

Problèmes multi-échelles : le cas du comportement magnéto-mécanique

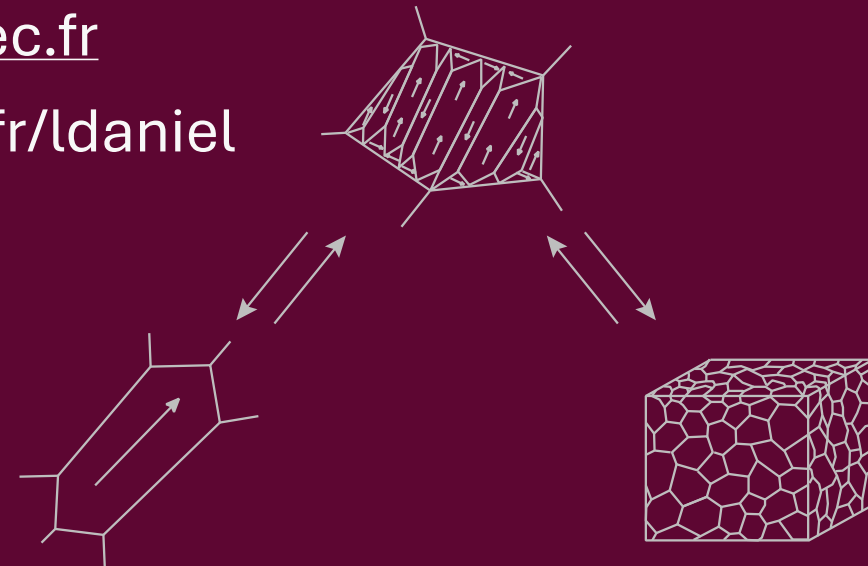
Laurent DANIEL

laurent.daniel@centralesupelec.fr

<http://www.geeps.centralesupelec.fr/ldaniel>



GeePs (Laboratoire de Génie Electrique et Electronique de Paris)
UMR CNRS 8507, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, Sorbonne Université
3 rue Joliot-Curie - 91192 Gif sur Yvette Cedex - France



Comportement magnéto-mécanique ?



- **Deux mondes parallèles**

- Physique du magnétisme
- Mécanique des matériaux

Mais Z. Hashin et S. Shtrikman, Note on the effective constants of composite materials, *J. Franklin Institute*, **271(5)**, 423-426 (1961)

- **Couplage magnéto-mécanique**

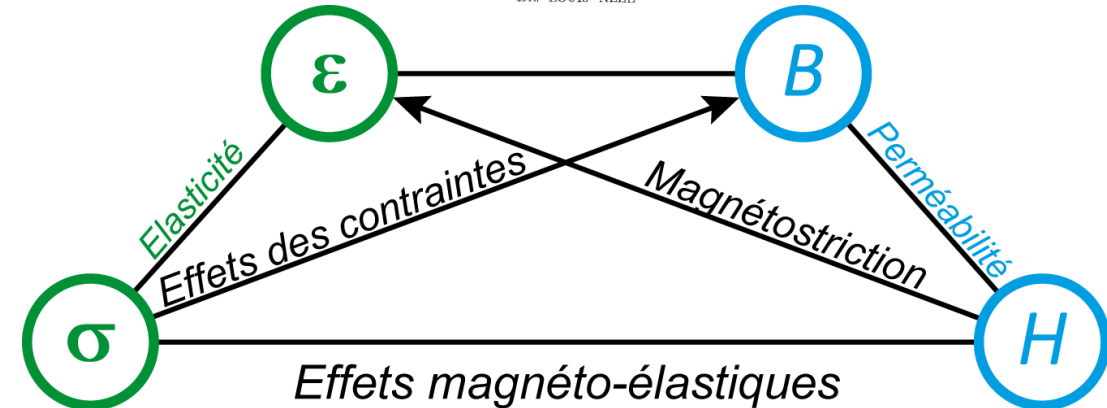
- En magnétisme : les pionniers L. Néel, E. du Trémolet de Lacheisserie
- En mécanique : approches inspirées des modèles de plasticité

- **Approches micro-magnéto-mécaniques :**

- Terfenol-D : Armstrong, *J. Appl. Phys.* (1997)
- Alliages de fer-silicium : Buiron *et al.*, *J. Phys. IV* (1999)



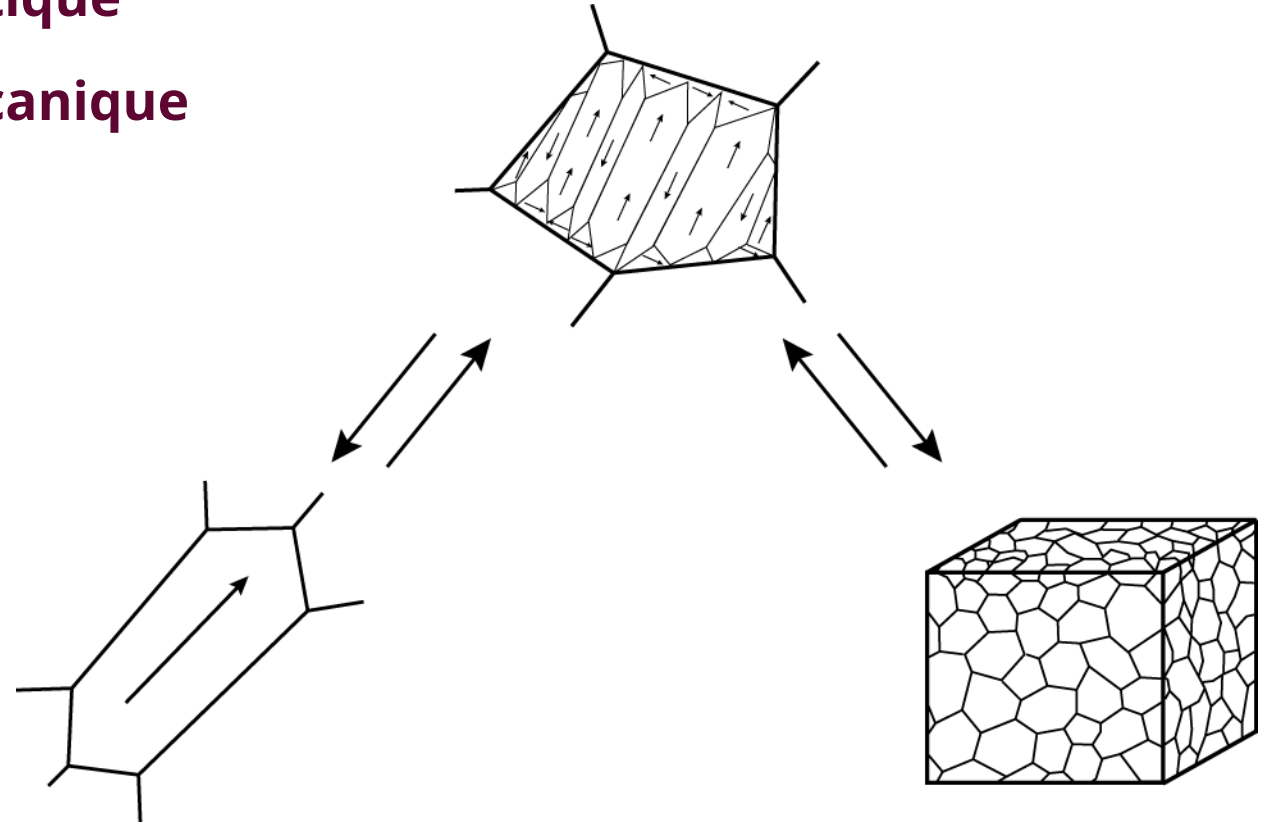
DR. LOUIS NÉEL



Plan de la présentation



- Introduction au comportement magnétique
- Les origines du comportement magnétique
- Un modèle multi-échelle magnéto-mécanique
 - Comportement anhystérétique
 - Description de la dissipation
- Mise en œuvre
 - Acier bas-carbone
 - Acier électrique
- Conclusion



Introduction au comportement magnéto-mécanique



- Matériaux ferromagnétiques

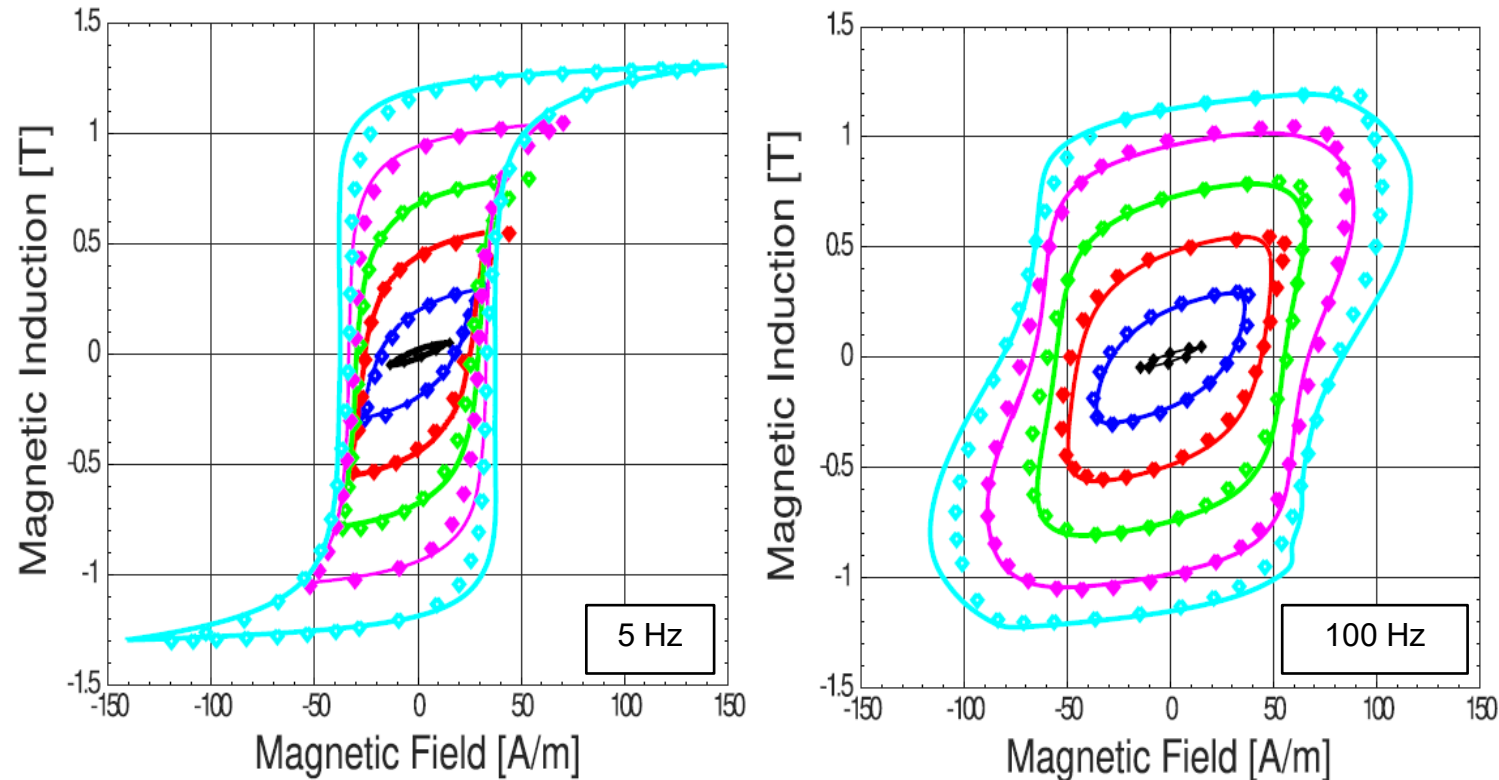


- Comportement magnétique

- Dissipation

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$$

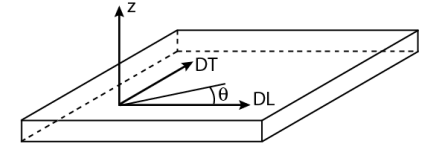
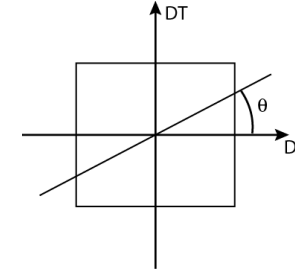
Alliage de fer-silicium NO



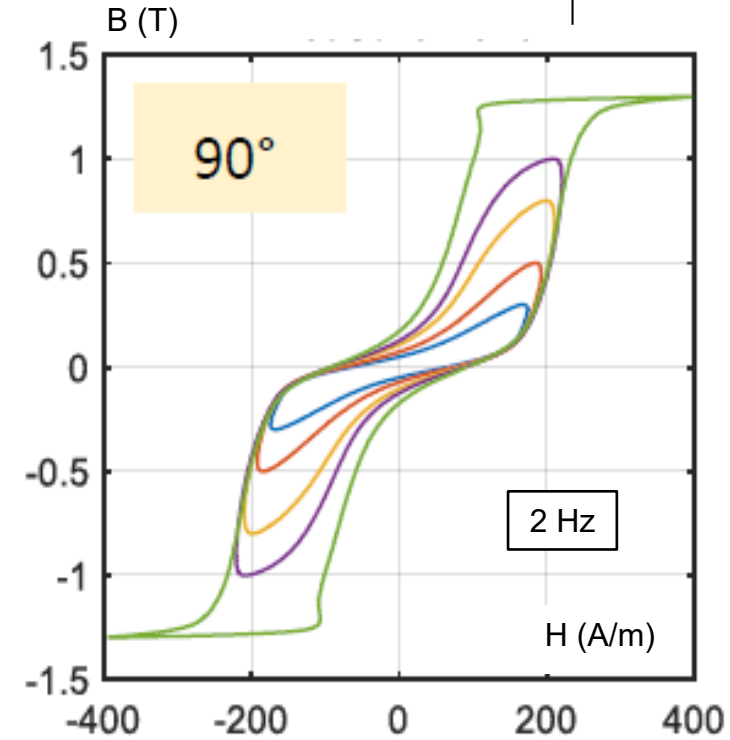
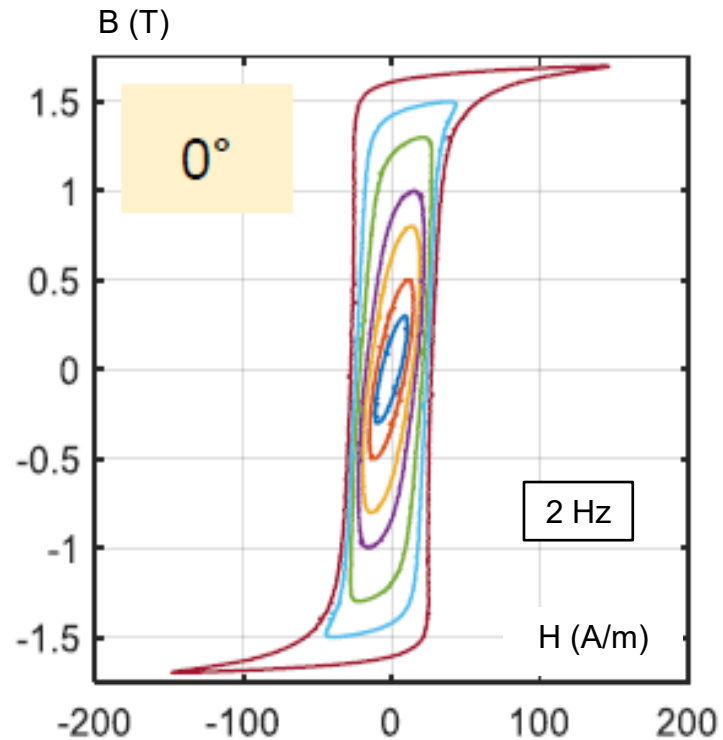
Mailhé *et al.*, IEEE Trans. Instrum. Meas. (2020)

- Comportement magnétique

- Anisotropie



Alliage de fer-silicium GO

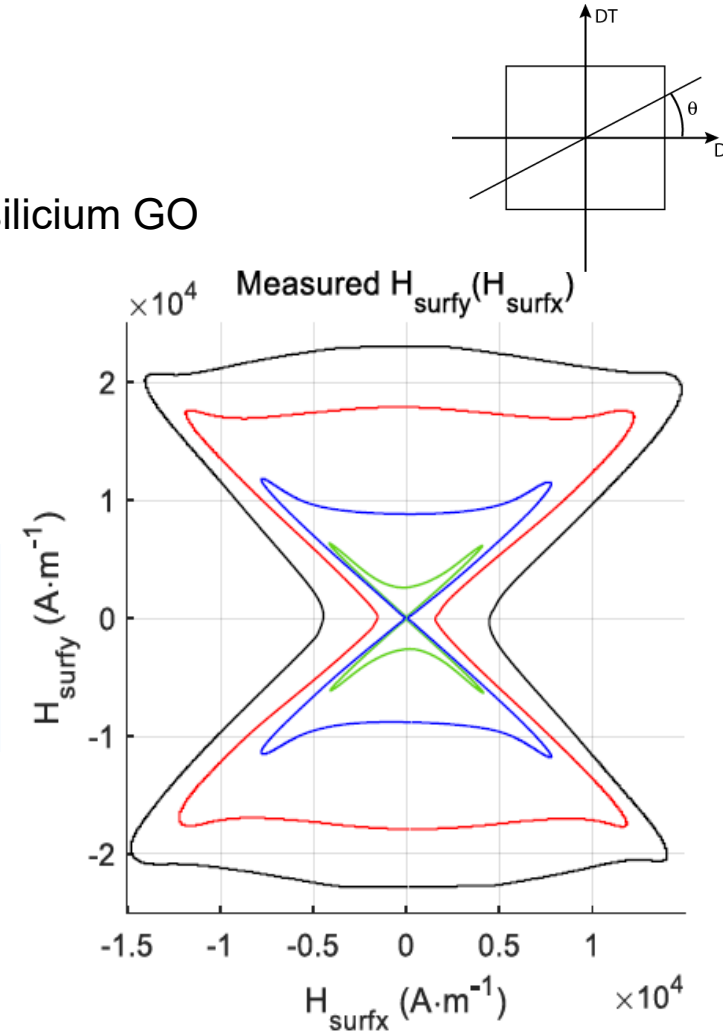
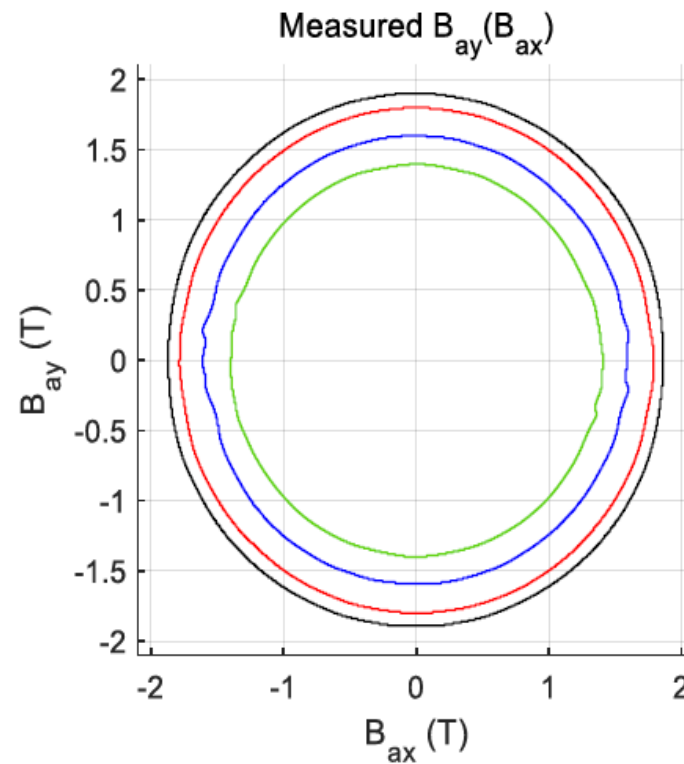


