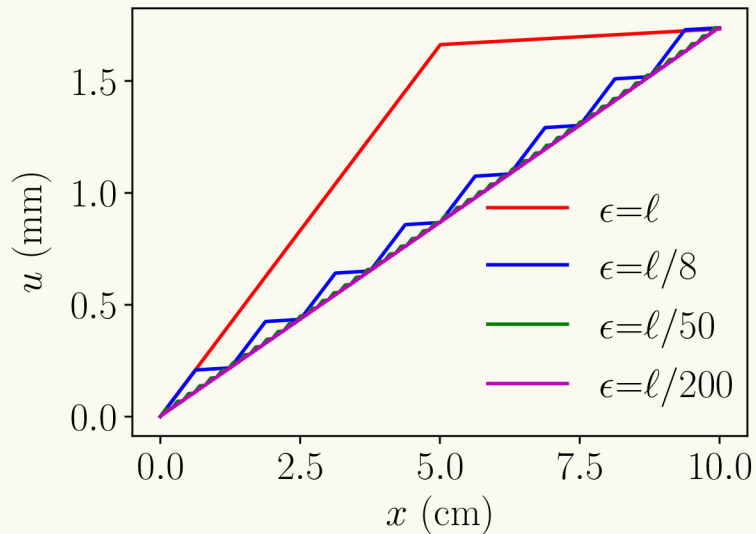
$$\begin{aligned}\sigma &= E \left[\frac{\partial u}{\partial x} - \alpha [\theta - \theta_r] \right] \\ \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= 0 \\ q &= -\kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \rho c \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{\partial q}{\partial x} - \theta \alpha \frac{d\sigma}{dt}\end{aligned}$$

Conditions initiales et aux limites

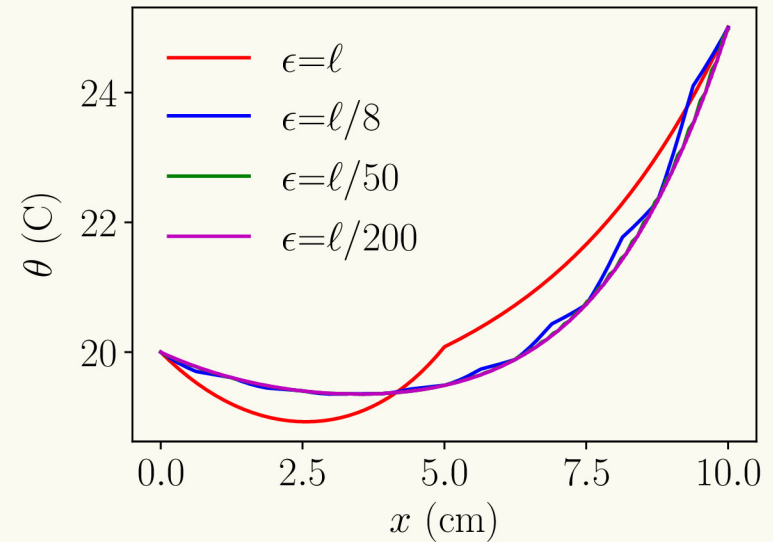
$$\begin{aligned}u(x, 0) &= 0 & \theta(x, 0) &= \theta_r & \sigma(x, 0) &= 0 & q(x, 0) &= 0 \\ u(0, t) &= 0 & \theta(0, t) &= \theta_r & \sigma(\ell, t) &= \sigma_c(t) & \theta(\ell, t) &= \theta_c(t)\end{aligned}$$

$t=2000$ s

distribution du déplacement

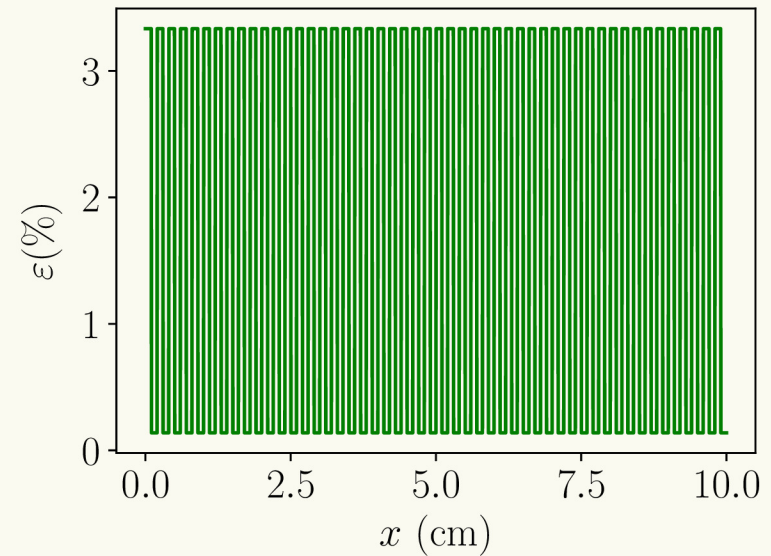
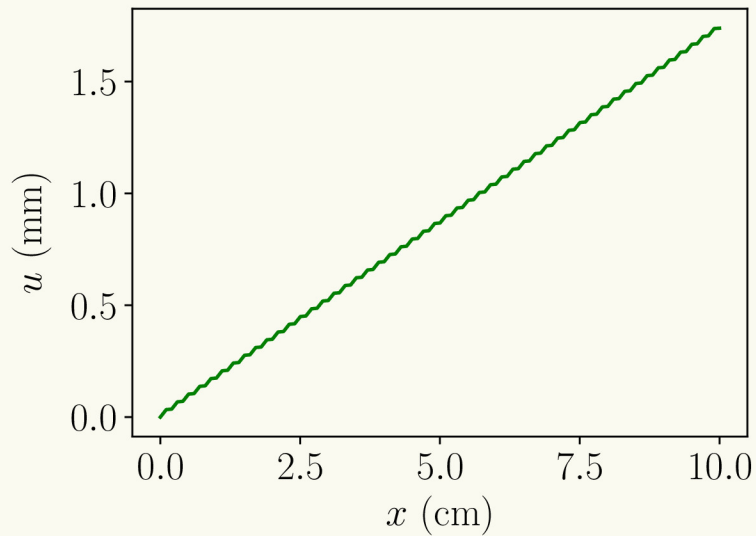


distribution de la température

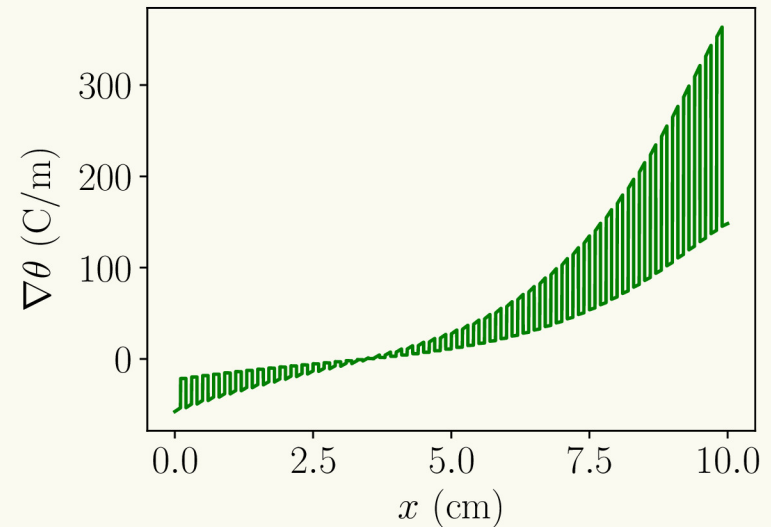
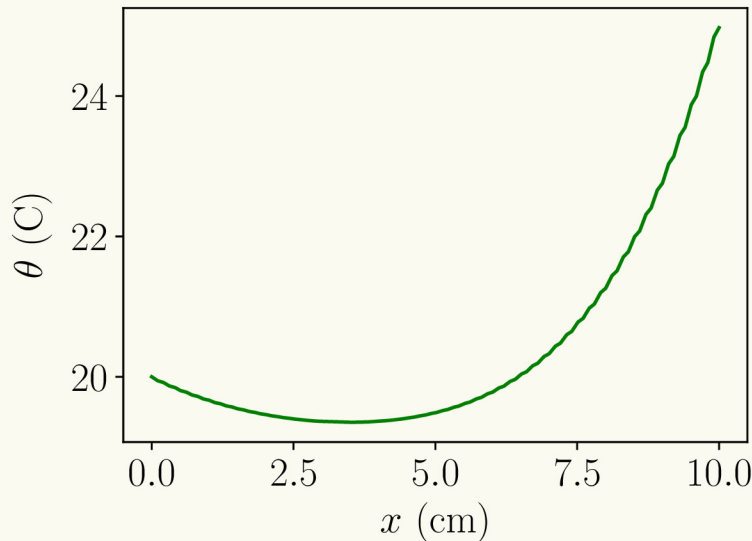


$$\epsilon = \frac{\ell}{\text{nombre de VER}}$$

déplacement et déformation à 2000 s pour $\epsilon = \ell/50$



température et gradient de température à 2000 s pour $\epsilon = \ell/50$



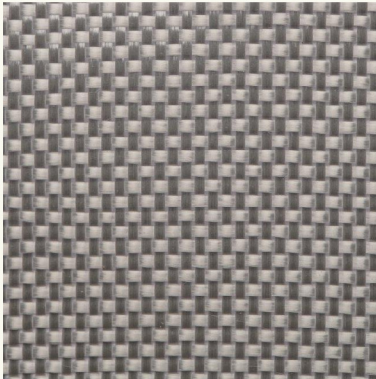
Les déplacements et la température convergent vers des valeurs macroscopiques pour des valeurs très petites de ϵ

La déformation et le gradient de température restent oscillants

Appliquer l'homogénéisation par expansion asymptotique

Homogénéisation par expansion asymptotique

Principes généraux et lois de comportement applicables au composite



$\mathbf{x}^\epsilon$

$$\{\bullet\}^\epsilon := \{\bullet\}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon)$$

$$\frac{\partial\{\bullet\}}{\partial\boldsymbol{\xi}}:\dot{\boldsymbol{\xi}} = \sum_m \frac{\partial\{\bullet\}}{\partial\mathbf{z}^{(m)}}\dot{\mathbf{z}}^{(m)} + \sum_n \frac{\partial\{\bullet\}}{\partial\mathbf{z}^{(n)}} \cdot \dot{\mathbf{z}}^{(n)} + \sum_q \frac{\partial\{\bullet\}}{\partial\mathbf{Z}^{(q)}}:\dot{\mathbf{Z}}^{(q)}$$

homogénéisation : identifier les principes généraux et les lois de comportement aux échelles microscopique et macroscopique

équilibre

$$\text{div}^\epsilon \boldsymbol{\sigma}^\epsilon = 0$$

équation de l'énergie

$$\text{div}^\epsilon \mathbf{q}^\epsilon = \boldsymbol{\sigma}^\epsilon:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^\epsilon - \dot{\mathcal{E}}^\epsilon$$

deuxième loi de la thermodynamique

$$\theta^\epsilon \dot{s}^\epsilon + \boldsymbol{\sigma}^\epsilon:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^\epsilon - \dot{\mathcal{E}}^\epsilon - \frac{1}{\theta^\epsilon} \mathbf{q}^\epsilon \cdot \nabla \theta^\epsilon \geq 0$$

potentiel de Helmholtz

$$\Psi^\epsilon := \Psi^\epsilon(\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon, \theta^\epsilon, \boldsymbol{\xi}^\epsilon)$$

$$\Psi^\epsilon = \mathcal{E}^\epsilon - s^\epsilon \theta^\epsilon$$

$$\boldsymbol{\sigma}^\epsilon = \frac{\partial \Psi^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon}, \quad s^\epsilon = -\frac{\partial \Psi^\epsilon}{\partial \theta^\epsilon}$$

dissipation locale

$$\gamma_{\text{loc}}^\epsilon = -\frac{\partial \Psi^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\xi}^\epsilon}:\dot{\boldsymbol{\xi}}^\epsilon$$

expansion asymptotique

$$\mathbf{u}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}}) + \epsilon \mathbf{u}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\theta^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \bar{\theta}(\bar{\mathbf{x}}) + \epsilon \theta^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\boldsymbol{\sigma}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \boldsymbol{\sigma}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \boldsymbol{\sigma}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\nabla \theta^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \nabla \theta^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \nabla \theta^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\mathbf{q}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \mathbf{q}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \mathbf{q}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$s^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = s^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon s^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

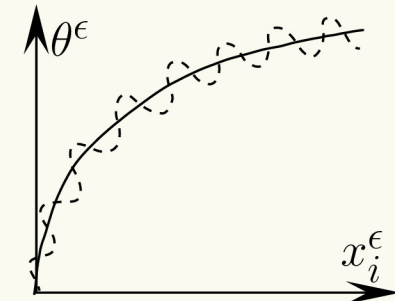
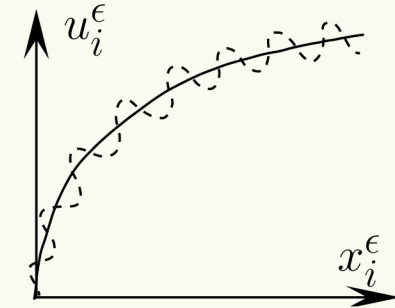
$$\mathcal{E}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \mathcal{E}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \mathcal{E}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\Psi^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \Psi^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \Psi^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\boldsymbol{\xi}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \boldsymbol{\xi}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \boldsymbol{\xi}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$-\frac{\partial \Psi^\epsilon}{\partial \boldsymbol{\xi}^\epsilon}(\mathbf{x}^\epsilon) = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right)^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) - \epsilon \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right)^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$

$$\gamma_{\text{loc}}^\epsilon(\mathbf{x}^\epsilon) = \gamma_{\text{loc}}^{(0)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \epsilon \gamma_{\text{loc}}^{(1)}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dots$$



$$\{\bullet\}^{(0)}, \{\bullet\}^{(1)}, \dots$$

périodique en x_i

$$x_i = \frac{\bar{x}_i}{\epsilon}$$

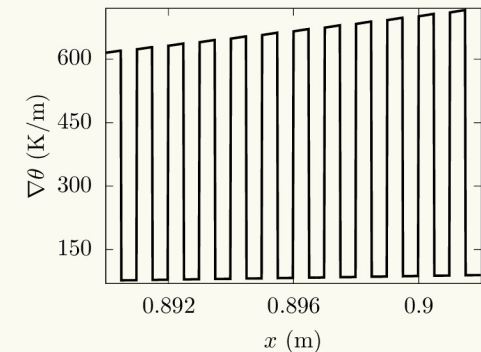
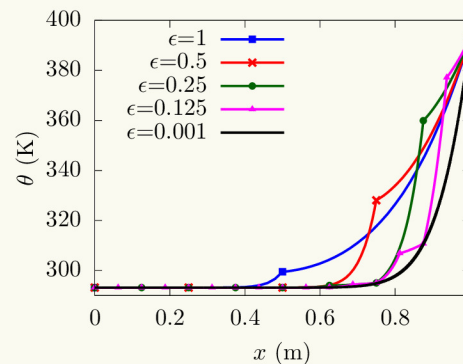
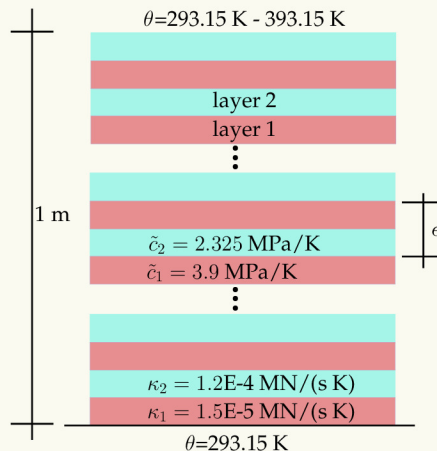
$$\frac{\partial}{\partial x_i^\epsilon} = \frac{\partial}{\partial \bar{x}_i} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_i}$$

- Les variables mécaniques suivent les relations classiques micro-macro

variable	microscopique	macroscopique
déformation	$\epsilon^{(0)}$	$\bar{\epsilon} = \langle \epsilon^{(0)} \rangle$
contrainte	$\sigma^{(0)}$	$\bar{\sigma} = \langle \sigma^{(0)} \rangle$
dissipation locale	$\gamma_{loc}^{(0)} = -\frac{\partial \Psi^{(0)}}{\partial \xi^{(0)}} : \dot{\xi}^{(0)}$	$\bar{\gamma}_{loc} = \langle \gamma_{loc}^{(0)} \rangle$

- Micro-température $\theta \rightarrow \bar{\theta}$ pour $\epsilon \rightarrow 0$ **mais** $\nabla \theta \neq 0$

variable	microscopique	macroscopique
gradient de température	$\nabla \theta^{(0)}$	$\bar{\nabla} \theta = \langle \nabla \theta^{(0)} \rangle$
flux de chaleur	$q^{(0)}$	$\bar{q} = \langle q^{(0)} \rangle$
entropie spécifique par unité de volume	$s^{(0)}$	$\bar{s} = \langle s^{(0)} \rangle$



équation	microscopique	macroscopique
équilibre	$\text{div} \boldsymbol{\sigma}^{(0)}(\boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}, \bar{\theta}, \boldsymbol{\xi}^{(0)}) = \mathbf{0}$	$\bar{\text{div}} \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{0}$
équation de l'énergie	$\text{div} \mathbf{q}^{(0)} = \mathbf{0}$	$\bar{\text{div}} \bar{\mathbf{q}} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} - \dot{\bar{\mathcal{E}}} = \bar{r}$
inégalité d'entropie	$\gamma_{\text{loc}}^{(0)} - \frac{\mathbf{q}^{(0)}}{\bar{\theta}} \cdot \nabla \boldsymbol{\theta}^{(0)} \geq 0$	$\bar{\gamma}_{\text{loc}} - \frac{\bar{\mathbf{q}}}{\bar{\theta}} \cdot \nabla \bar{\boldsymbol{\theta}} \geq 0$

les équations microscopiques peuvent être résolues indépendamment
couplages thermomécaniques dans le bilan énergétique

$$\bar{r} = \langle r^{(0)} \rangle = -\bar{\theta} \dot{\bar{s}} + \bar{\gamma}_{\text{loc}}$$

$$r^{(0)} = \boldsymbol{\sigma}^{(0)} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(0)} - \dot{\mathcal{E}}^{(0)} = \underbrace{\bar{\theta} \frac{\partial^2 \Psi^{(0)}}{\partial \bar{\theta} \partial \bar{\theta}} \dot{\bar{\theta}} + \bar{\theta} \frac{\partial^2 \Psi^{(0)}}{\partial \bar{\theta} \partial \boldsymbol{\varepsilon}^{(0)}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(0)} + \bar{\theta} \frac{\partial^2 \Psi^{(0)}}{\partial \bar{\theta} \partial \boldsymbol{\xi}^{(0)}} : \dot{\boldsymbol{\xi}}^{(0)}}_{-\bar{\theta} \dot{s}^{(0)}} - \underbrace{\frac{\partial \Psi^{(0)}}{\partial \boldsymbol{\xi}^{(0)}} : \dot{\boldsymbol{\xi}}^{(0)}}_{+\gamma_{\text{loc}}^{(0)}}$$