Ducharne *et al.*, J. Magn. Magn. Mater. (2022)

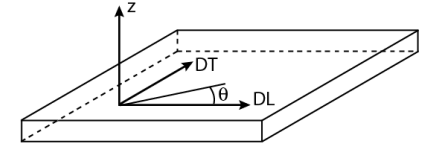
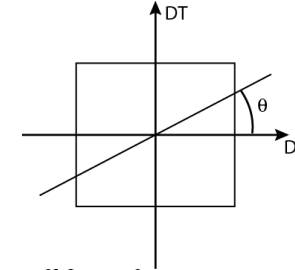
- Comportement magnétique

- Anisotropie (2)

Alliage de fer-silicium GO

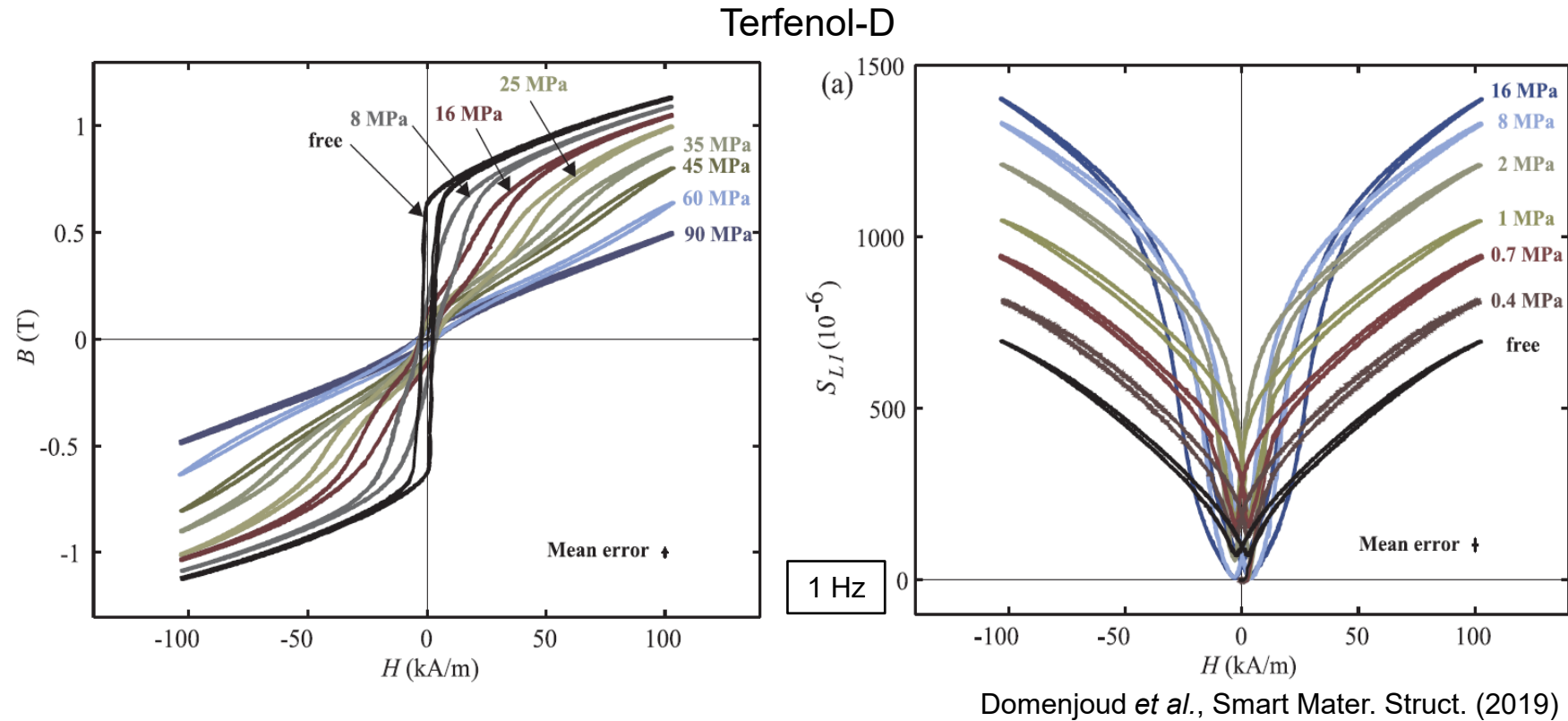


Ducharne *et al.*, J. Magn. Magn. Mater. (2022)



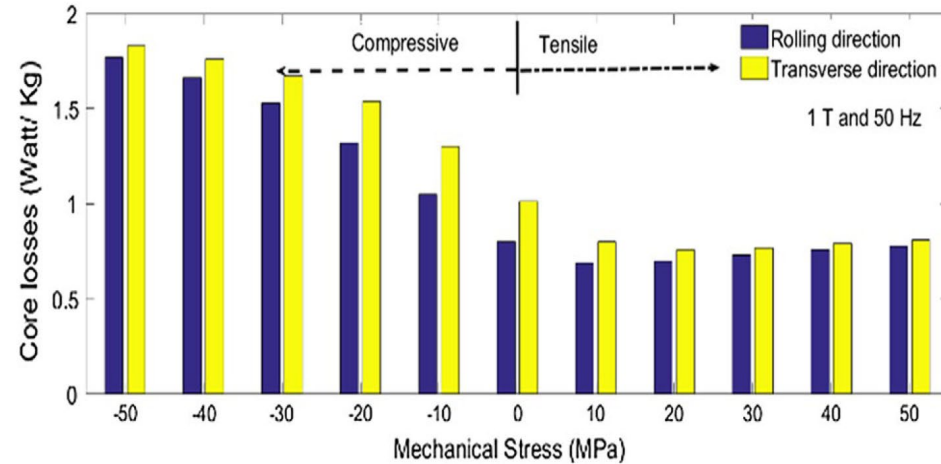
- Comportement magnétique

- Sensibilité à la contrainte

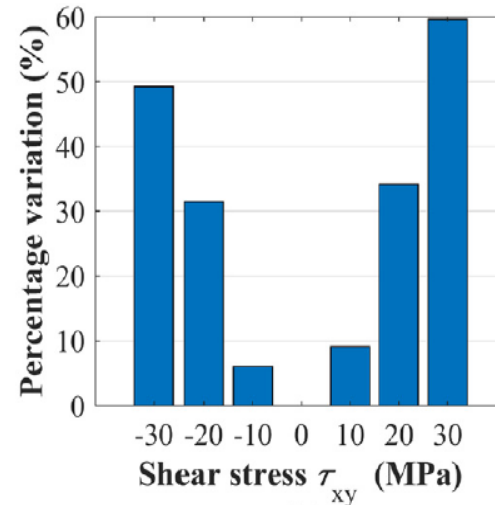
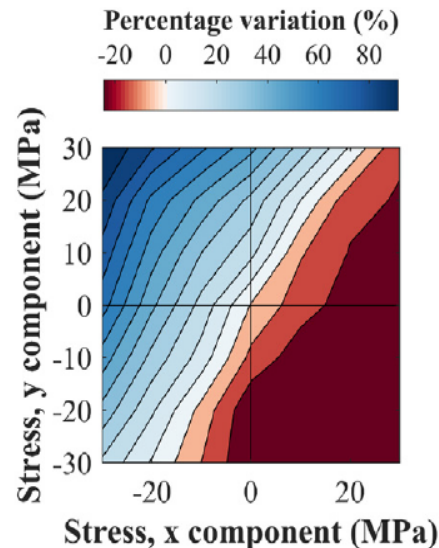


- Comportement magnétique

- Sensibilité à la contrainte (2)

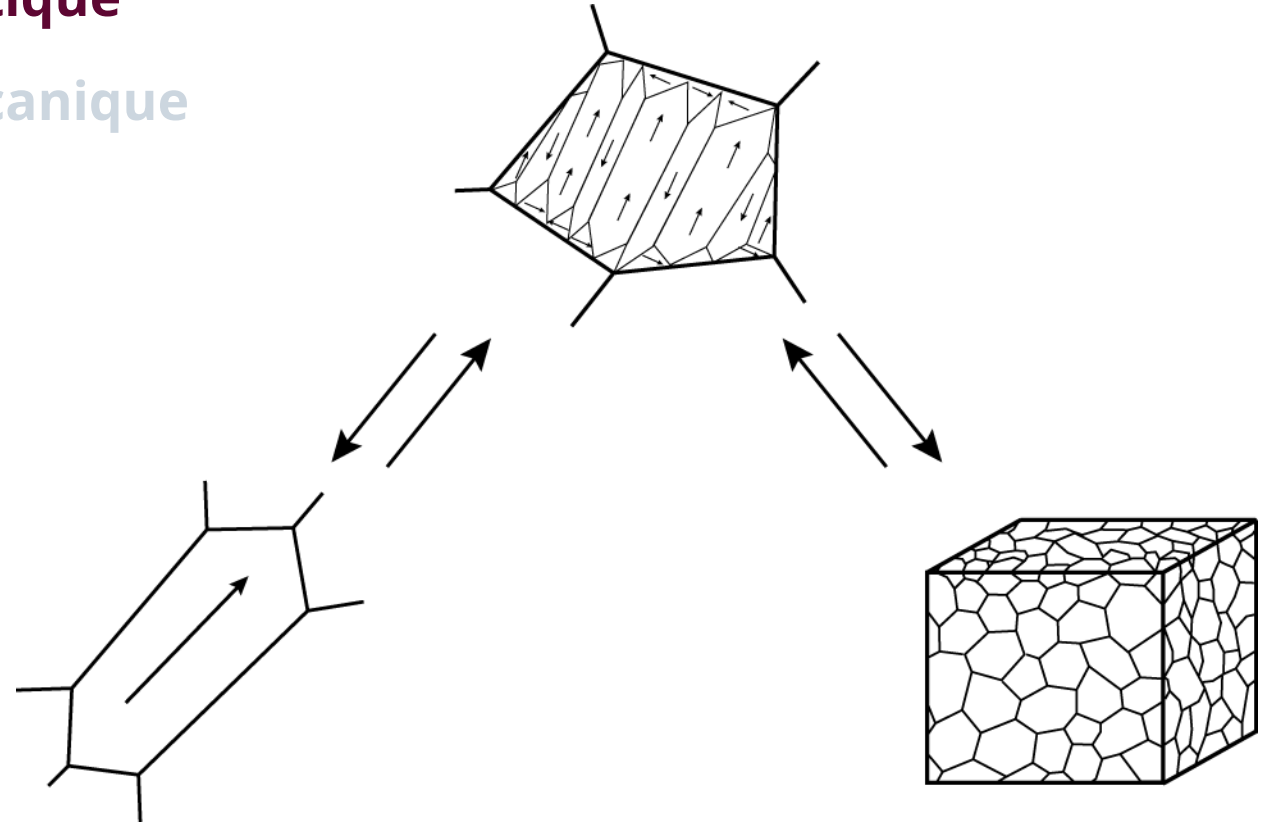


Pertes fer - Alliage de fer-silicium NO
Baghel *et al.*, Electr, Eng. (2019)



Pertes fer - Alliage de fer-silicium NO
Aydin *et al.*, J. Magn. Magn. Mater. (2020)

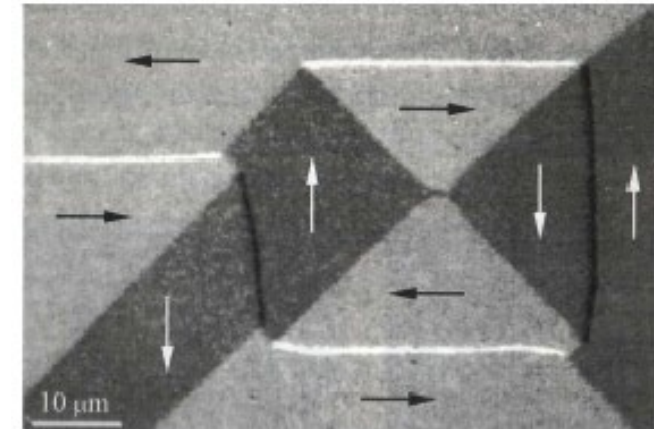
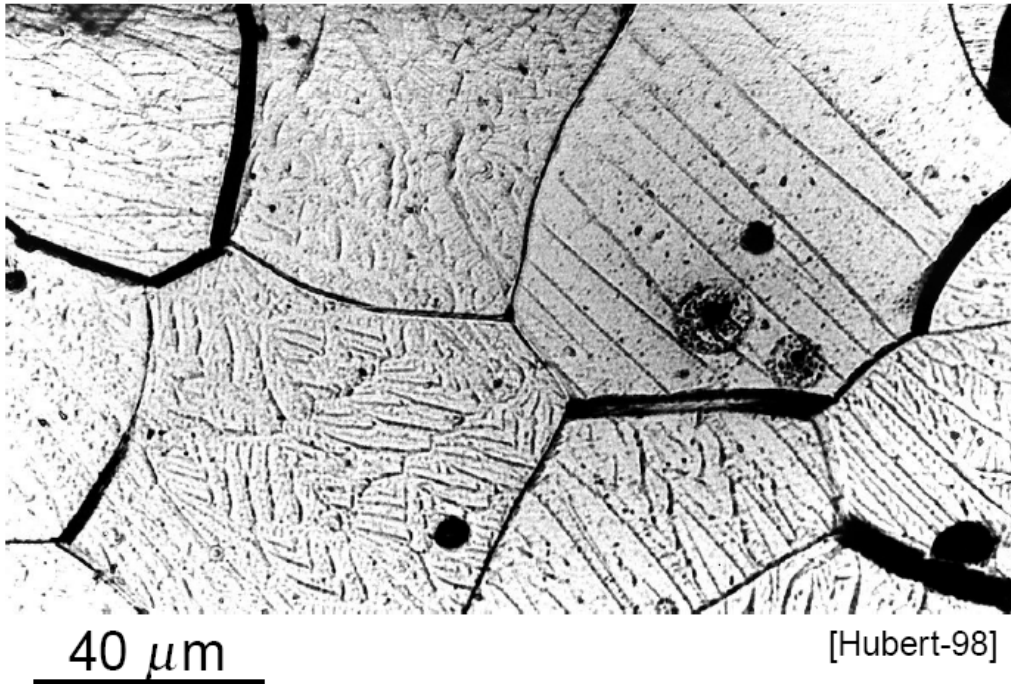
- Introduction au comportement magnétique
- **Les origines du comportement magnétique**
- Un modèle multi-échelle magnéto-mécanique
 - Comportement anhystérétique
 - Description de la dissipation
- Mise en œuvre
 - Acier bas-carbone
 - Acier électrique
- Conclusion



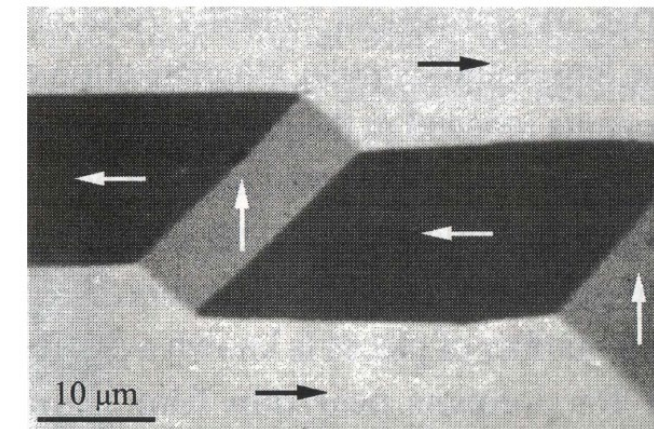
- **Microstructure en domaines magnétiques**

- Aimantation uniforme ($\mathbf{M}_\alpha$)
- Déformation de magnétostriction uniforme (ϵ_α^μ)
- Séparation par des « parois » magnétiques

Polycristal de fer-silicium



[Hubert et al.-98]