Chatzigeorgiou et al. 2016, International Journal of Plasticity, 81, 18-39

Chatzigeorgiou et al. 2018, ISTE-Elsevier

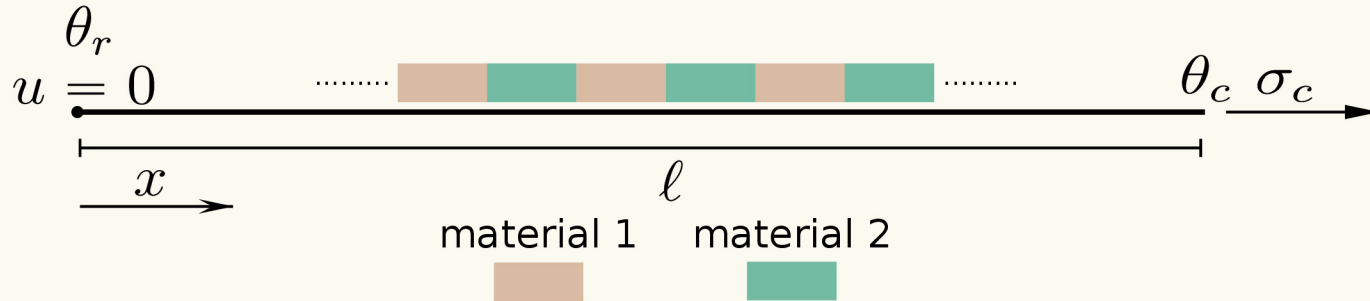
Charalambakis et al. 2018, Continuum Mechanics and Thermodynamics, 30, 1-51

Exemple en thermoélasticité

$$r^{(0)} = -\rho c \dot{\bar{\theta}} - \bar{\theta} \boldsymbol{\alpha} : \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(0)}$$

$$\bar{r} = -\langle \rho c \rangle \dot{\bar{\theta}} - \bar{\theta} \langle \boldsymbol{\alpha} : \mathbf{C} : \mathbf{A}^\varepsilon \rangle : \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} - \bar{\theta} \langle \boldsymbol{\alpha} : \mathbf{C} : \mathbf{A}^\theta \rangle \dot{\bar{\theta}}$$

$\mathbf{A}^\varepsilon, \mathbf{A}^\theta$: tenseurs de concentration liés à la déformation et à la température



propriétés et conditions de chargement

property	material 1	material 2
E [MPa]	3000	72000
α [1/K]	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$0.6 \cdot 10^{-5}$
κ [MPa m ² /(s K)]	$0.4 \cdot 10^{-6}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$
ρ [t/m ³]	1.12	2.5
c [MPa m ³ /(t K)]	1.64	0.8

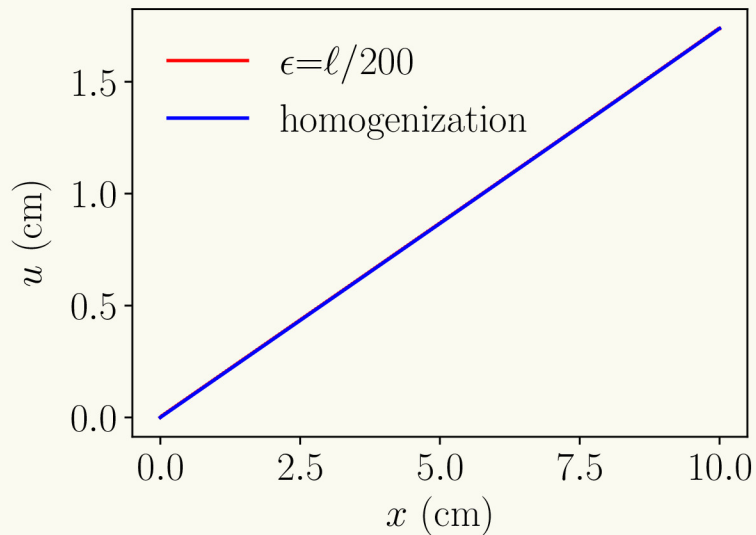
$$\ell = 0.1 \text{ m} \quad \theta_r = 293.15 \text{ K}$$

$$\sigma_c = 0 \rightarrow 100 \text{ MPa en } 2000 \text{ s} \quad \theta_c = 293.15 \rightarrow 298.15 \text{ K en } 2000 \text{ s}$$

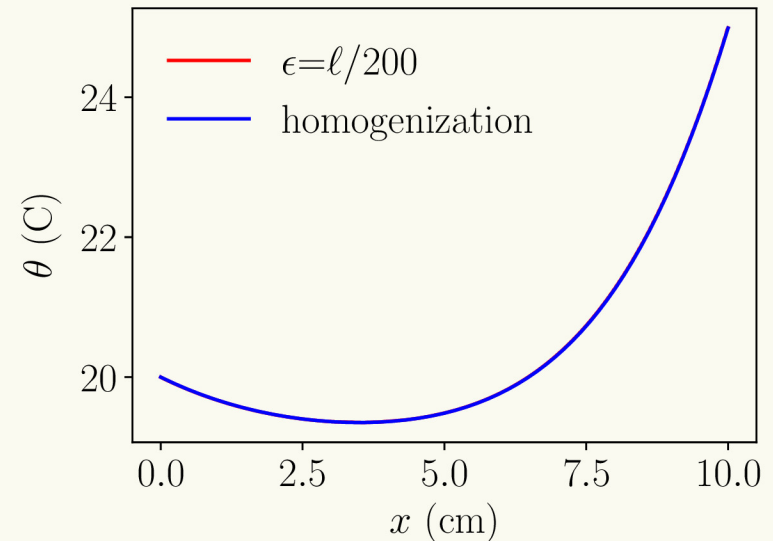
homogénéisation d'une barre composite

$$\bar{E} = \frac{1}{0.5/E_1 + 0.5/E_2} \quad \bar{\kappa} = \frac{1}{0.5/\kappa_1 + 0.5/\kappa_2} \quad \bar{\alpha} = 0.5[\alpha_1 + \alpha_2] \quad \bar{\rho c} = 0.5[\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2]$$

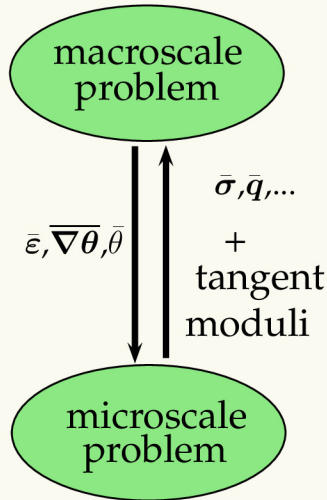
distribution du déplacement



distribution de la température



problème de cellule unitaire en 2 étapes



$\Delta \{\bullet\}$: incrément de temps

$\delta \{\bullet\}$: incrément d'itération

cellule unitaire

$$\begin{aligned}\delta \sigma^{(0)} &= \mathbf{D}^\varepsilon : \delta \varepsilon^{(0)} + \mathbf{D}^\theta \delta \bar{\theta} \\ \delta r^{(0)} &= \mathbf{R}^\varepsilon : \delta \varepsilon^{(0)} + \mathbf{R}^\theta \delta \bar{\theta} \\ \delta q^{(0)} &= -\kappa \cdot \delta \nabla \theta^{(0)}\end{aligned}$$

macroscopique

$$\begin{aligned}\delta \bar{\sigma} &= \bar{\mathbf{D}}^\varepsilon : \delta \bar{\varepsilon} + \bar{\mathbf{D}}^\theta \delta \bar{\theta} \\ \delta \bar{r} &= \bar{\mathbf{R}}^\varepsilon : \delta \bar{\varepsilon} + \bar{\mathbf{R}}^\theta \delta \bar{\theta} \\ \delta \bar{q} &= -\bar{\kappa} \cdot \delta \nabla \bar{\theta}\end{aligned}$$

- **étape 1** : la macro-déformation, la macro-température et le gradient de macro-température sont fixes

- résoudre de manière itérative les équations découplées
$$\text{div} \left(\sigma^{(0)} + \mathbf{D}^\varepsilon : \text{grad} \delta u^{(1)} \right) = 0, \quad \text{div} \left(q^{(0)} - \kappa \cdot \text{grad} \delta \theta^{(1)} \right) = 0.$$
- calculer la macro-contrainte et le macro-flux de chaleur

- **étape 2** : macro-déformation, macro-température et gradient de macro-température sont "libérés". Les résidus sont supposés nuls

- considérer $\delta u^{(1)} = \delta \bar{\varepsilon} : \chi^\varepsilon + \delta \bar{\theta} \chi^\theta, \quad \delta \theta^{(1)} = \delta \nabla \bar{\theta} \cdot \psi^\theta.$
- résoudre les équations linéaires découplées

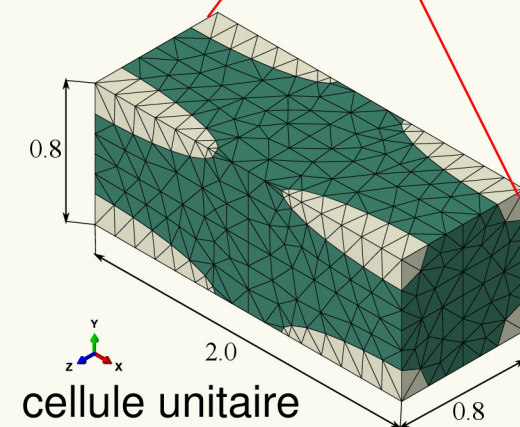
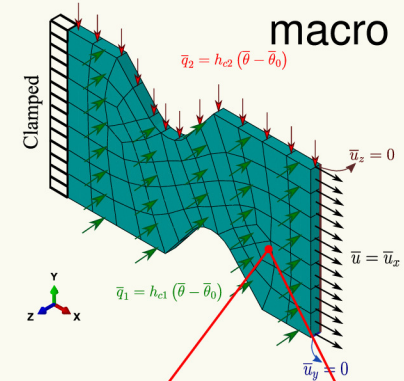
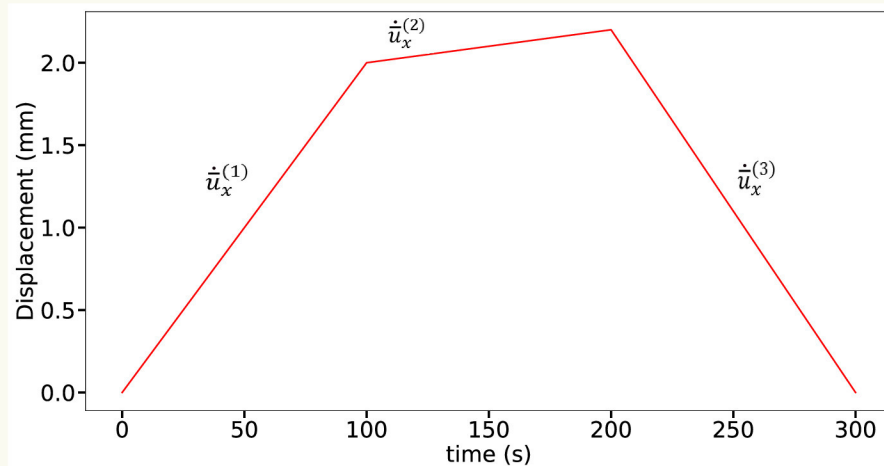
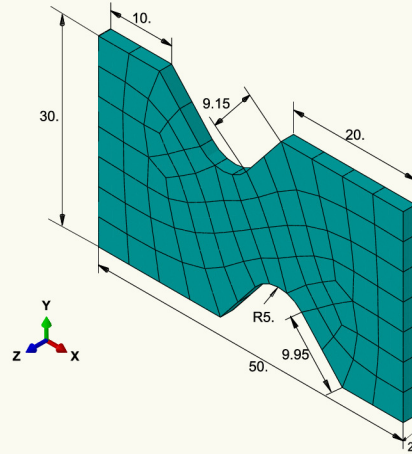
$$\begin{aligned}\text{div} \left([\mathbf{D}^\varepsilon + \mathbf{D}^\varepsilon \mathbin{\text{\textcircled{~}} \text{grad} \chi^\varepsilon}]^T \right) &= 0, \quad \text{div} \left(\mathbf{D}^\theta + \mathbf{D}^\varepsilon : \text{grad} \chi^\theta \right) = 0, \\ \text{div} \left(\left[\kappa + \kappa \cdot [\text{grad} \psi^\theta]^T \right]^T \right) &= 0.\end{aligned}$$

modules tangents macroscopiques

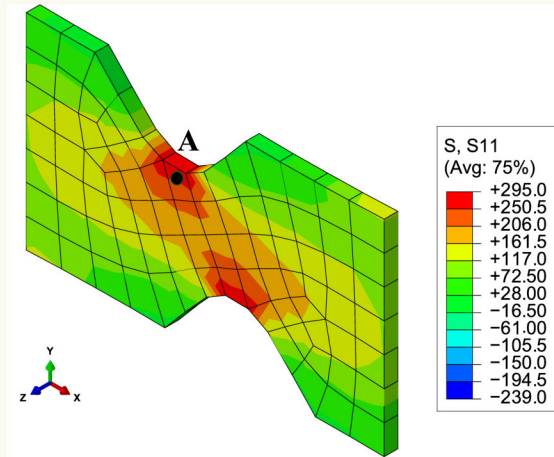
$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{D}}^\varepsilon &= \langle \mathbf{D}^\varepsilon : \mathbf{A}^\varepsilon \rangle & \bar{\mathbf{D}}^\theta &= \langle \mathbf{D}^\theta + \mathbf{D}^\varepsilon : \mathbf{A}^\theta \rangle & \bar{\kappa} &= \langle \kappa \cdot \Theta \rangle \\ \bar{\mathbf{R}}^\varepsilon &= \langle \mathbf{R}^\varepsilon : \mathbf{A}^\varepsilon \rangle & \bar{\mathbf{R}}^\theta &= \langle \mathbf{R}^\theta + \mathbf{R}^\varepsilon : \mathbf{A}^\theta \rangle \\ \mathbf{A}^\varepsilon &= \mathbf{I} + \mathbf{I} \mathbin{\text{\textcircled{~}} \text{grad} \chi^\varepsilon} & \mathbf{A}^\theta &= \text{grad}_{\text{sym}} \chi^\theta & \Theta &= \mathbf{I} + [\text{grad} \psi^\theta]^T\end{aligned}$$

$$[\mathbf{A} \mathbin{\text{\textcircled{~}} \text{B}}]_{ijkl} = [\mathbf{A}]_{ijmn} [\mathbf{B}]_{klmn}$$

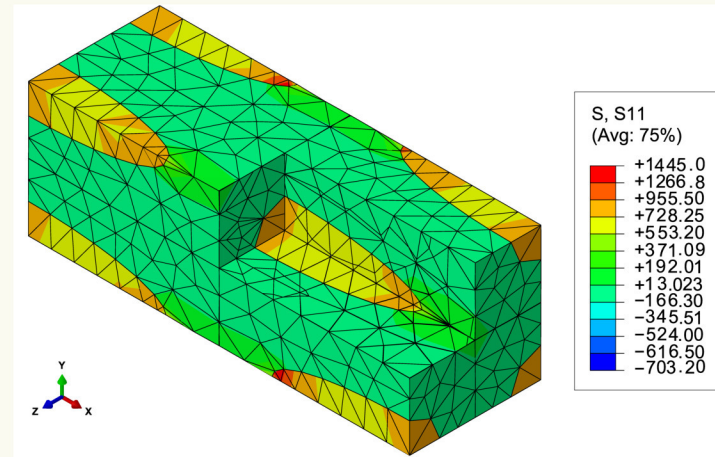
matrice thermoélastique/viscoplastique - Fibres élastiques



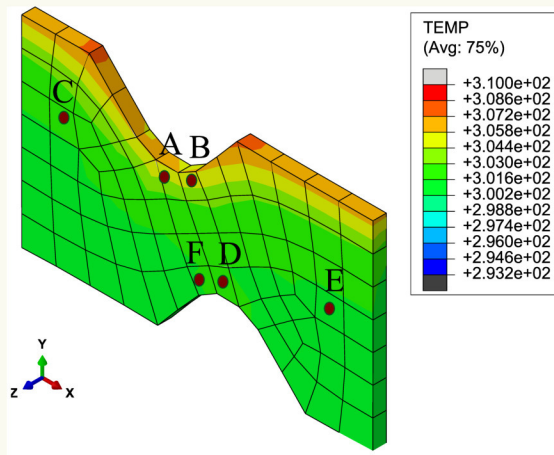
Tikarrouchine et al. 2019, International Journal of Solids and Structures, 164, 120-140



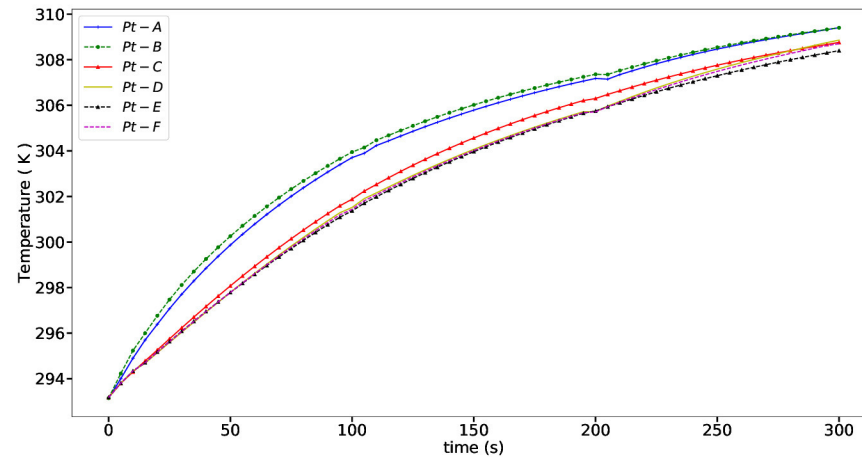
temps $t = 200$ s



temps $t = 200$ s

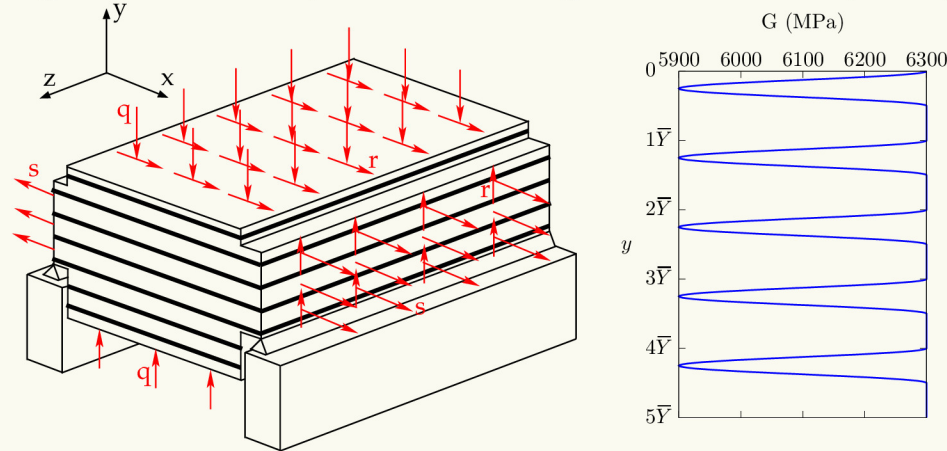


temps $t = 100$ s

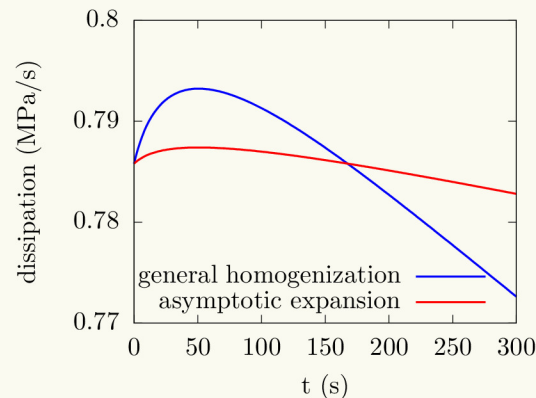


de fortes non linéarités peuvent provoquer des phénomènes de localisation

chargement adiabatique / matériau rigide thermo-viscoplastique



$$\sigma^{vM} = G\theta^\alpha p^n \dot{p}^m \quad \dot{\theta} = c^* \sigma^{vM} \dot{p}$$