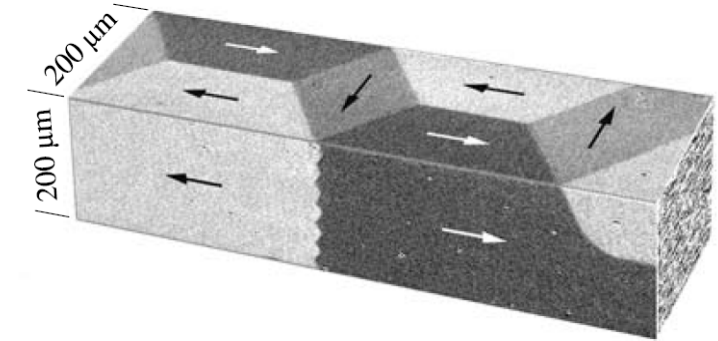
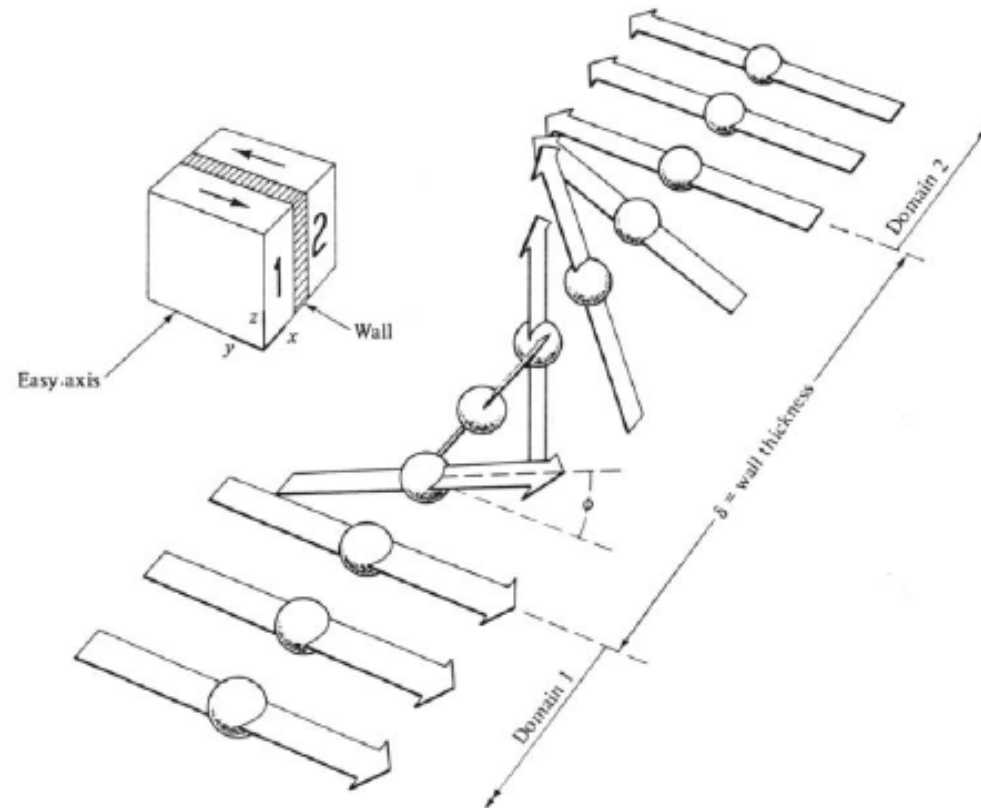
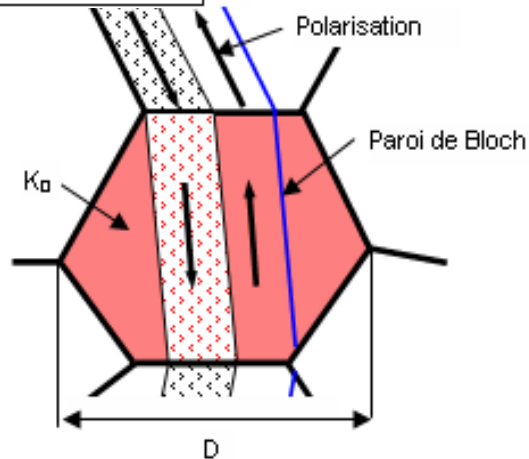
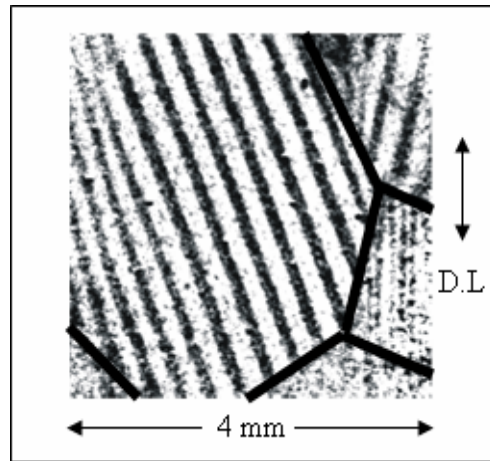
[Hubert et al.-98]

Origine du comportement magnéto-mécanique



- **Microstructure en domaines magnétiques**

- Mouvement de parois

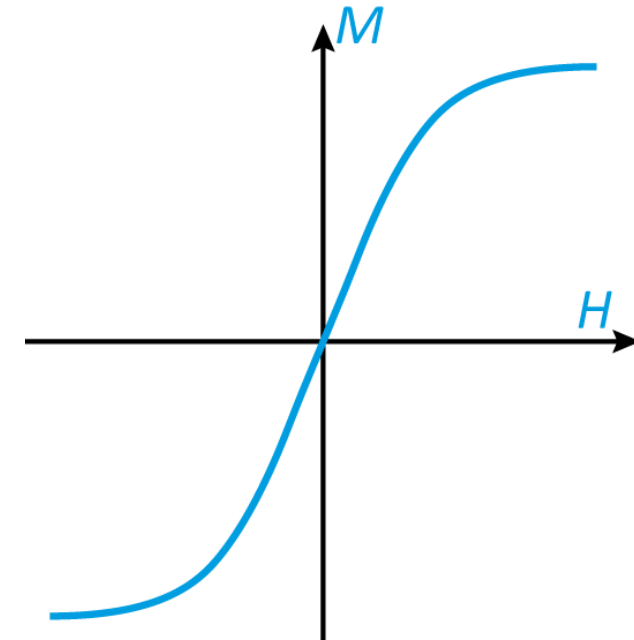
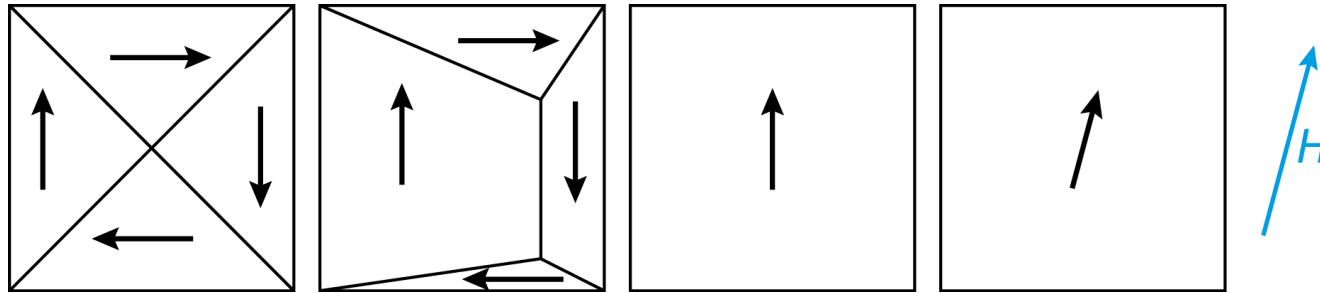


Magnetic domains, Springer (1998)

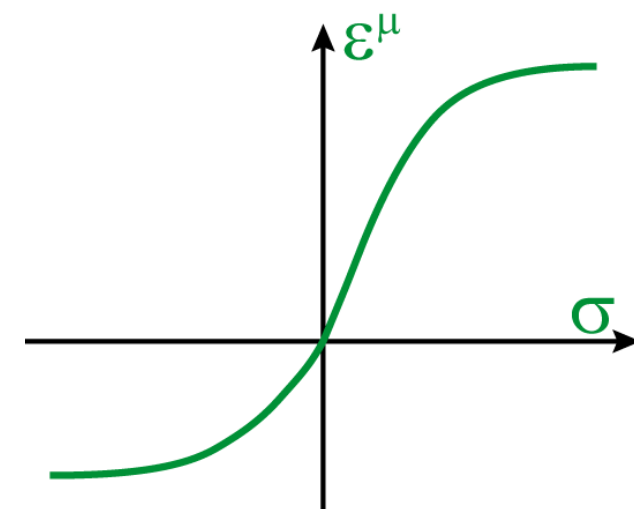
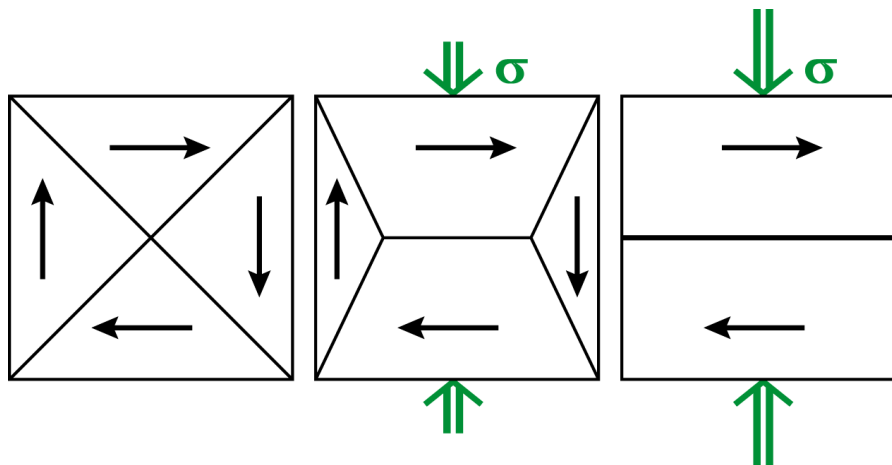
Origine du comportement magnéto-mécanique



- Processus d'aimantation (simplifié)



- Effet des contraintes (simplifié)

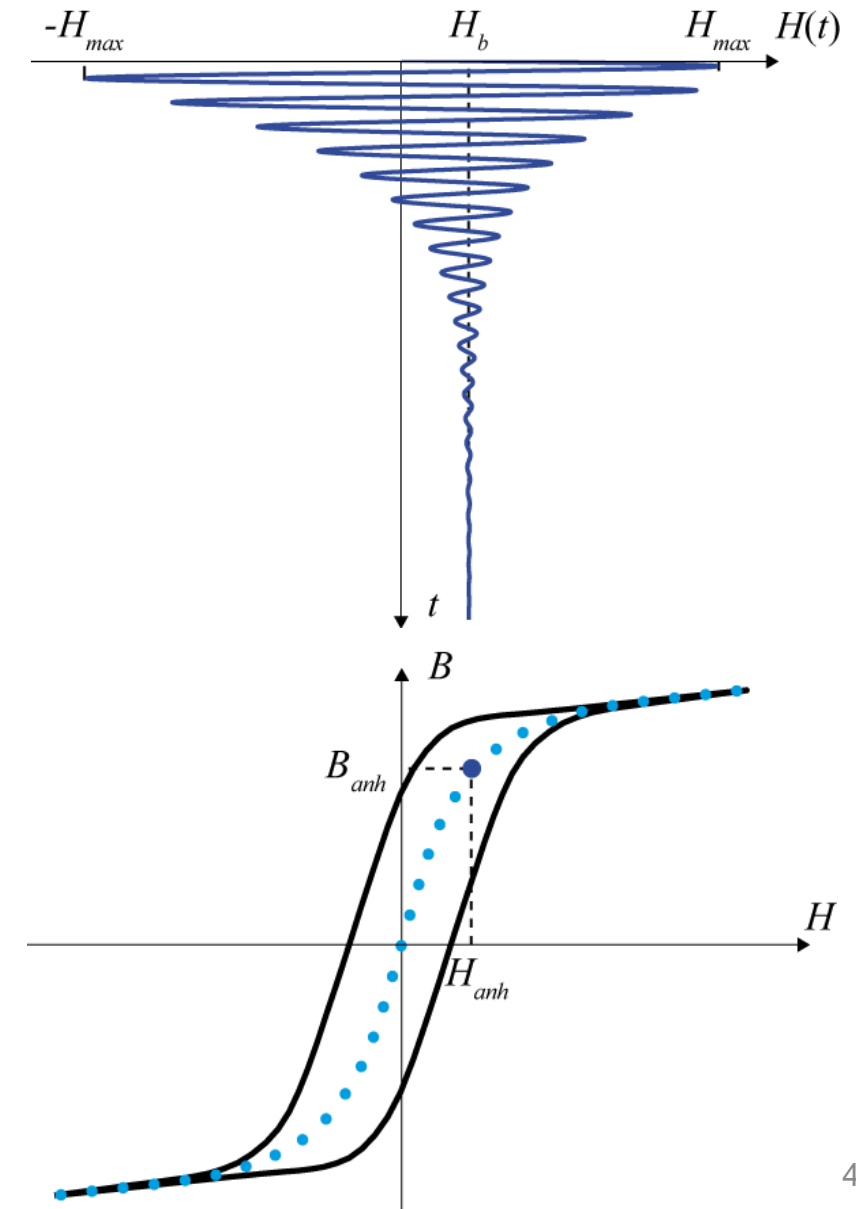
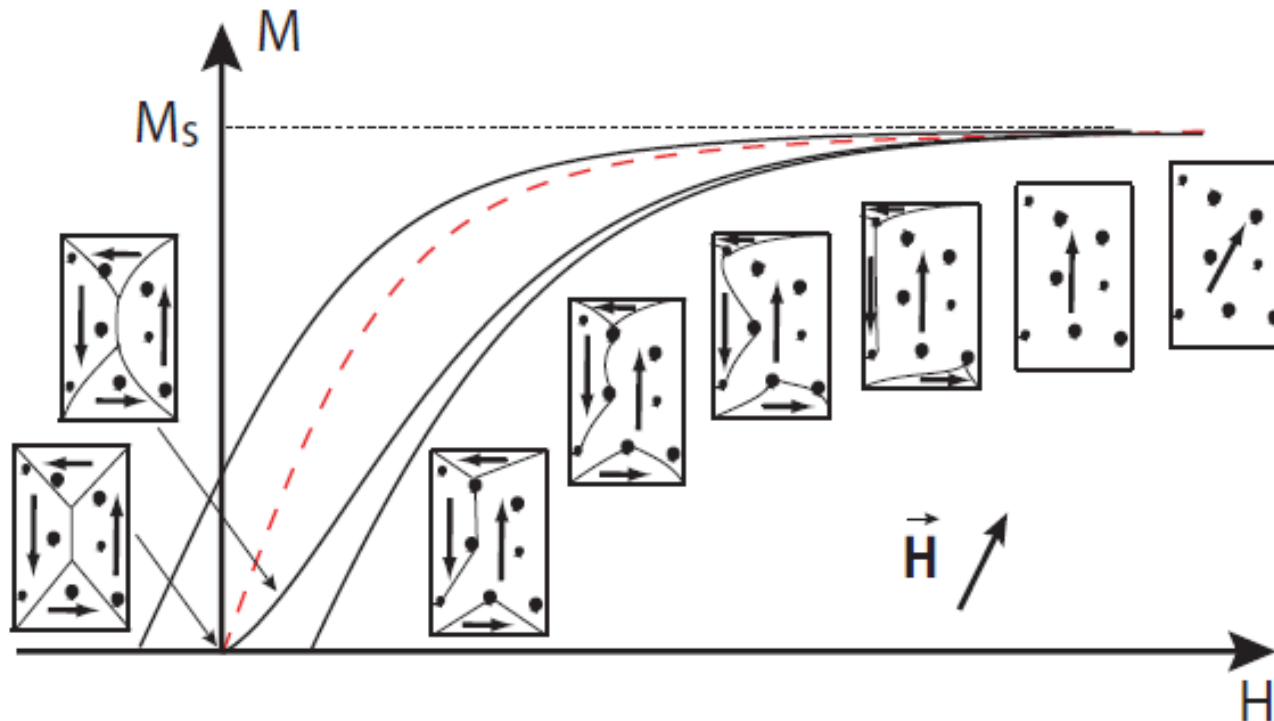


Origine du comportement magnéto-mécanique



- **Processus d'aimantation**

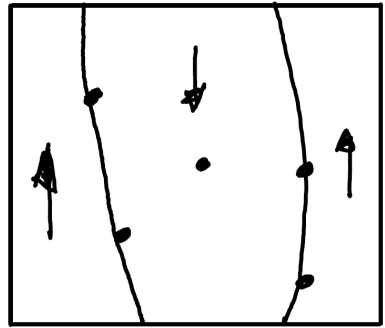
- Rôle des défauts
- Séparation en contributions réversible et irréversible (courbe anhystérétique)



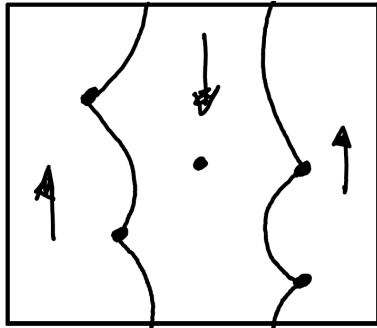
Introduction au comportement magnéto-mécanique



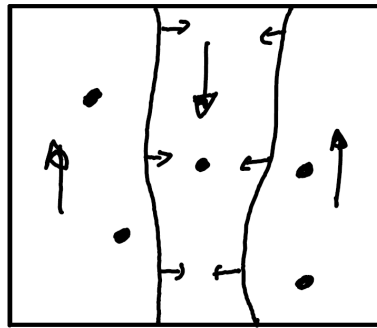
- Un comportement non linéaire, dissipatif, anisotrope
- Des mécanismes physiques identifiés, à différentes échelles



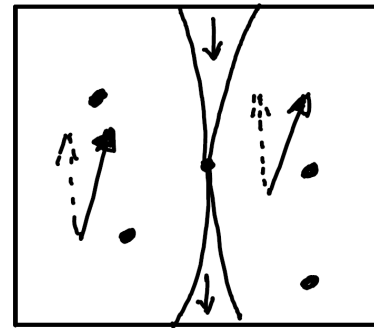
Au repos



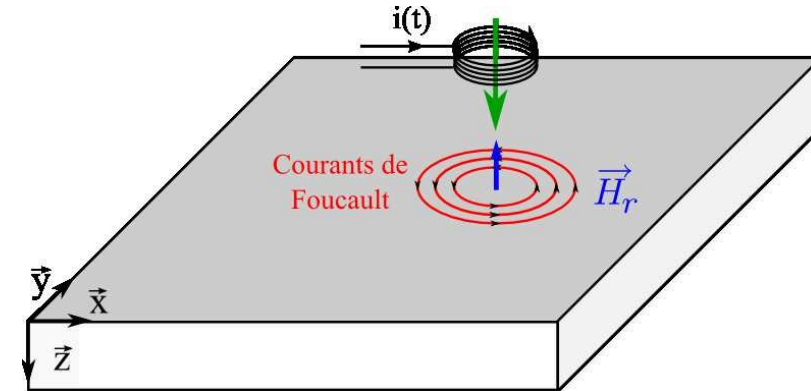
Gonflement des parois



Mvt des parois / MBN

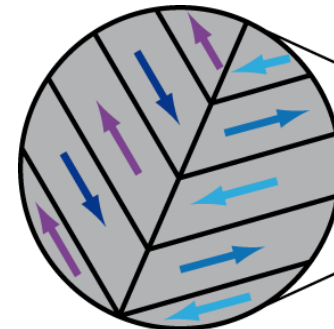


Rotation de l'aimantation

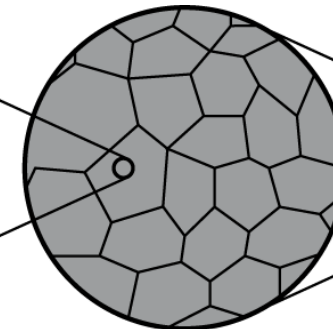


Courants de Foucault

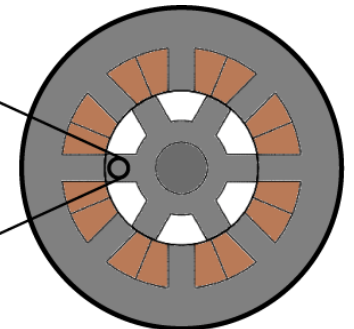
➡ Un terrain de jeu idéal pour les approches multi-échelles



Domains (nm- μ m)



Grains (μ m-mm)

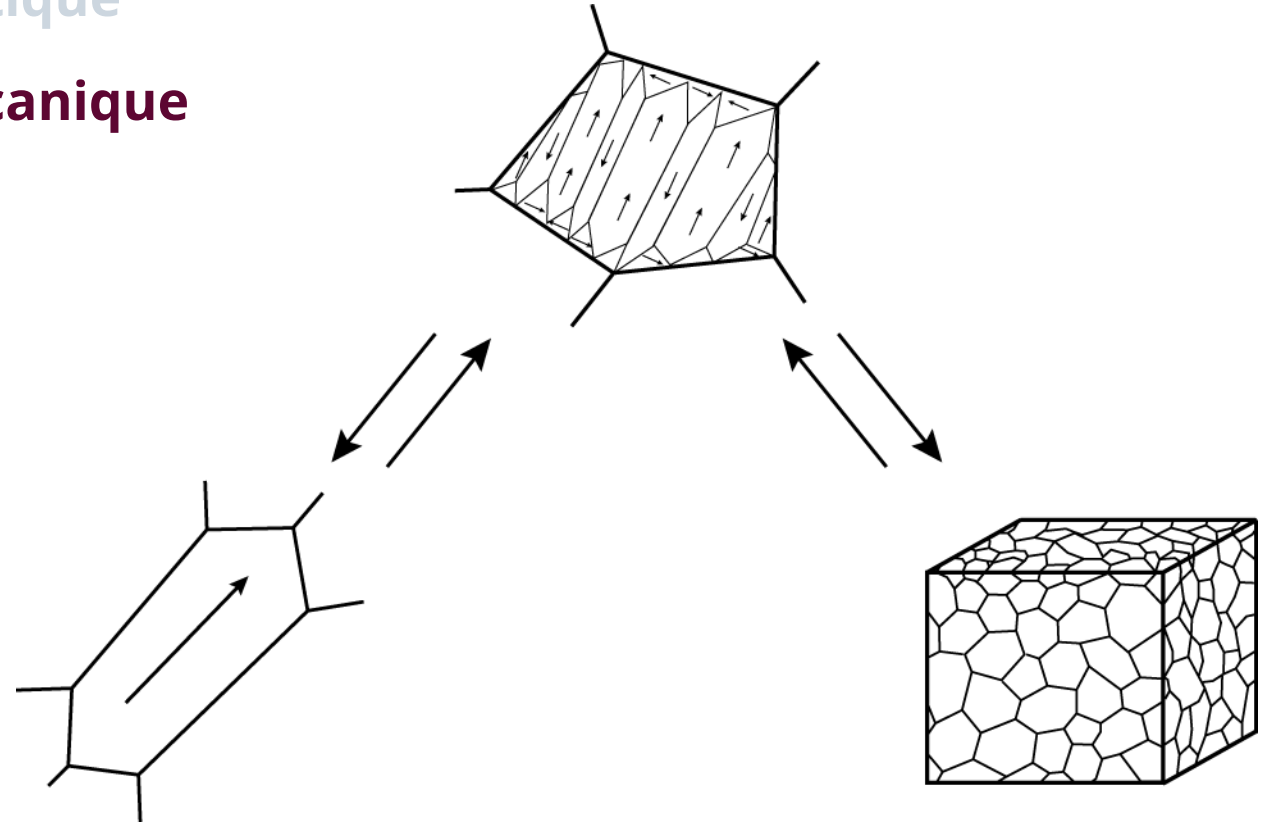


Material/device (mm-m...)

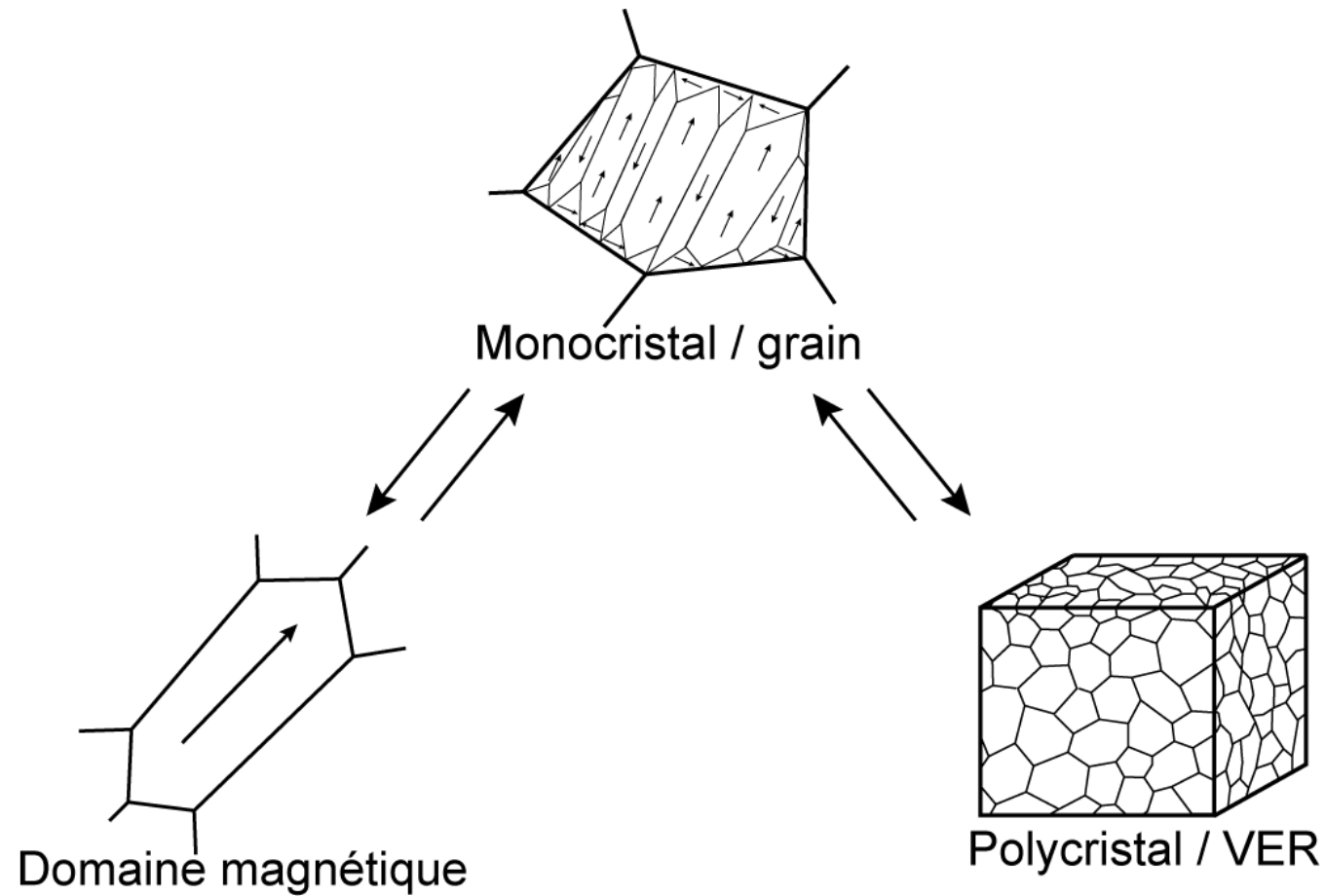
Plan de la présentation

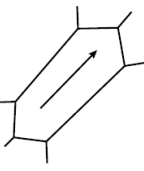


- Introduction au comportement magnétique
- Les origines du comportement magnétique
- **Un modèle multi-échelle magnéto-mécanique**
 - Comportement anhystérétique
 - Description de la dissipation
- Mise en œuvre
 - Acier bas-carbone
 - Acier électrique
- Conclusion



Trois échelles de description du comportement





- Energie libre

$$g_{\alpha} = g_{\alpha}^{mag} + g_{\alpha}^{an} + g_{\alpha}^{el} + g_{\alpha}^{conf}$$

➤ Energie magnétostatique : $g_{\alpha}^{mag} = -\mu_0 M_s \mathbf{H}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\alpha}$

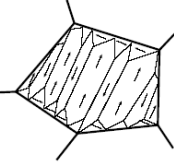
➤ Energie d'anisotropie magneto-cristalline : $g_{\alpha}^{an} = K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2)$

➤ Energie élastique (ou magneto-élastique) :

$$g_{\alpha}^{el} = -\boldsymbol{\sigma}_{\alpha} : \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha}^{\mu} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha}^{\mu} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \lambda_{100} \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) & \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_2 & \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_3 \\ \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_2 & \lambda_{100} \left(\alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) & \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_3 \\ \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_3 & \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_3 & \lambda_{100} \left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \end{pmatrix}$$

➤ Energie de configuration g_{α}^{conf} (effet de surface, plasticité, etc...)

Echelle du monocristal



- Introduction des fractions volumiques de domaines f_α

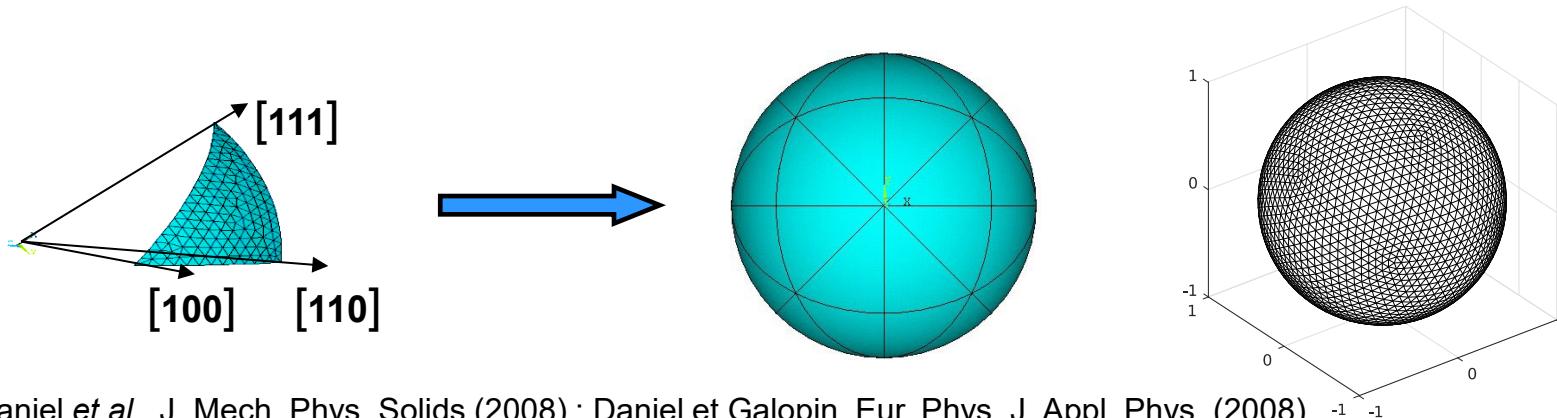
$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s g_\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s g_\alpha)} \quad [\text{Buiron, 2000}] \quad \text{avec} \quad A_s = \frac{3\chi^0}{\mu_0 M_s^2}$$

- Moyennes sur le volume du monocristal

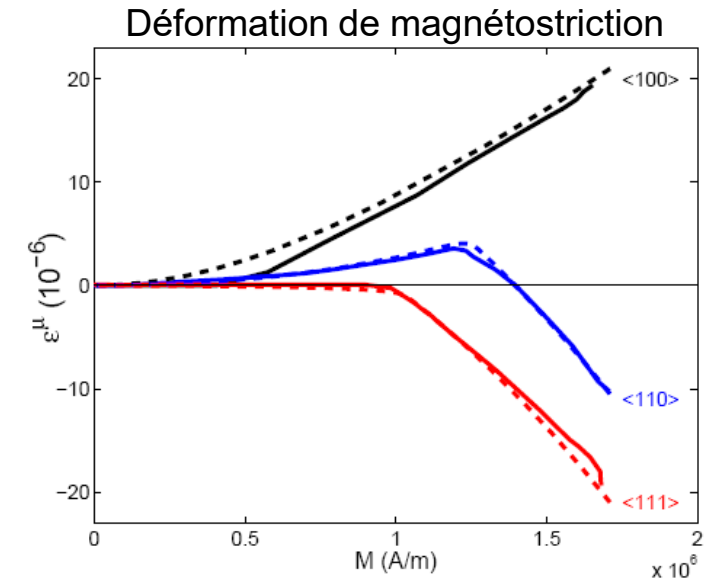
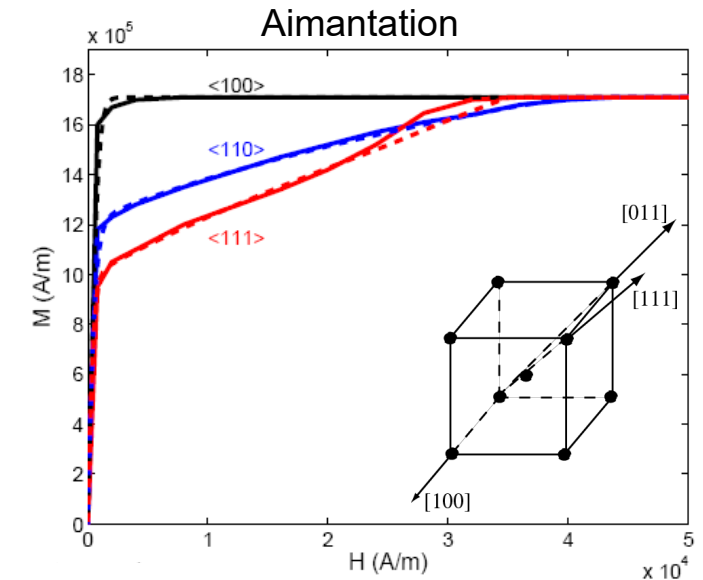
$$\mathbf{M}_I = \langle \mathbf{M}_\alpha \rangle = M_s \sum_\alpha f_\alpha \boldsymbol{\alpha} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_I^\mu = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^\mu \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^\mu$$

- En pratique :

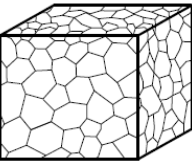
➤ Définition des orientations $\boldsymbol{\alpha}$ à partir du maillage d'une sphère unité
[Bernard *et al.*, J. Magn. Magn. Mater. (2019)]



Daniel *et al.*, J. Mech. Phys. Solids (2008) ; Daniel et Galopin, Eur. Phys. J. Appl. Phys. (2008)



Echelle du polycristal



• Règles de changement d'échelle (schéma autocohérent)

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \boldsymbol{\sigma} - \mathcal{C}^* : (\boldsymbol{\varepsilon}_I - \boldsymbol{\varepsilon})$$

$\mathcal{C}^*$ tenseur d'influence de Hill

$$\mathcal{C}^* = (S^E : \bar{\mathcal{C}}^{-1})^{-1} - \bar{\mathcal{C}}$$

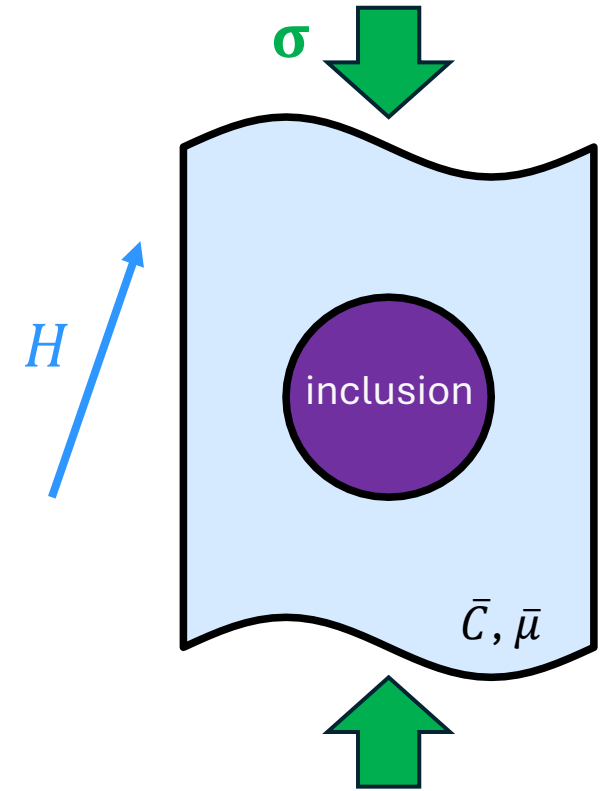
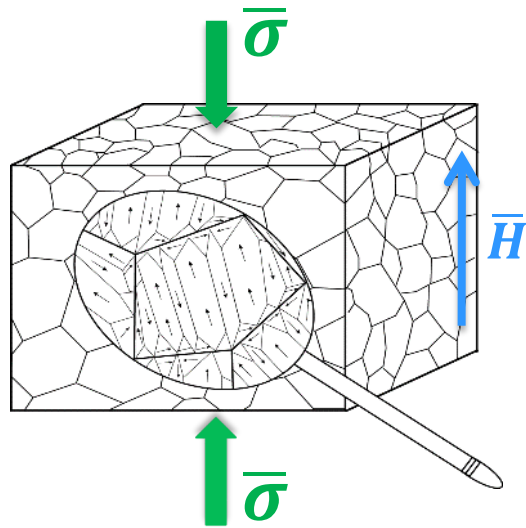
S^E tenseur d'Eshelby (élastique)

$$H_I = H - v^* \cdot (M_I - M)$$

v^* tenseur d'incompatibilité magnétique

$$v^* = N^E \cdot \bar{\mu}^{-1}$$

N^E tenseur démagnétisant



- Schéma itératif
- Couplage pris en compte par les lois de comportement $\boldsymbol{\varepsilon}_I(\boldsymbol{\sigma}_I, H_I)$ et $M_I(H_I, \boldsymbol{\sigma}_I)$