Chatzigeorgiou and Charalambakis
2019, Composites Part B, 167, 263-276

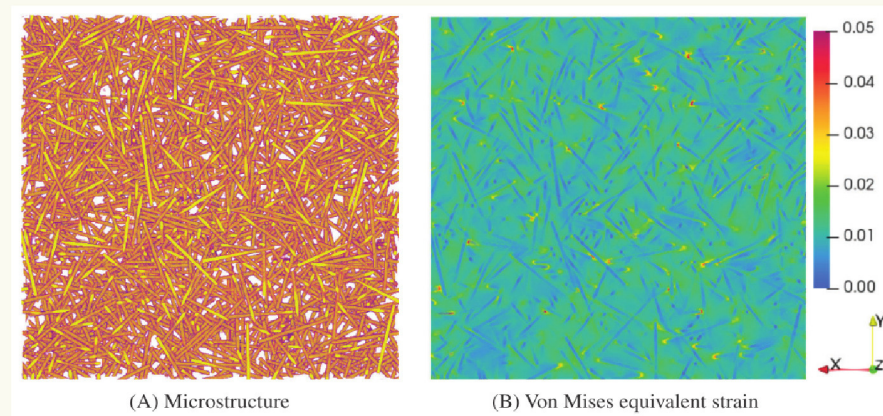
l'homogénéisation de premier ordre n'est pas suffisante

cadres d'homogénéisation de premier ordre similaires

Sengupta et al. 2012, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 91, 1386-1405

Berthelsen et al. 2017, Computational Mechanics, 60, 739-766

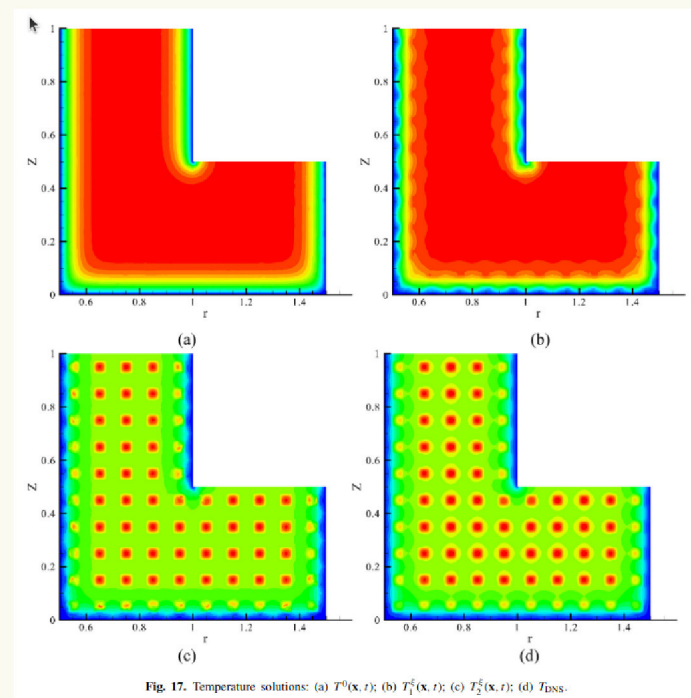
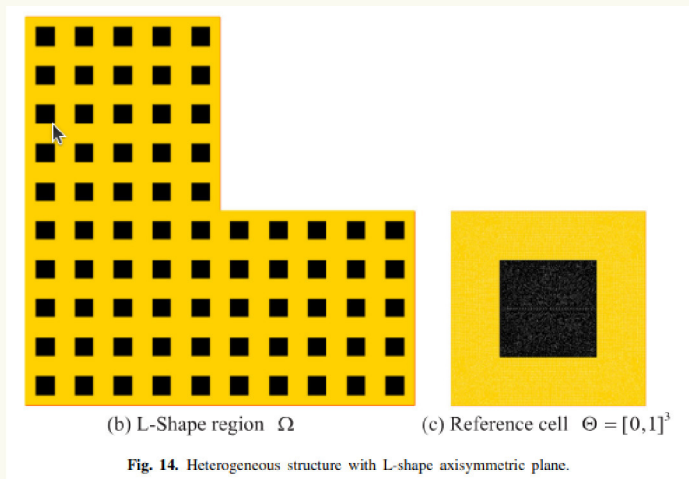
homogénéisation basée sur la FFT pour les processus thermomécaniques



polypropylène renforcé de fibres de verre courtes

Wicht et al. 2021, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 122, 1307-1332

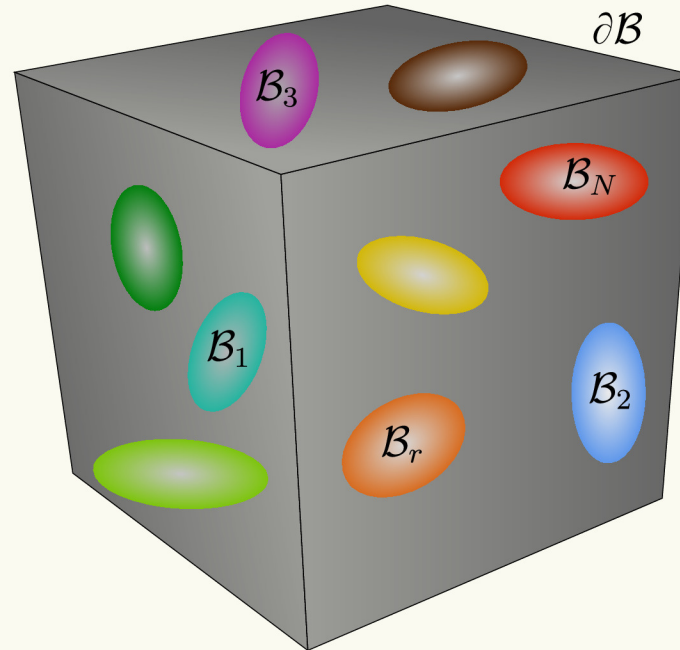
expansion asymptotique avec des termes d'ordre supérieur
problème dynamique thermoélastique



Yang et al. 2020, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 368, 113126

Analyse thermomécanique en champ moyen

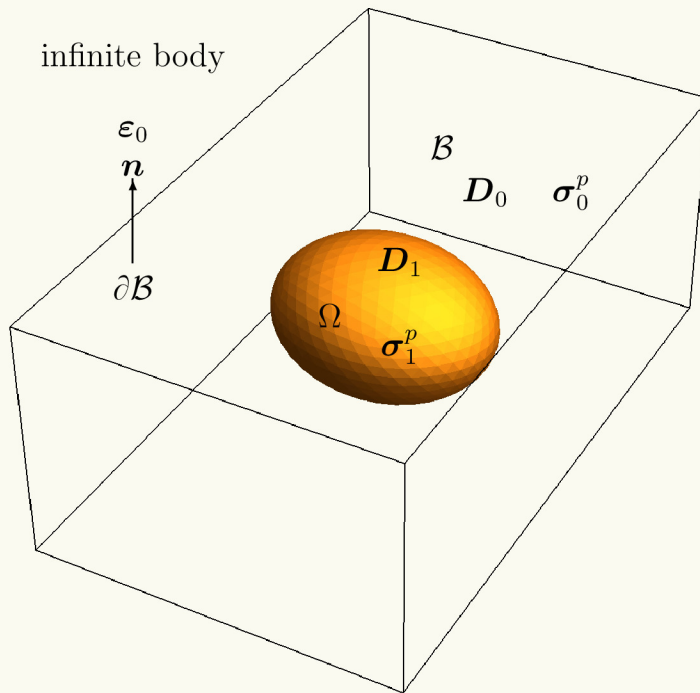
Milieus aléatoires



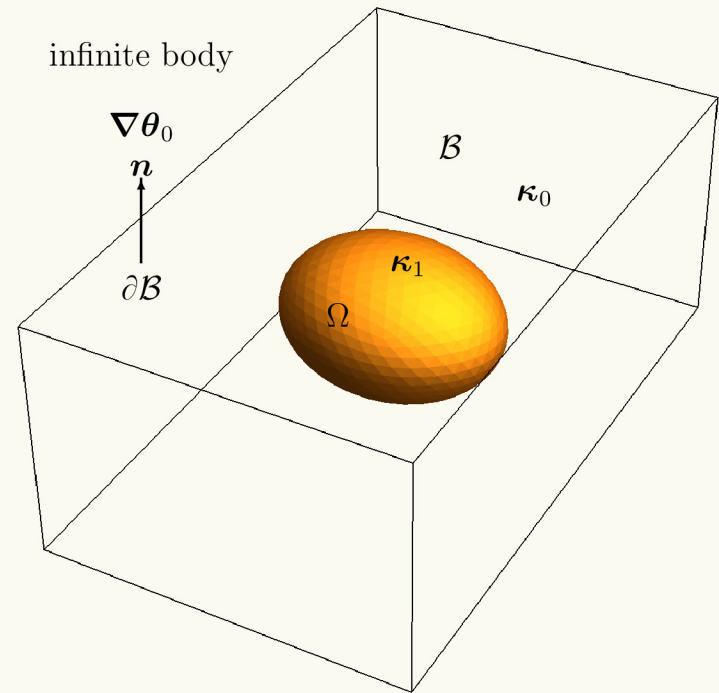
- hypothèse principale : Les mêmes principes que l'homogénéisation périodique
- le modèle de Mori-Tanaka seul n'est pas adapté aux problèmes non linéaires
- combiner avec la méthode TFA
- calculer les modules tangents et les termes de thermo-couplage après avoir calculé les contraintes