Bilan du modèle anhystérétique



• Paramètres matériau

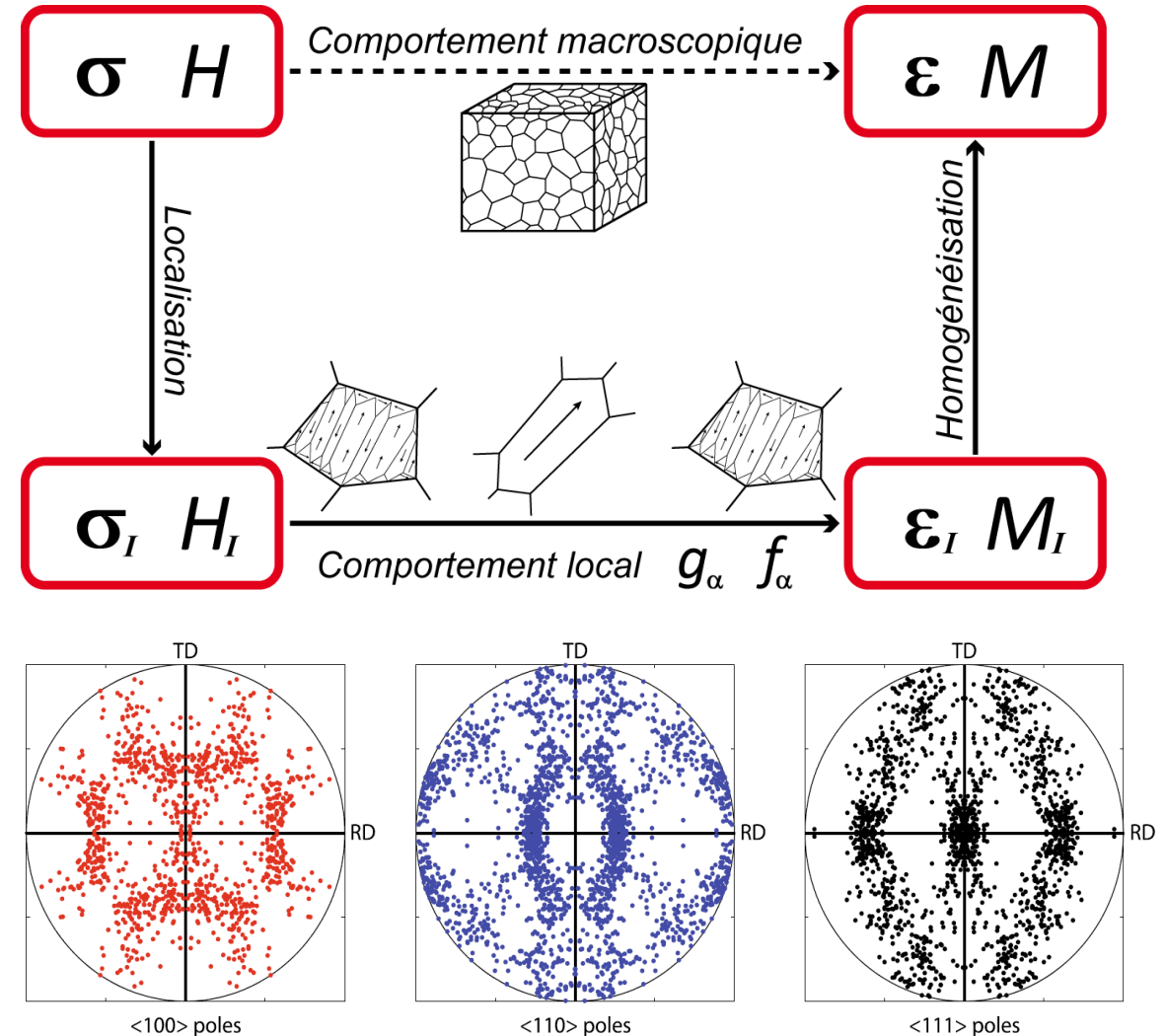
➤ Monocristal

- Constantes élastiques (C_{ij})
- Constantes magnétiques (M_s K_1 K_2)
- Constantes magneto-élastiques (λ_{100} λ_{111})

➤ Texture cristalllographique (obtenue par exemple par EBSD)

➤ Paramètre macroscopique $A_s = \frac{3\chi^0}{\mu_0 M_s^2}$

➤ Paramètres additionnels (Energie de configuration, anisotropie de forme, effets de la plasticité, ...)



Modélisation de la dissipation



• Le modèle « vector-play »

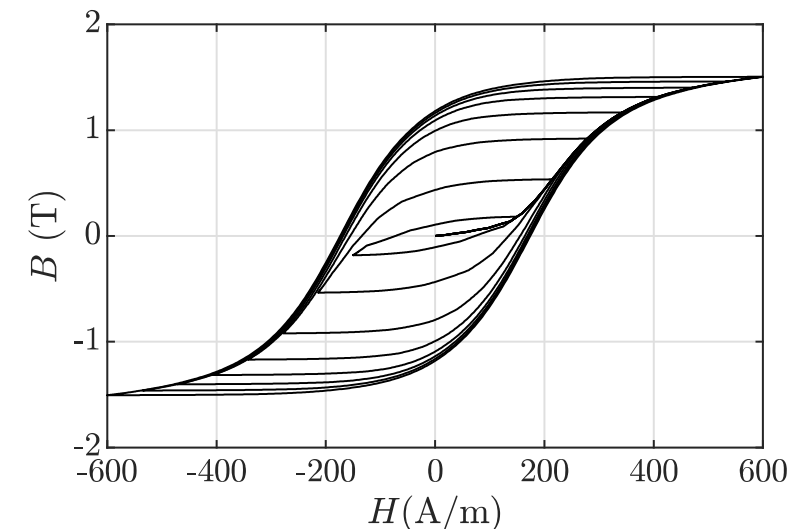
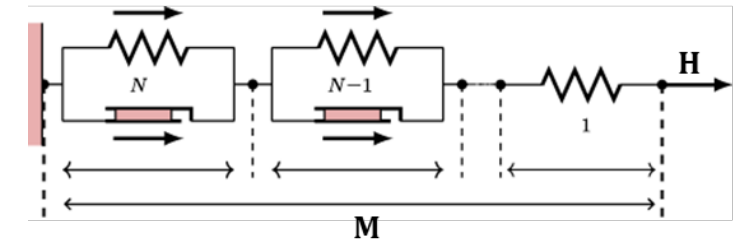
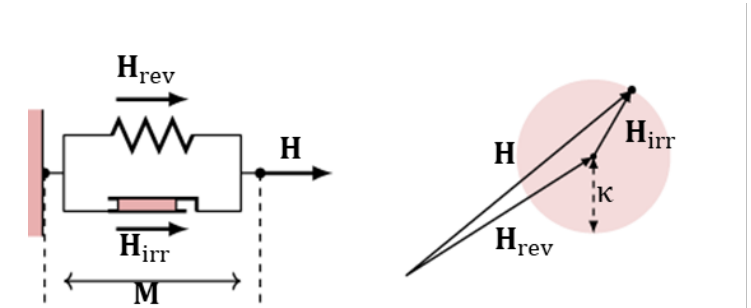
- Décomposition de $\mathbf{H}$ en deux composantes : $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{rev}} + \mathbf{H}_{\text{irr}}$
- Analogie avec les modèles de frottement sec :
($\mathbf{H}$ # force; $\mathbf{M}$ # déplacement)
- Introduction de plusieurs cellules k

$$\mathbf{H}_{\text{rev}}^k = \begin{cases} \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p) & \text{si } \|\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)\| \leq \kappa^k \\ \mathbf{H} - \kappa^k \frac{\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)}{\|\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)\|} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^N \omega^k \mathbf{M}^k(\mathbf{H}_{\text{rev}}^k)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{k=1}^N \omega^k \boldsymbol{\varepsilon}^k(\mathbf{H}_{\text{rev}}^k)$$

- Dissipation $D = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{irr}} \cdot \dot{\mathbf{M}}$



• Influence de la contrainte sur la dissipation (règle $H_c(\sigma)$)

- Identification de $H_c(\sigma)$ sur des essais uniaxiaux

$$H_c(\sigma) = a(\sigma) H_c(\sigma = 0)$$

$$a(\sigma) = a_1 \exp(-\exp(a_2 + a_3 \sigma)) + 1$$

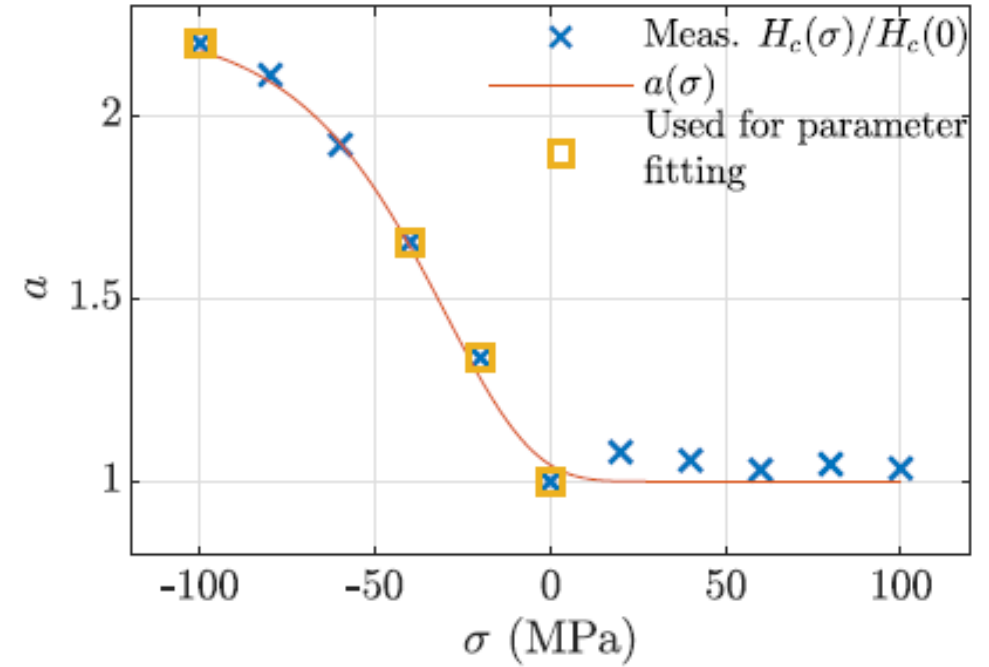
- Multiaxialité : utilisation d'une contrainte équivalente σ_{eq}

$$H_c(\boldsymbol{\sigma}) = a(\sigma_{eq}) H_c(\mathbf{0})$$

$$\kappa^k(\boldsymbol{\sigma}) = a(\sigma_{eq}) \kappa^k(\mathbf{0})$$

➤ avec

$$\sigma_{eq} = \begin{cases} \sigma_m - \sqrt{{}^t\mathbf{h} \left(\sigma_m \mathbf{I} - \frac{3}{2} \mathbf{s} \right)^2 \mathbf{h}} & \text{si } \frac{3}{2} {}^t\mathbf{h} \mathbf{s} \mathbf{h} \leq \sigma_m \\ \sigma_m + \sqrt{{}^t\mathbf{h} \left(\sigma_m \mathbf{I} - \frac{3}{2} \mathbf{s} \right)^2 \mathbf{h}} & \text{sinon} \end{cases}$$



• Cas du comportement piézomagnétique

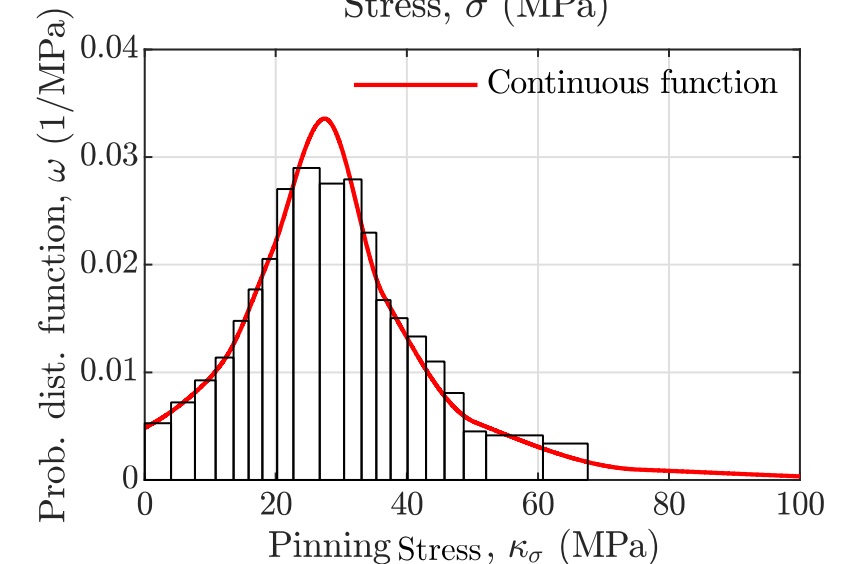
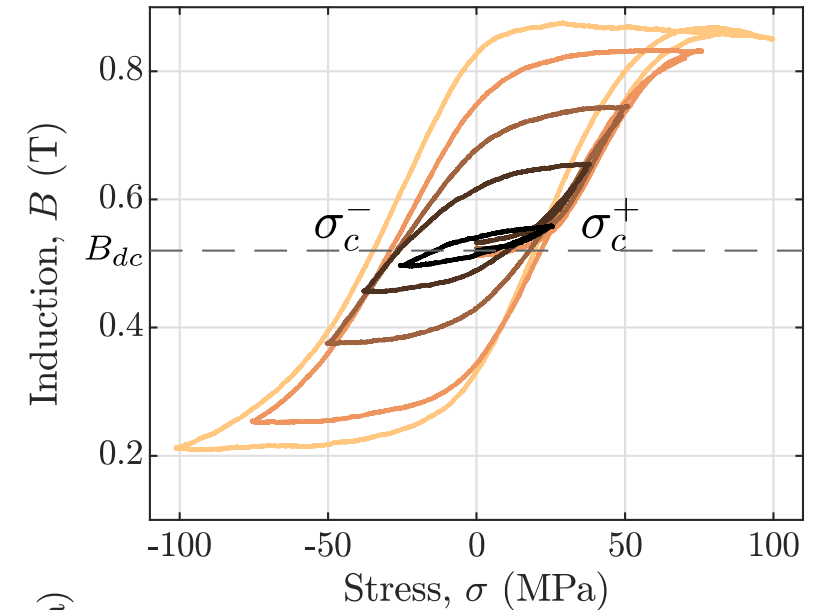
- Remplacement du champ magnétique par la contrainte
- Décomposition de la contrainte $\sigma = \sigma_{\text{rev}} + \sigma_{\text{irr}}$
- Introduction de plusieurs cellules k

$$\sigma_{\text{rev}}^k = \begin{cases} \sigma_{\text{rev}}^k(p) & \text{si } \|\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)\| \leq \kappa_{\sigma}^k \\ \sigma - \kappa_{\sigma}^k \frac{\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)}{\|\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)\|} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^N \omega^k \mathbf{M}^k(\mathbf{H}, \sigma_{\text{rev}}^k)$$

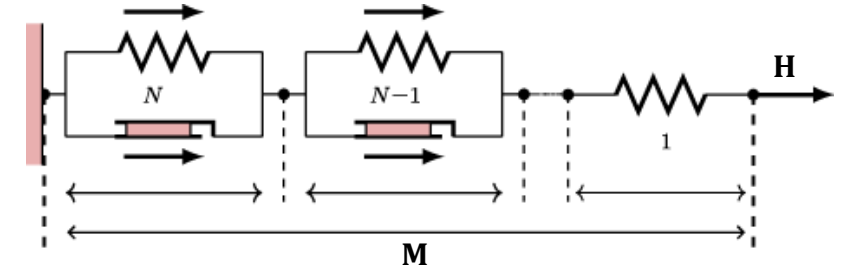
$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{k=1}^N \omega^k \boldsymbol{\varepsilon}^k(\mathbf{H}, \sigma_{\text{rev}}^k)$$

- Dissipation $D = \sigma_{\text{irr}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$



• Cas d'une variation simultanée du champ et de la contrainte

- Décomposition du champ magnétique : $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{rev}} + \mathbf{H}_{\text{irr}}$
- Décomposition de la contrainte : $\sigma = \sigma_{\text{rev}} + \sigma_{\text{irr}}$



$$\mathbf{H}_{\text{rev}}^k = \begin{cases} \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p) & \text{si } \|\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)\| \leq \kappa_H^k \\ \mathbf{H} - \kappa_H^k \frac{\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)}{\|\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{rev}}^k(p)\|} & \text{sinon} \end{cases} \quad \sigma_{\text{rev}}^k = \begin{cases} \sigma_{\text{rev}}^k(p) & \text{si } \|\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)\| \leq \kappa_\sigma^k \\ \sigma - \kappa_\sigma^k \frac{\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)}{\|\sigma - \sigma_{\text{rev}}^k(p)\|} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^N \omega^k \mathbf{M}^k(\mathbf{H}_{\text{rev}}^k, \sigma_{\text{rev}}^k) \quad \varepsilon^\mu = \sum_{k=1}^N \omega^k \varepsilon^{\mu,k}(\mathbf{H}_{\text{rev}}^k, \sigma_{\text{rev}}^k)$$

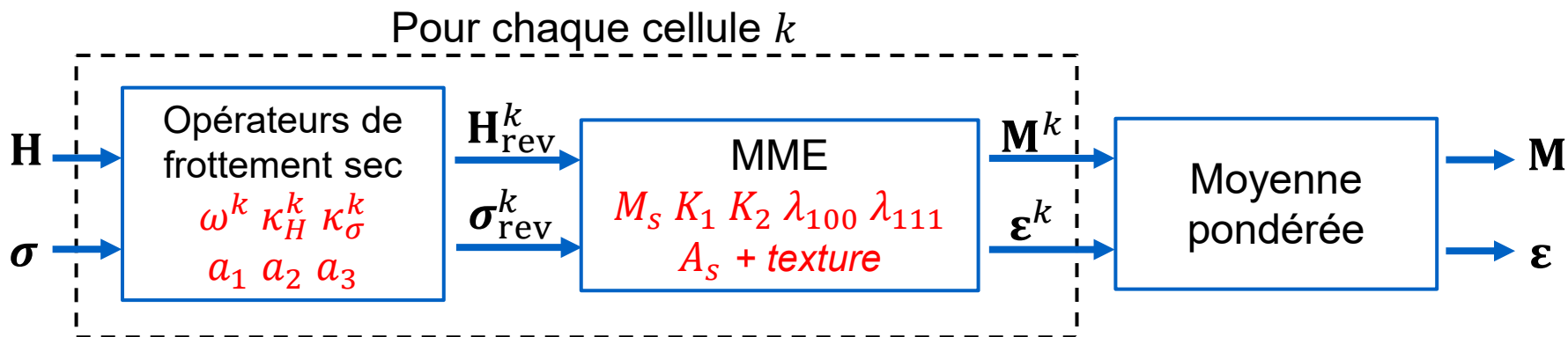
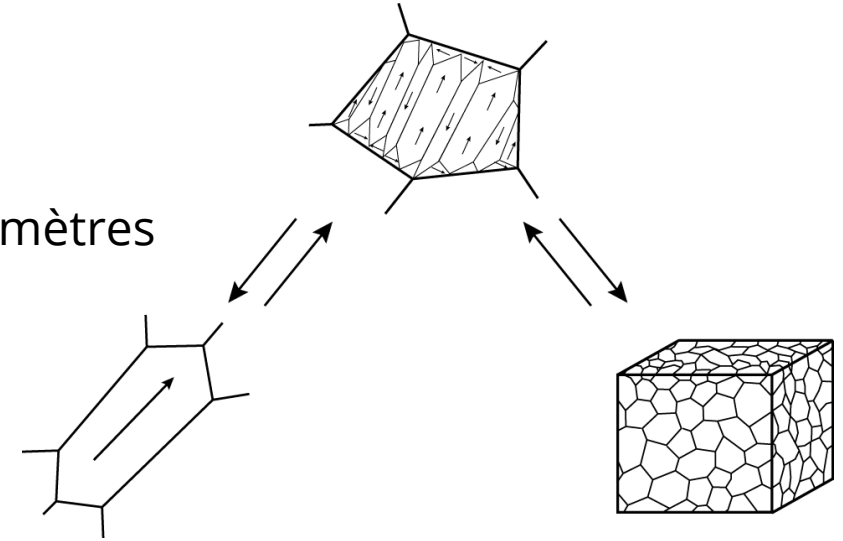
- Dissipation $D = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{irr}} \cdot \dot{\mathbf{M}} |\text{sign}(\|\dot{\mathbf{H}}\|)| + \sigma_{\text{irr}} : \dot{\varepsilon}^\mu |\text{sign}(\|\dot{\sigma}\|)|$

- **Comportement anhystérétique**

- 9 paramètres : C_{ij} M_s K_1 K_2 λ_{100} λ_{111} A_s + texture cristallographique

- **Description de l'hystérésis (N cellules)**

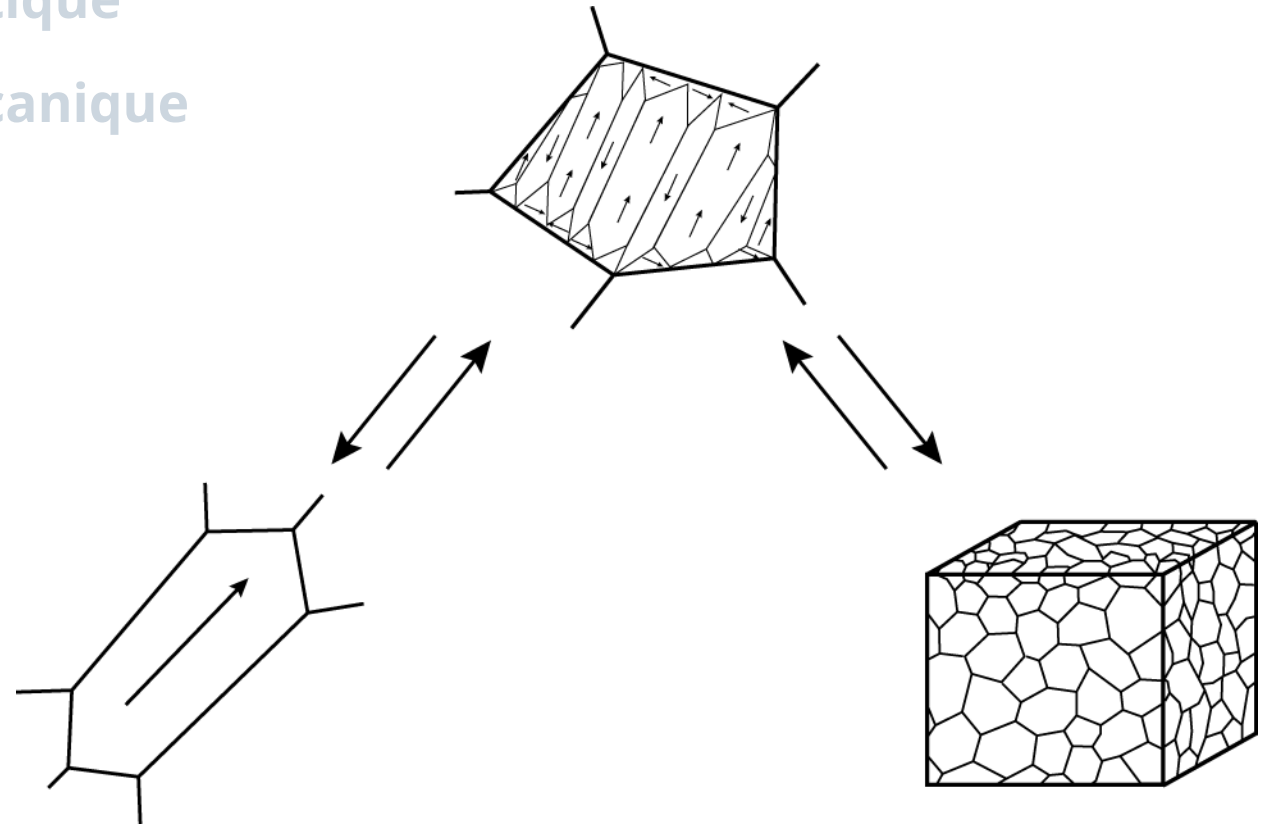
- $2N$ opérateurs de dissipation et leurs poids respectifs, soit $3N$ paramètres
 - Paramètres de coercivité κ_H^k κ_σ^k
 - Distribution des opérateurs ω^k
- M cycles majeurs pour définir la loi $H_c(\sigma)$
 - Paramètres a_1 a_2 a_3



Plan de la présentation



- Introduction au comportement magnétique
- Les origines du comportement magnétique
- Un modèle multi-échelle magnéto-mécanique
 - Comportement anhystrétique
 - Description de la dissipation
- **Mise en œuvre**
 - Acier bas-carbone
 - Acier électrique
- Conclusion



Caractérisation magnéto-mécanique

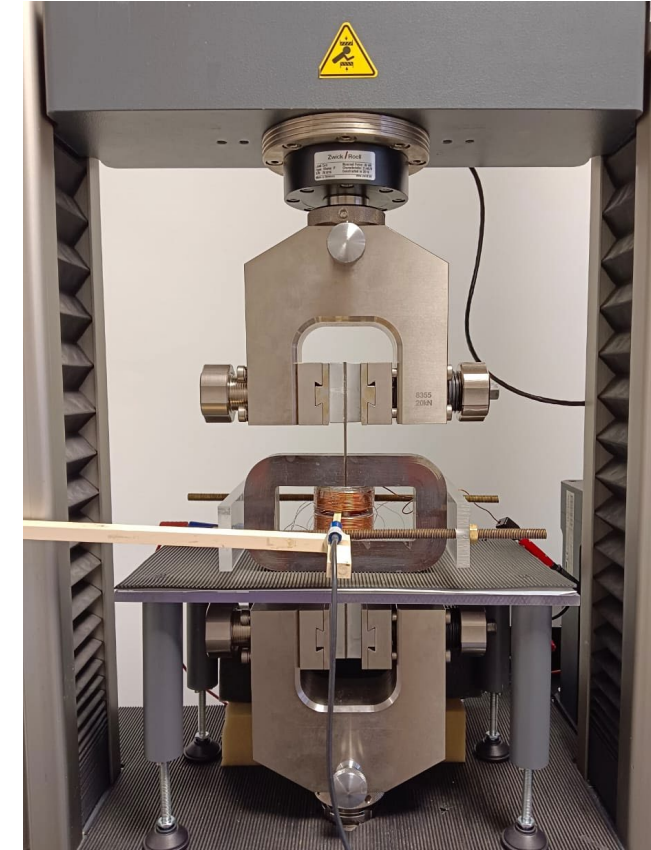
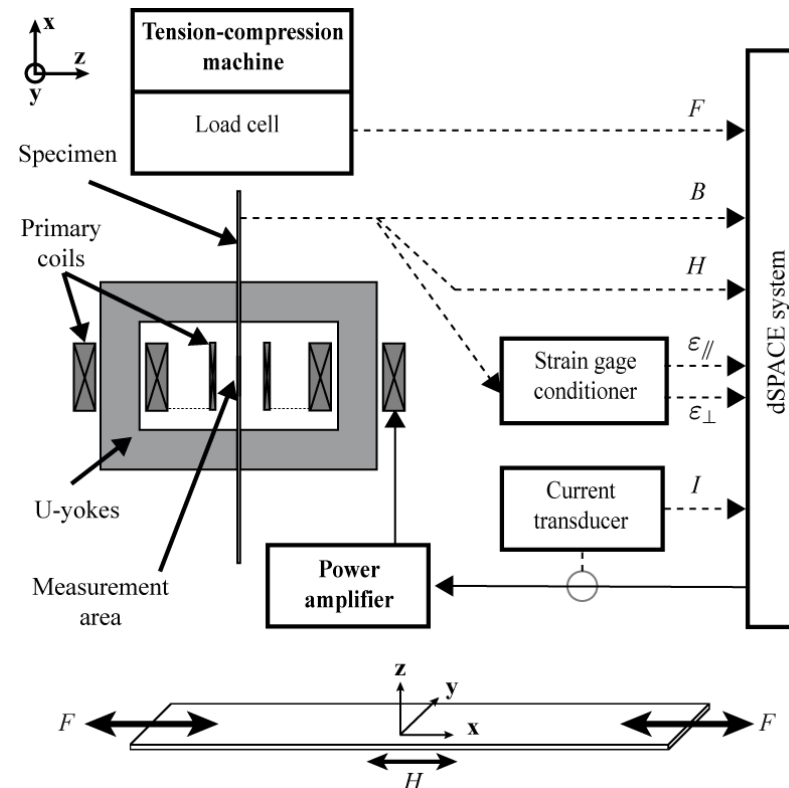


- **Dispositif de mesure [Domenjoud *et al.*, *Smart Mater. Struct.* (2019)]**

- Amplificateur de puissance Kepco 72-14MG
- Conditionneur de jauges Vishay 2120B
- B-coil and capteur à effet Hall AS-LTM
- Machine de traction Zwick/Roell Z030
- Cellule d'effort Xforce-P
- Système de contrôle dSPACE DS 1006

- **Matériau : DC04**

- Acier bas-Carbone polycristallin
- Composition : 0.08%C, 0.5%Mn, 0.1%Si
- Produit par ArcelorMittal
- Echantillons 250 mm × 20 mm × 2 mm



- Paramètres anhystérétiques (9) + texture (EBSD)

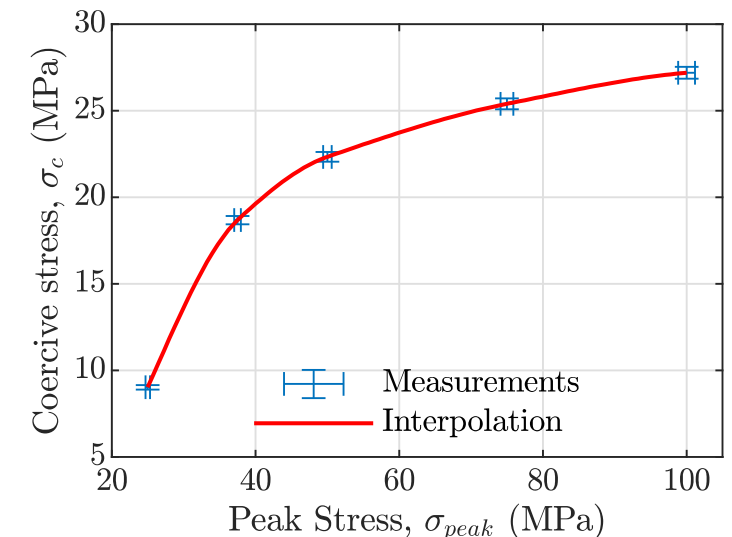
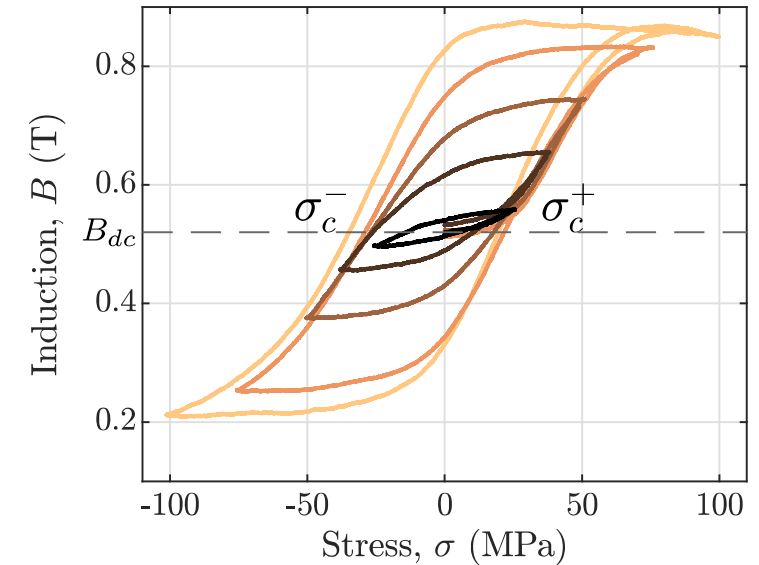
- $C_{ij} M_s K_1 K_2 \lambda_{100} \lambda_{111}$: ouvrages de physique
- A_s : courbe d'aimantation sans contrainte

- Paramètres d'hystérésis liés à la variation de H

- Hystérésis sans contrainte : ω^k and κ_H^k ($2N, N = 25$)
[Henrotte et al., IEEE Trans. Magn. (2014)]
- Loi $H_c(\sigma)$ (3: a_1, a_2, a_3)
[da Silva et al., IEEE Access (2022)]

- Paramètres d'hystérésis liés à la variation de σ

- Procédure similaire à l'hystérésis sans contraintes
- Conservation de la même distribution ω^k
- Mesure de courbes piézomagnétiques à H fixé :
 κ_σ^k ($N = 25$, avec $H = 50$ A/m ici, et en utilisant $\sigma_c = \frac{1}{2}(\sigma_c^+ + \sigma_c^-)$)



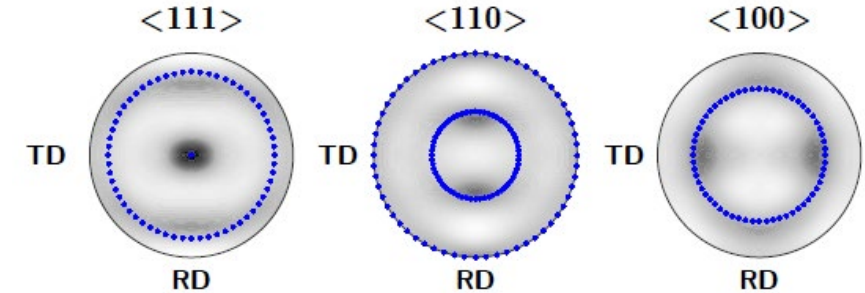
- Utilisation d'une texture simplifiée (fibre)

- Paramètres anhystérétiques

- $(C_{11}, C_{12}, C_{44}) = (238, 142, 232)$ GPa
- $M_s = 1.71 \cdot 10^6$ A. m⁻¹
- $K_1 = 42.7$ kJ. m⁻³ ; $K_2 = 15.0$ kJ. m⁻³
- $\lambda_{100} = 21 \cdot 10^{-6}$; $\lambda_{111} = -21 \cdot 10^{-6}$
- $A_s = 5.5 \cdot 10^{-3}$ m³. J⁻¹