problème d'Eshelby

partie mécanique



partie thermique

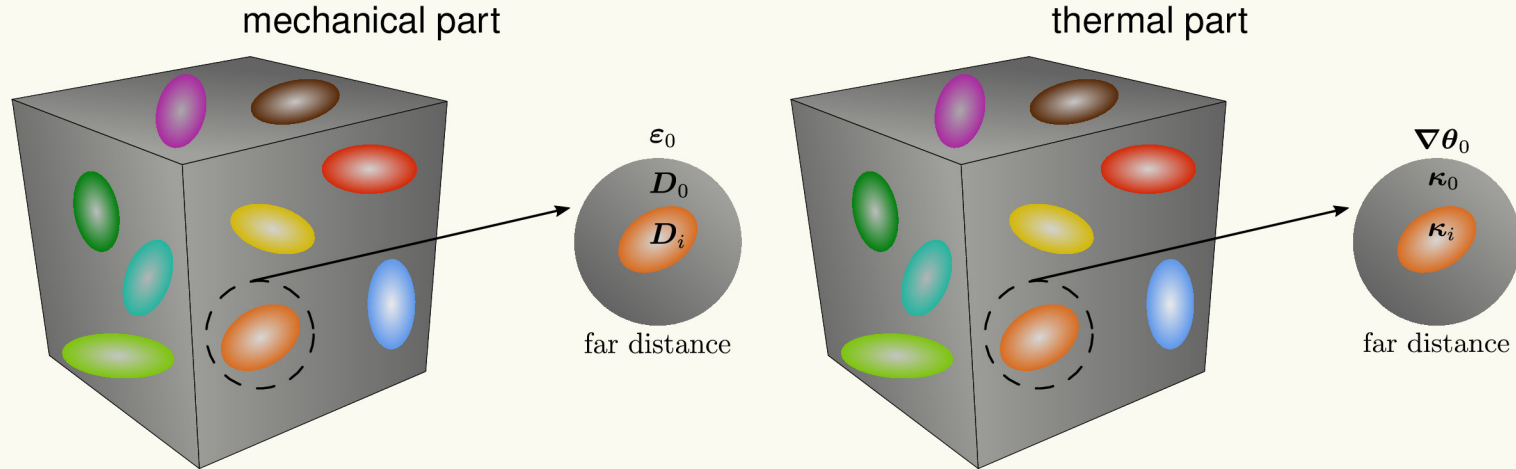


$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= T_1 : \varepsilon_0 + T_1^p : \sigma_0^p - T_1^p : \sigma_1^p \\ T_1 &= [I + P_1 : (D_1 - D_0)]^{-1} \quad T_1^p = T_1 : P_1 \\ P_1 &= S(D_0) : D_0^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nabla \theta_1 &= T_1^\kappa \cdot \nabla \theta_0 \\ T_1^\kappa &= [I + P_1^\kappa : (\kappa_1 - \kappa_0)]^{-1} \\ P_1^\kappa &= S^\kappa(\kappa_0) : \kappa_0^{-1}\end{aligned}$$

D_r sont les modules élastiques ou secants

Mori-Tanaka/TFA



$$\varepsilon_0 = \mathbf{A}_0 : \bar{\varepsilon} + \mathbf{A}_{0,0}^p : \sigma_0^p + \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_{i,0}^p : \sigma_i^p$$

$$\varepsilon_i = \mathbf{A}_i : \bar{\varepsilon} + \mathbf{A}_{0,i}^p : \sigma_0^p + \sum_{j=1}^N \mathbf{A}_{j,i}^p : \sigma_j^p$$

$$\nabla \theta_0 = \mathbf{A}_0^\kappa \cdot \bar{\nabla} \theta$$

$$\nabla \theta_i = \mathbf{A}_i^\kappa \cdot \bar{\nabla} \theta$$

après convergence, Mori-Tanaka
“thermoélastique” avec les modules tangents

$$\bar{\mathbf{D}}^\varepsilon = \sum_{i=0}^N c_i \mathbf{D}_i^\varepsilon : \mathbf{A}_i^\varepsilon$$

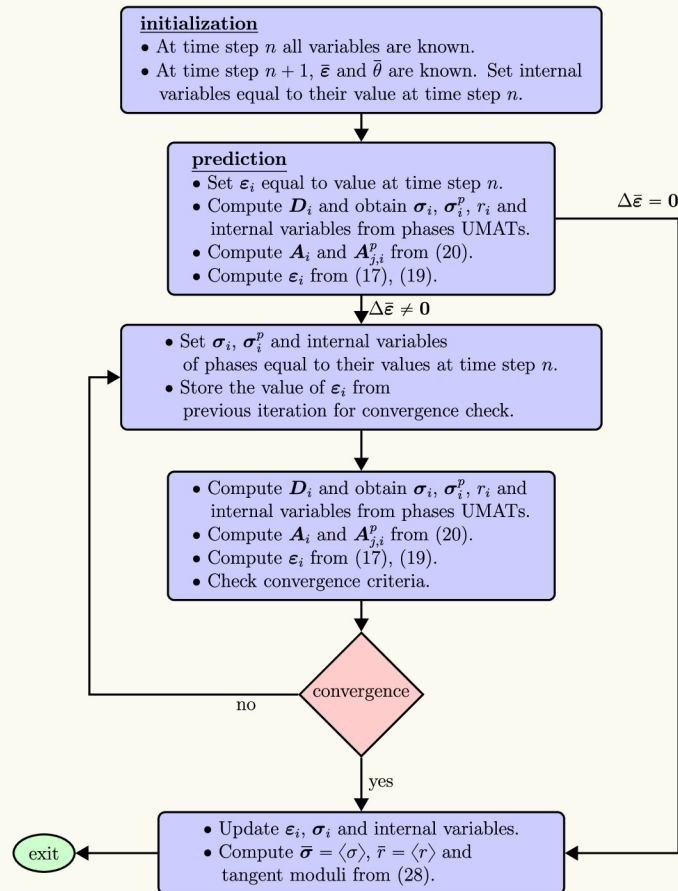
$$\bar{\mathbf{R}}^\varepsilon = \sum_{i=0}^N c_i \mathbf{R}_i^\varepsilon : \mathbf{A}_i^\varepsilon$$

$$\bar{\mathbf{D}}^\theta = \sum_{i=0}^N c_i [\mathbf{D}_i^\theta + \mathbf{D}_i^\varepsilon : \mathbf{A}_i^\theta]$$

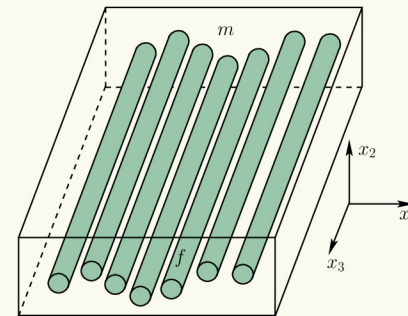
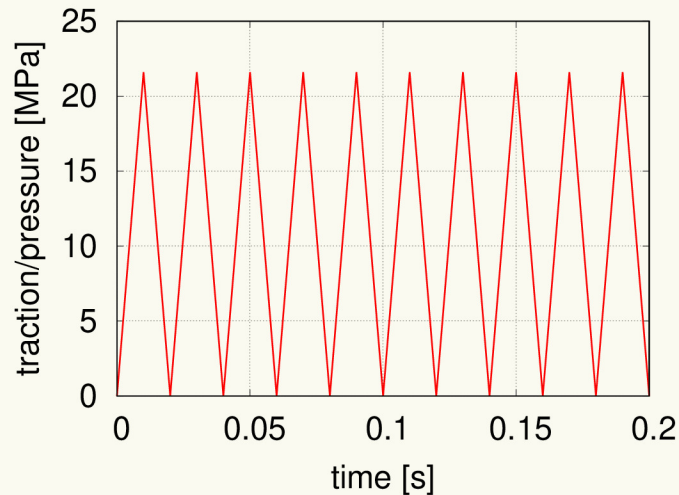
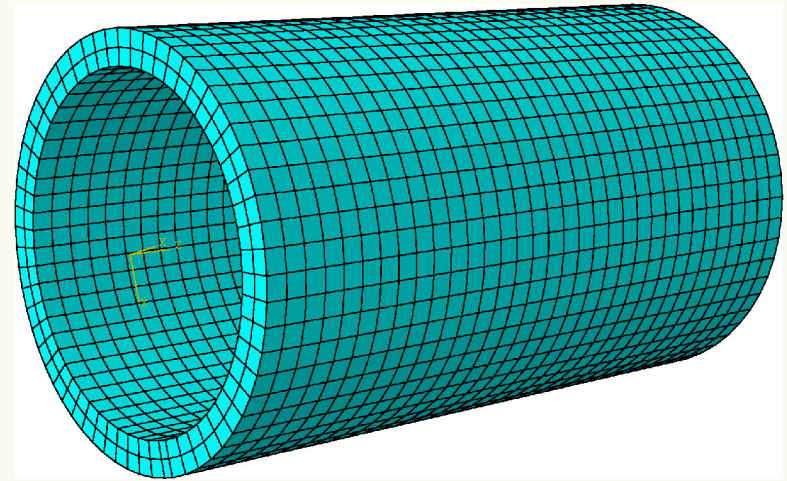
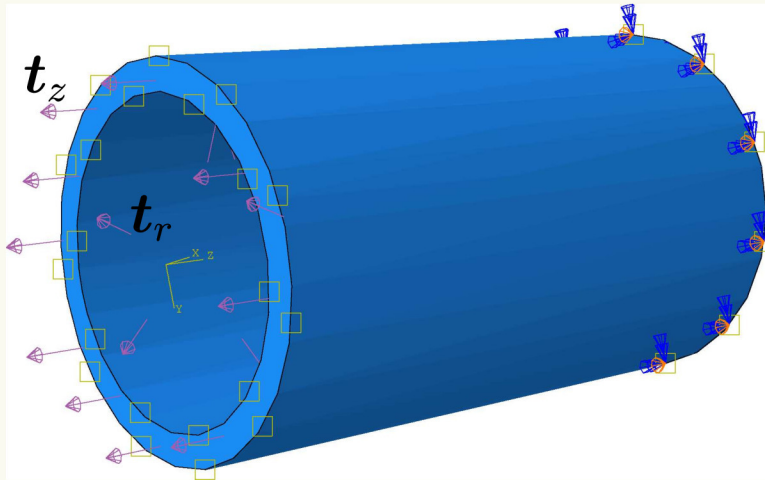
$$\bar{\mathbf{R}}^\theta = \sum_{i=0}^N c_i [\mathbf{R}_i^\theta + \mathbf{R}_i^\varepsilon : \mathbf{A}_i^\theta]$$

$$\bar{\boldsymbol{\kappa}} = \sum_{i=0}^N c_i \boldsymbol{\kappa}_i \cdot \mathbf{A}_i^\kappa$$

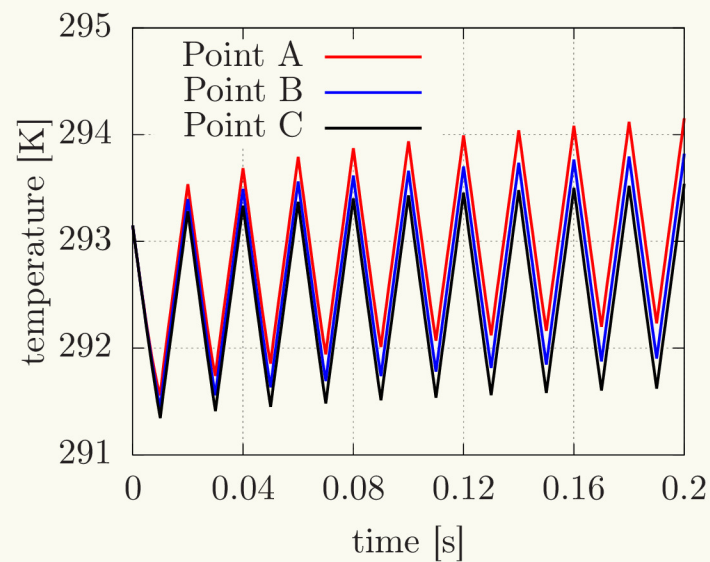
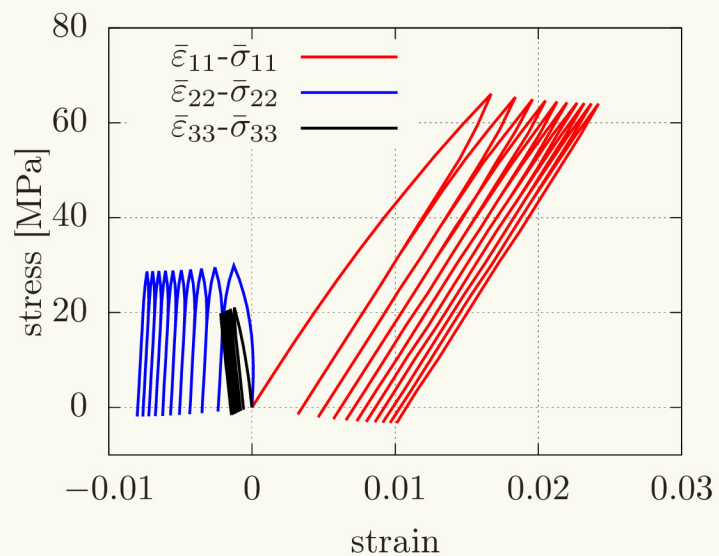
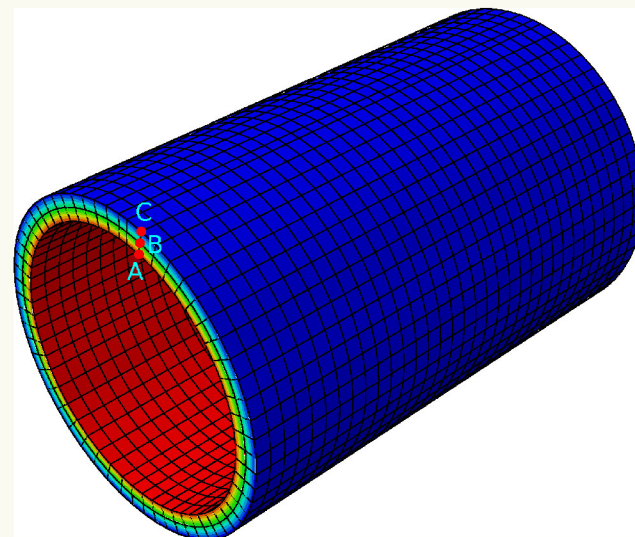
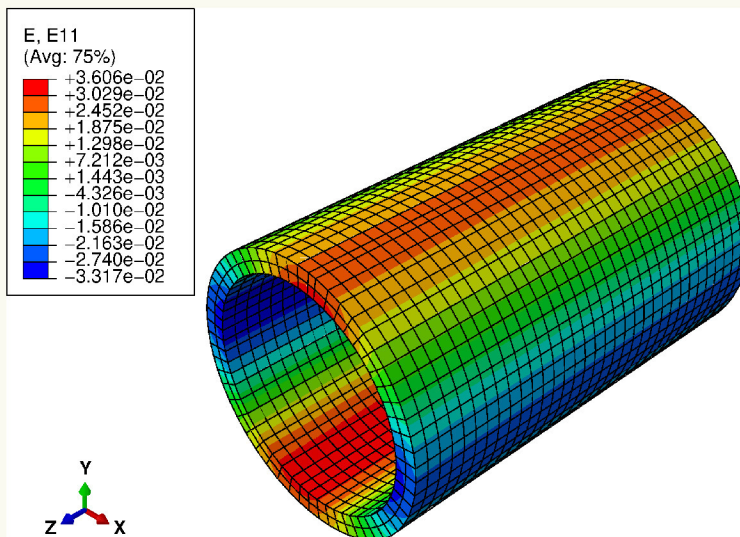
Algorithme numérique



Chatzigeorgiou et al. 2024, International Journal of Solids and Structures, 296, 112828

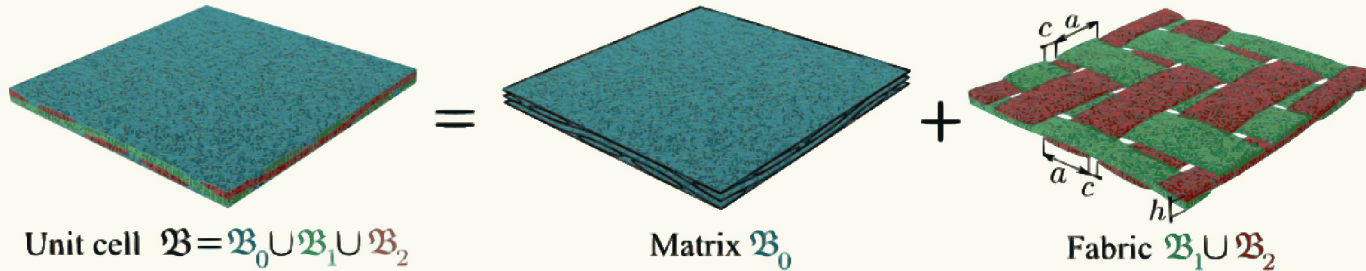


matrice viscoplastique - fibres élastiques
fibres longues parallèles à l'axe du tube
conditions de chargement : $t_r = t_z$