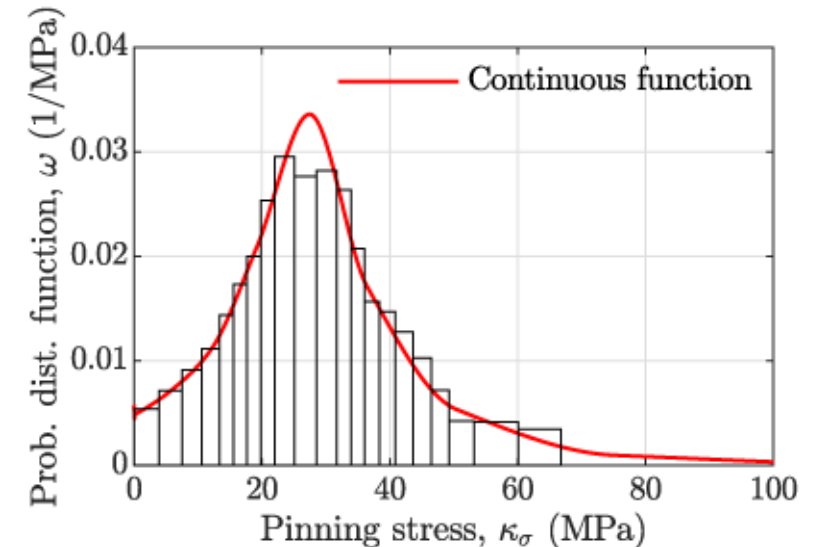
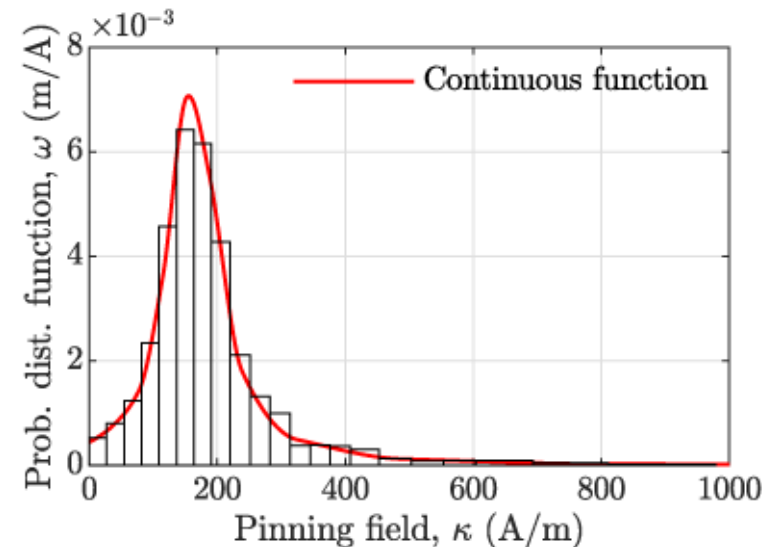
- Paramètres d'hystérésis

- $a_1 = 1.25$
- $a_2 = 1.20$
- $a_3 = 0,04$ MPa⁻¹
- ω^k
- κ_H^k
- κ_σ^k

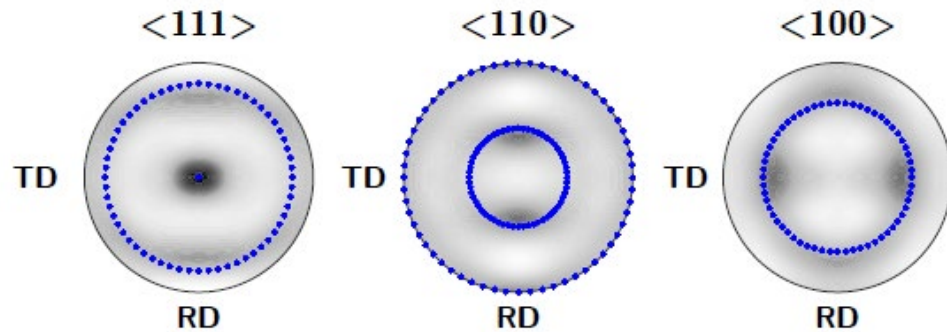


$$H_c(\sigma) = a(\sigma) H_c(\sigma = 0)$$

$$a(\sigma) = a_1 \exp \left(-\exp(a_2 + a_3 \sigma_{eq}) \right) + 1$$

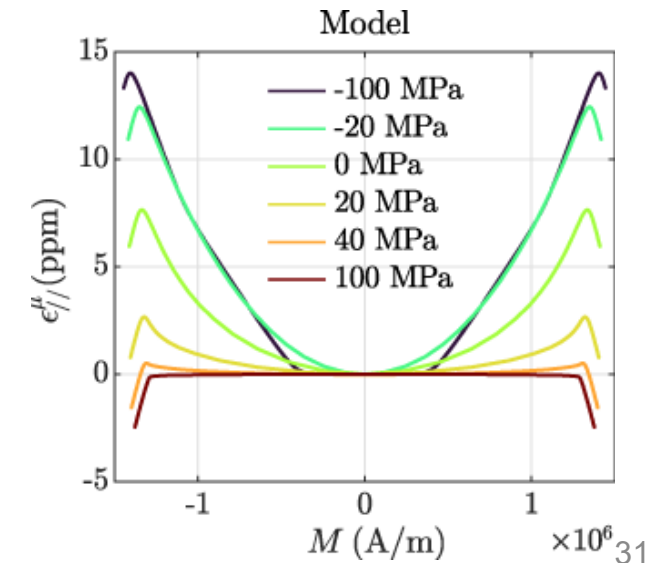
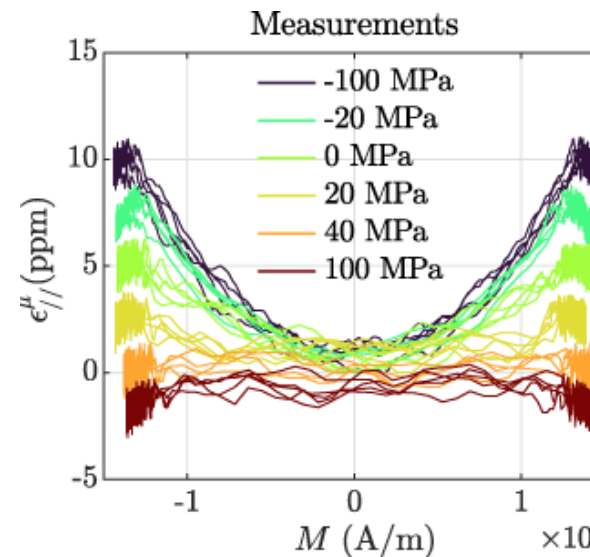
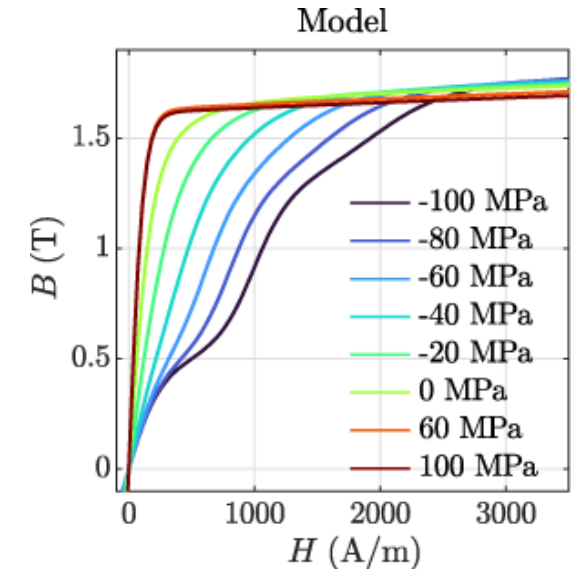
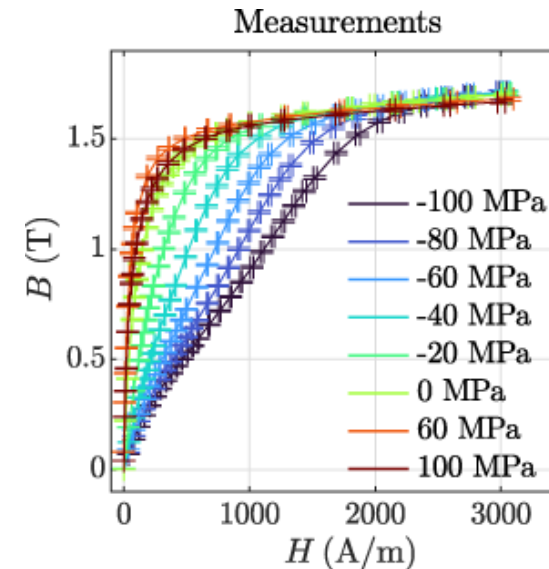


- Comportement anhystérétique



DC04 : Figure de pôles (770 orientations – niveaux de gris) et approximation part texture de fibre (16 orientations – marqueurs bleus)

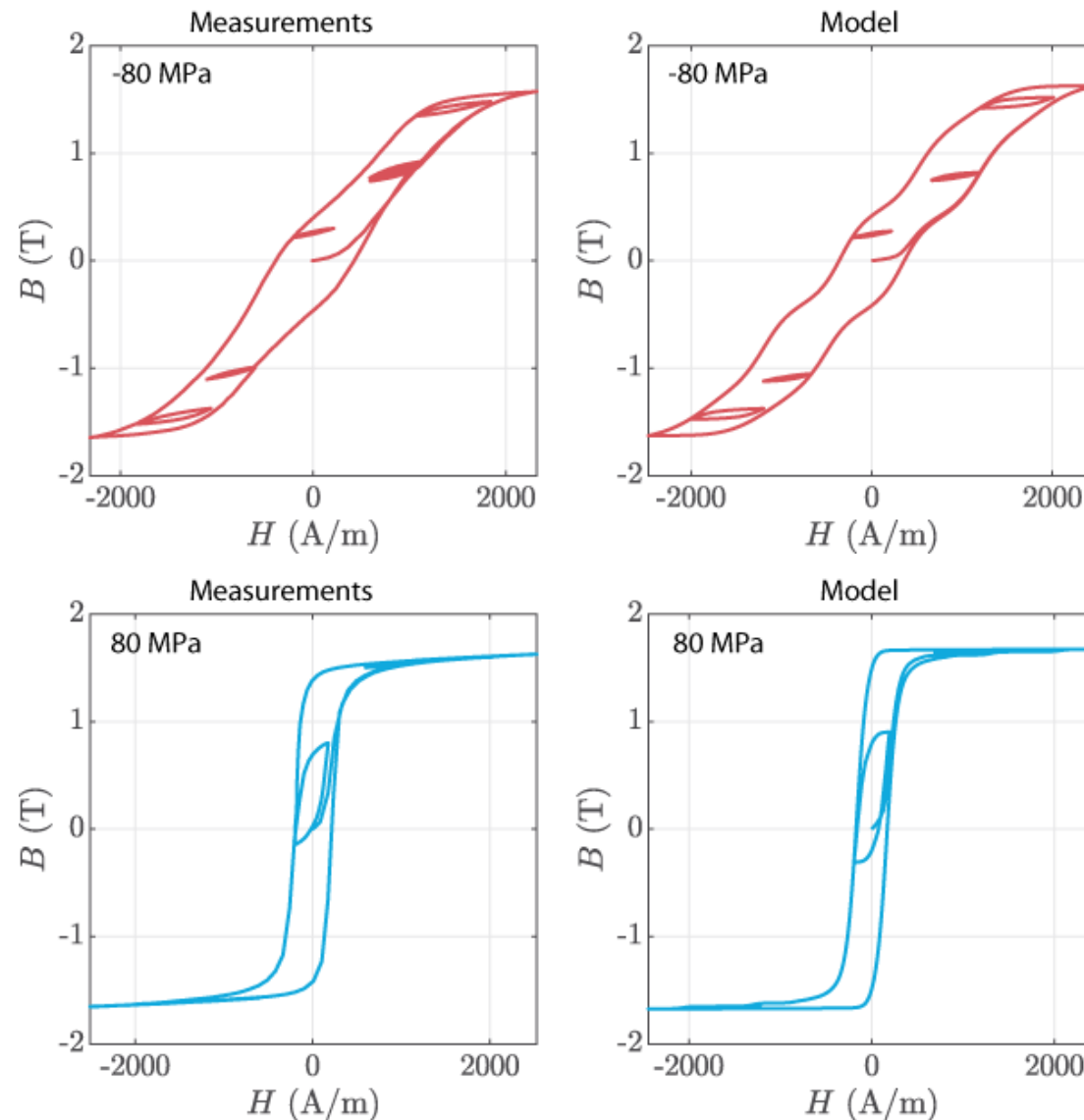
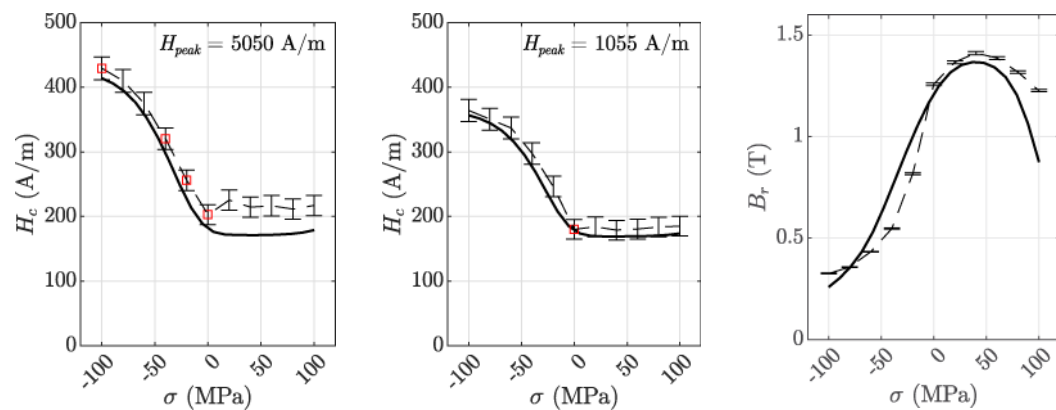
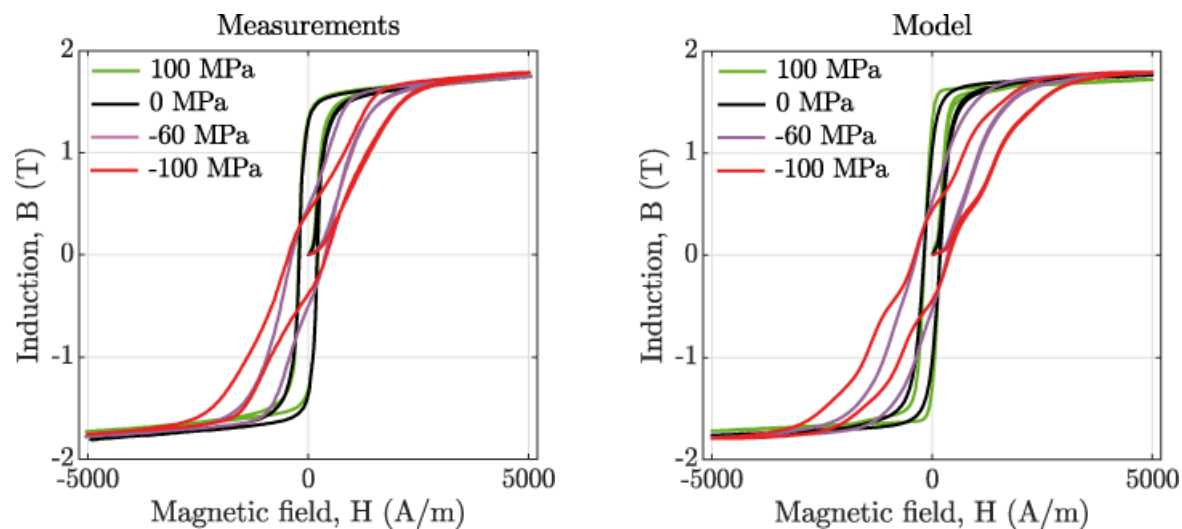
- Capture de l'effet Villari
- Mécanisme de rotation de l'aimantation



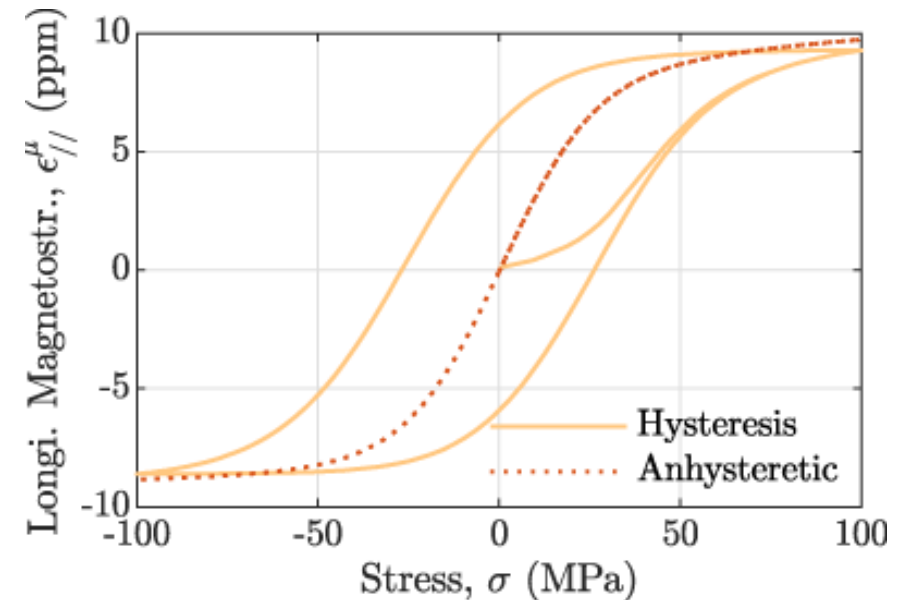
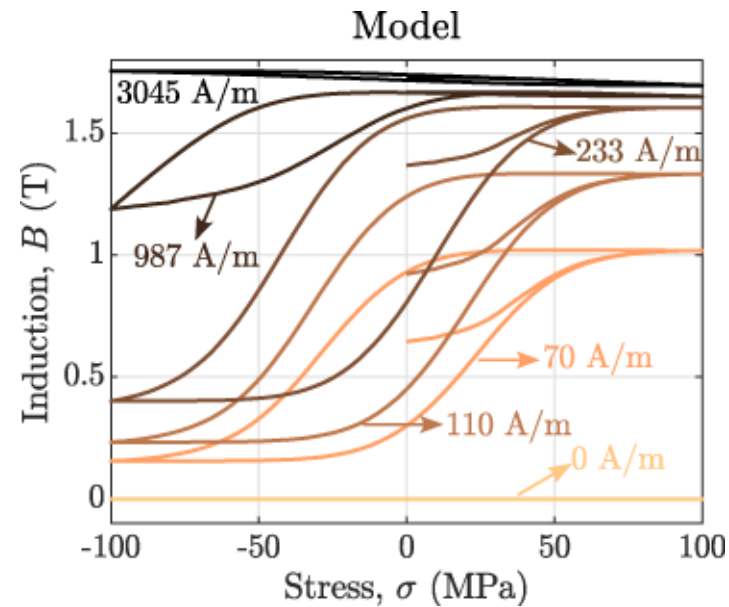
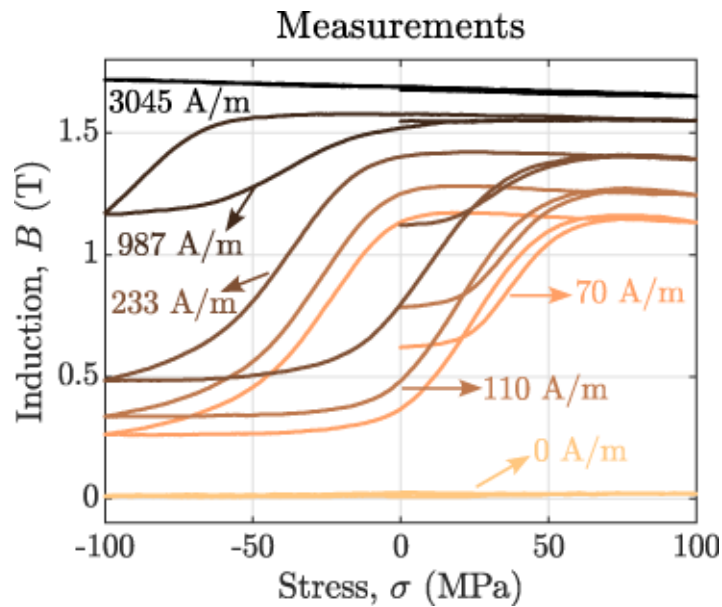