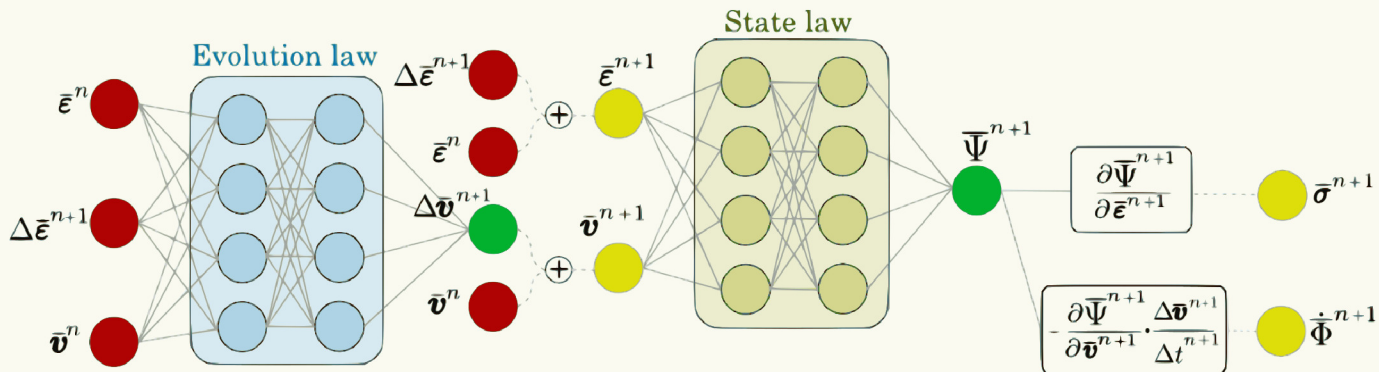


Vers des techniques basées sur les données

Multiscale Thermodynamics-Informed Neural Networks



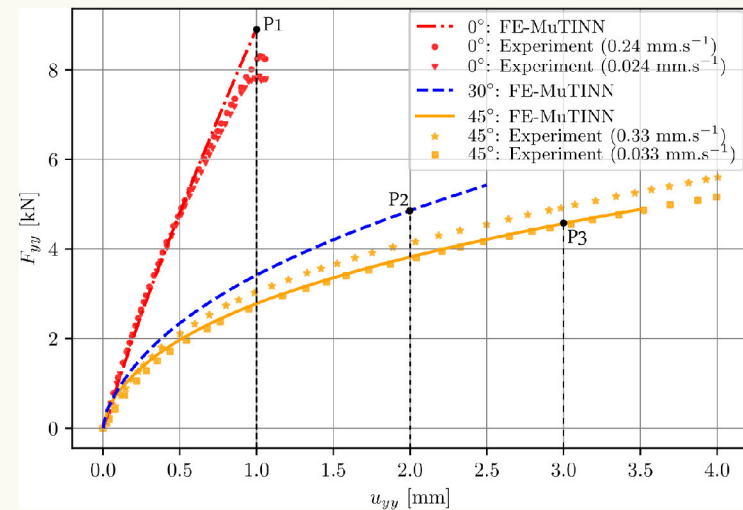
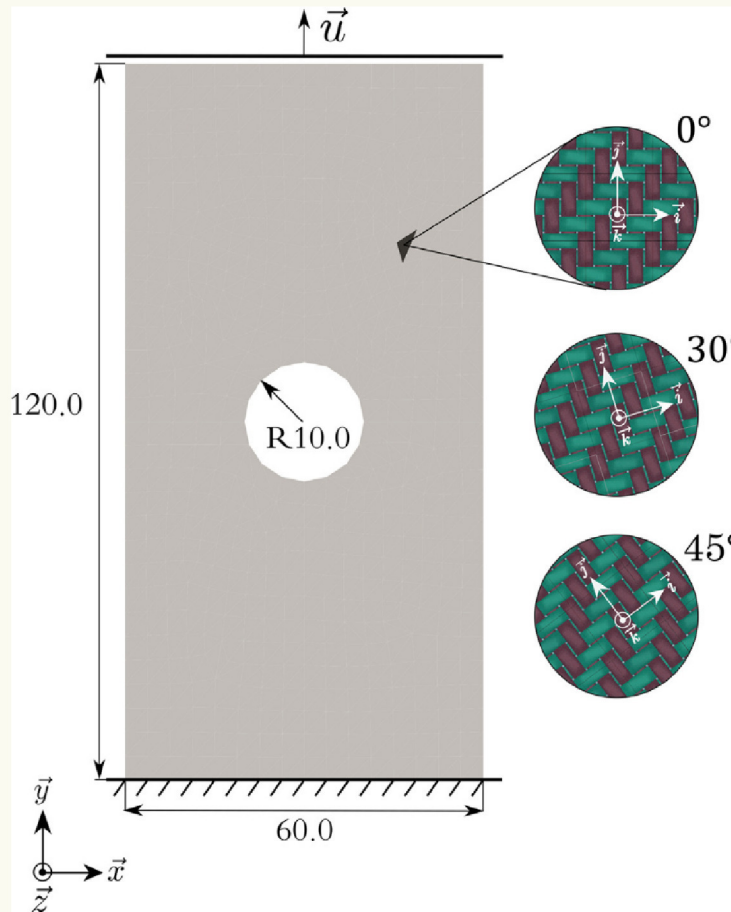
substituer le problème VER par un Meta-UMAT basé sur les données



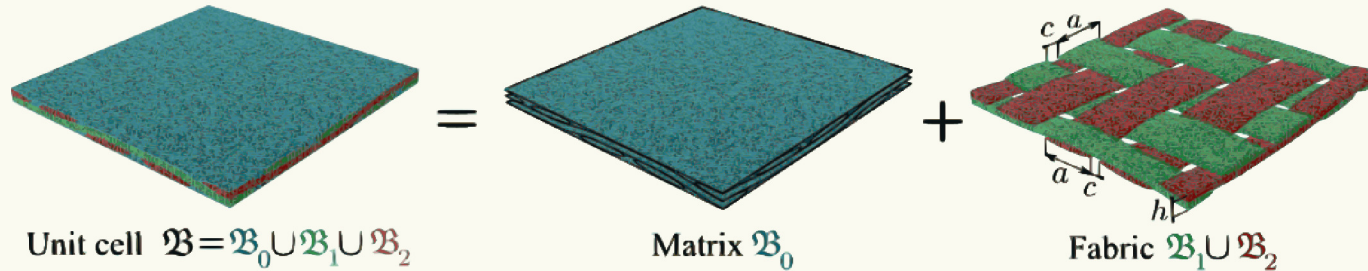
utilisation de Meta-UMAT pour l'analyse de la macrostructure (FE-MuTINN)

El Fallaki Idrissi et al. 2024, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 186, 105604

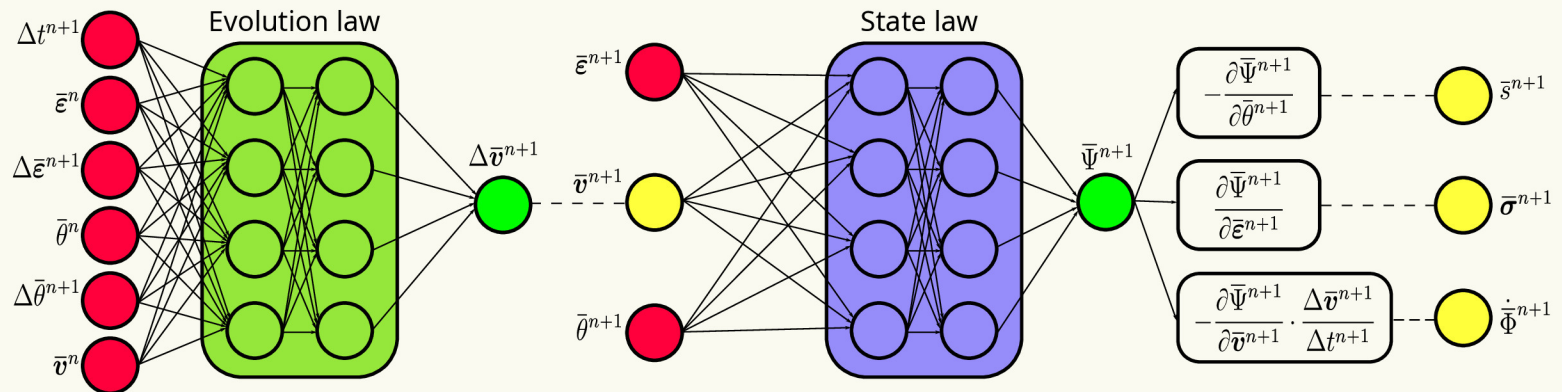
Multiscale Thermodynamics-Informed Neural Networks



Multiscale Thermodynamics-Informed Neural Networks



adaptation possible pour les processus thermomécaniques couplés



26^e Congrès Français de Mécanique Metz 2025

25 au 29 août



ASSOCIATION
FRANÇAISE
DE MÉCANIQUE

Connexion

NAVIGATION

Accueil

Comités ▼

Thèmes scientifiques

Flyer

Sponsoring et exposant

Dates clés

Soumissions ▼

Inscription

Prix scientifiques ▼

Événements associés ▼

Venir au CFM 2025 ▼

Hébergement et restauration

Autour de Metz

SUPPORT

BIENVENUE SUR LE SITE OFFICIEL DU CFM 2025

Le **Congrès Français de Mécanique** est une manifestation scientifique de référence de l'Association Française de Mécanique (AFM) sous l'égide du Groupe Thématique et Transverse de l'AUM (Activités Universitaires en Mécanique). Il est organisé tous les deux ans dans une ville différente.

Sa vocation est de réunir l'ensemble des acteurs de la recherche et de l'innovation, tant académiques qu'industriels, afin de favoriser les échanges et les avancées scientifiques et techniques autour des problématiques et enjeux de la société de demain.

La 26^e édition du CFM se déroulera du 25 au 29 août 2025 à Metz, dans les locaux de l'université de Lorraine (UL). Son organisation est assurée par le Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3 UMR CNRS 7239) en partenariat avec tous les acteurs de la mécanique du Grand Est.

Cette nouvelle édition visera à donner un coup de projecteur sur la thématique « mécanique pour les matériaux, l'énergie et l'environnement » qui est concernée par un très large champ des domaines de la Mécanique abordés pendant le congrès. En outre, des conférences plénières ou semi-plénières et un certain nombre d'événements (e.g., mini-symposium, sessions, etc.) seront centrés sur cette thématique.

Les organisateurs du CFM 2025 seront donc heureux de pouvoir vous accueillir nombreux, nous l'espérons, lors de cette prochaine édition.

ORGANISATEURS



PHOTOS



Merci de votre attention