- **Cycles d'hystérésis**

- Effets des contraintes
- Cycles mineurs

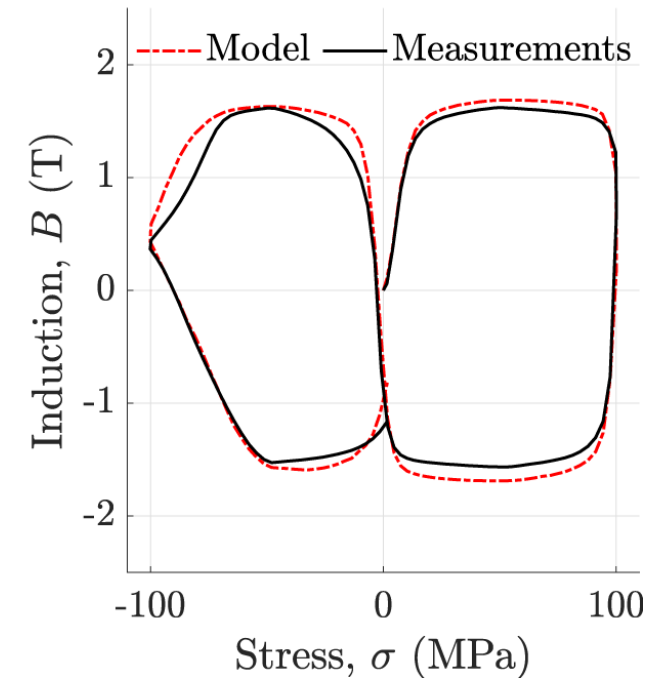
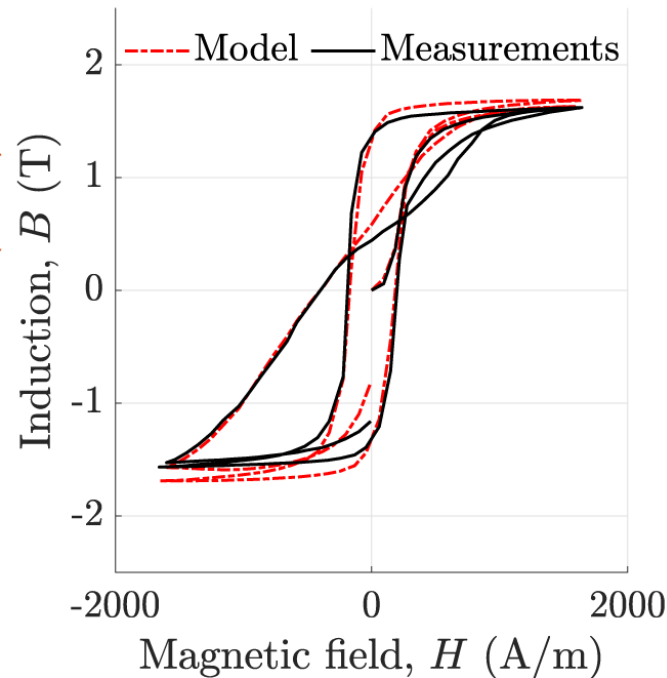
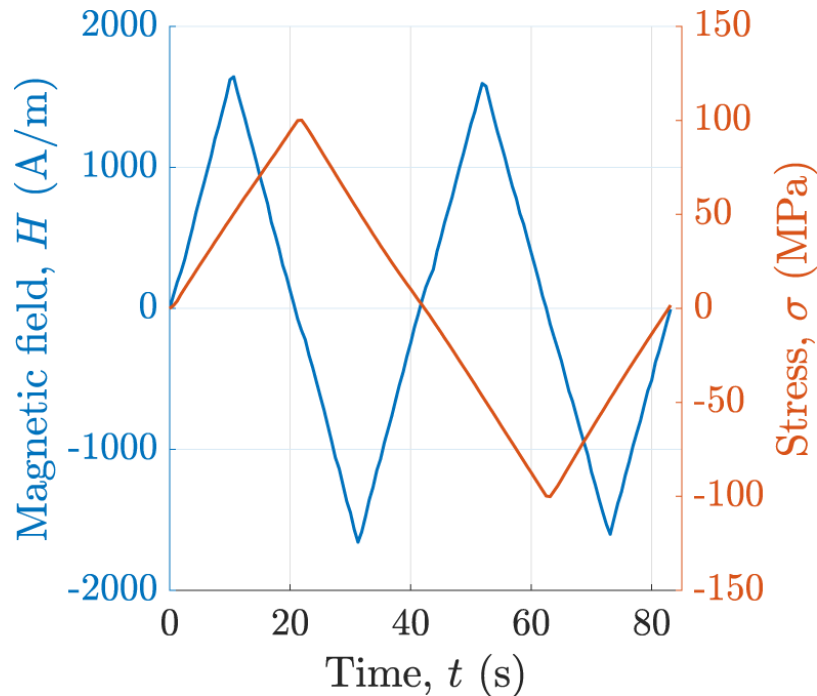


- Cycles piézomagnétiques à différents niveaux de champ magnétique
- Capacité à prédire les courbes contrainte-déformation
 - Difficile à valider expérimentalement ($\epsilon^\mu \ll \epsilon^e$)
 - Sur cet exemple $W^{\text{mech}} \sim 900 \text{ J/m}^3$
(pour comparaison, sur un cycle majeur, sans contrainte, $W^{\text{mag}} \sim 1500 \text{ J/m}^3$)



- **Implémentation d'un chargement complexe**

- Variation simultanée du champ magnétique et de la contrainte

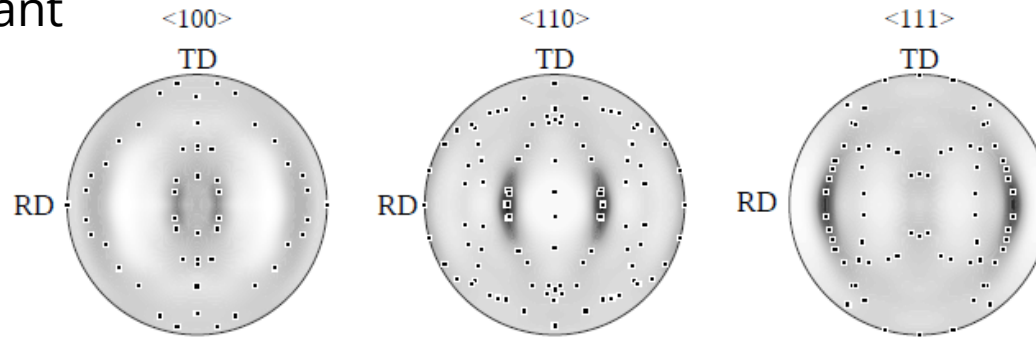


$$D = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{irr}} \cdot \dot{\mathbf{M}} |\text{sign}(\|\dot{\mathbf{H}}\|)| + \boldsymbol{\sigma}_{\text{irr}} : \boldsymbol{\varepsilon}^\mu |\text{sign}(\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\|)|$$

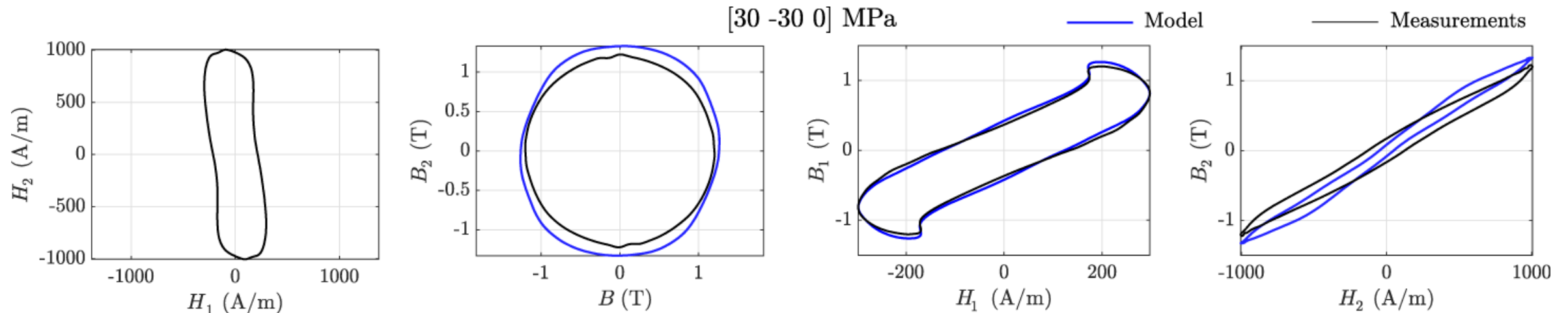
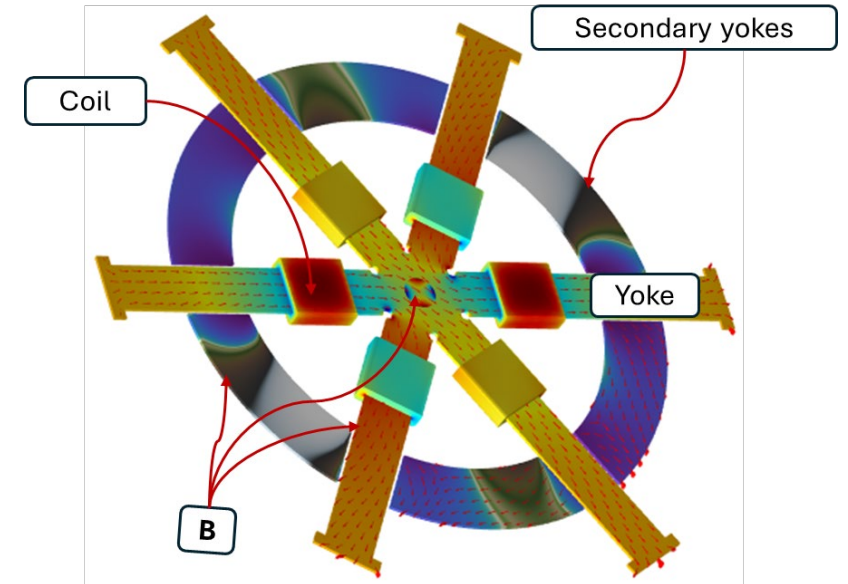
Validation multiaxiale sur un acier électrique (NO)

• Configurations multiaxiales

- Contraintes biaxiales
- Champ tournant



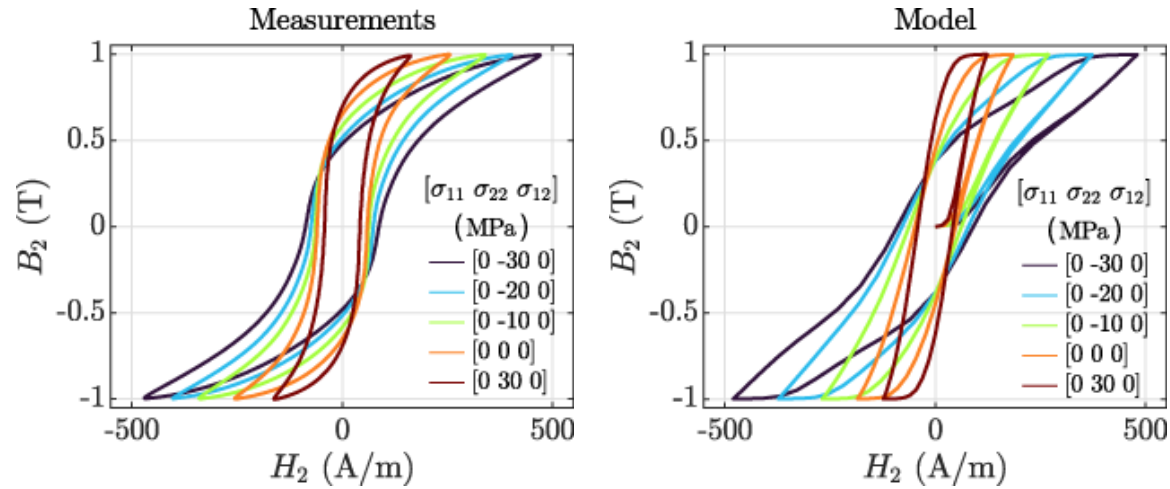
Figures de poles (FeSi NO) et simplification à 24 orientations



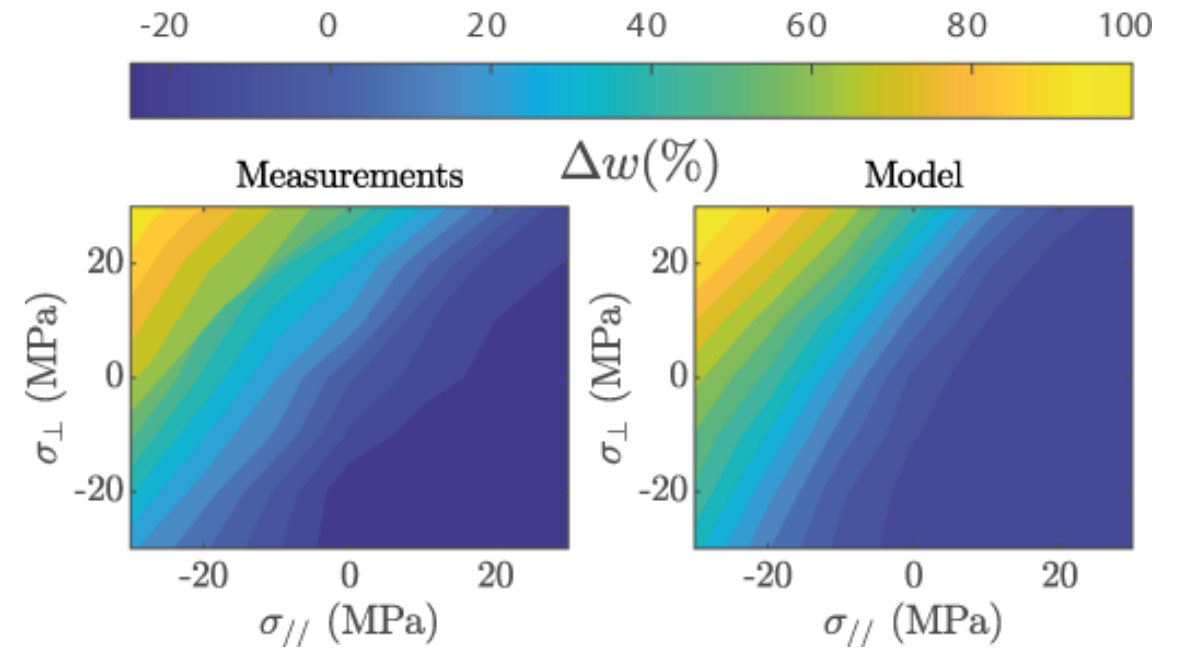
Validation multiaxiale sur un acier électrique (NO)

Aydin *et al.*, J. Magn. Magn. Mater. (2019) ;
da Silva *et al.*, IEEE Trans. Magn. (2023)

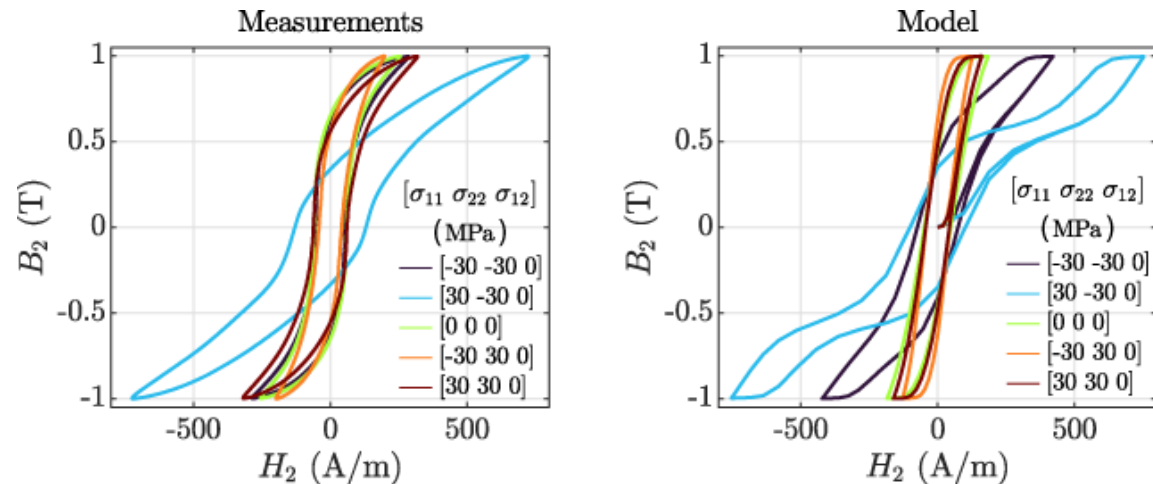
Contrainte uniaxiale et champ alternatif



Contrainte biaxiale et champ alternatif (pertes)



Contrainte biaxiale et champ alternatif



- **Un modèle multi-échelle pour le comportement magnéto-mécanique**

- Association d'un modèle « vector-play » et d'un modèle micro-mécanique anhystérétique
- Capable de décrire à la fois les effets d'une contrainte variable et d'un champ magnétique variable
- Consistent thermodynamiquement

- **Perspectives et problèmes ouverts**

- Règles de changement d'échelle du monocristal aux domaines (microstructure évolutive)
- Prise en compte de la plasticité sur le comportement magnéto-élastique
 - Meilleure maîtrise de l'impact des procédés de fabrication
- Applications en contrôle non destructif des matériaux et des structures

