Fissuration dynamique non régulière

F. DUBOIS

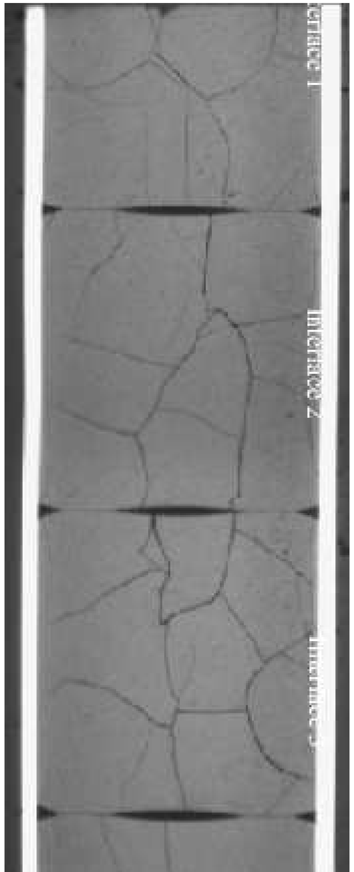
frederic.dubois@univ-montp2.fr

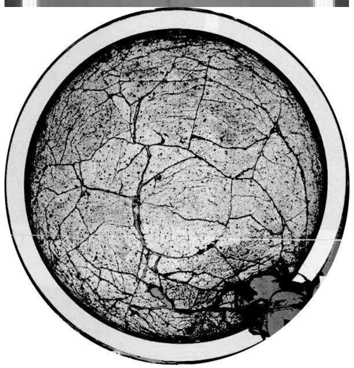
Y. MONERIE

yann.monerie@irsn.fr

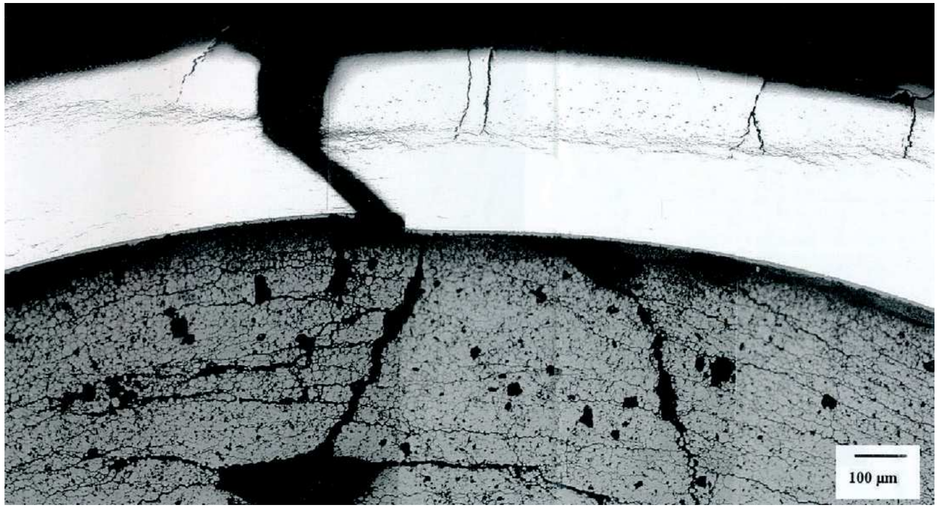
collaborateur : V. ACARY (INRIA)

Motivations

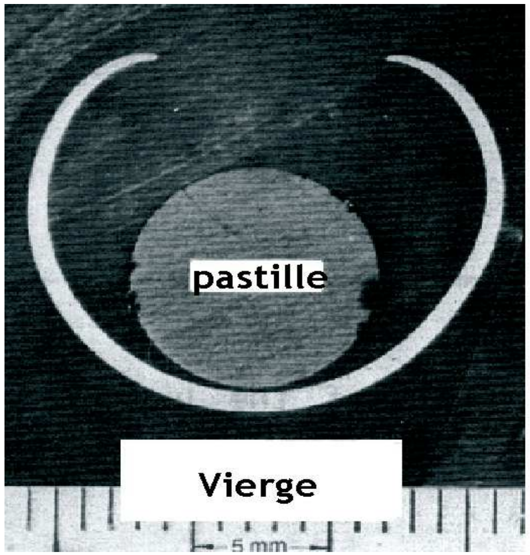


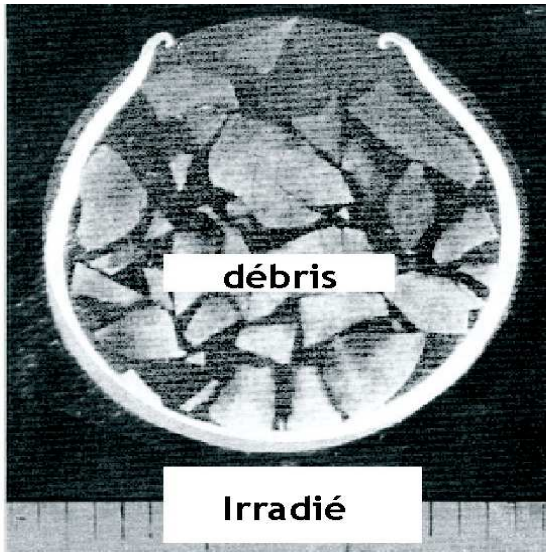


1/ Injection de Réactivité



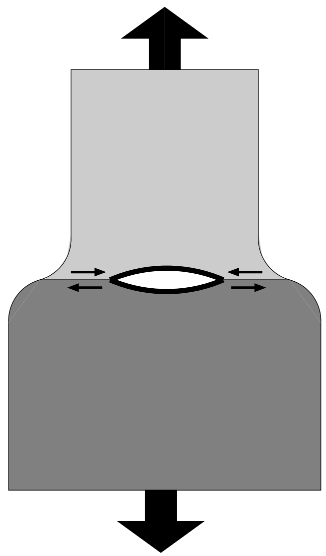
2/ Perte de Réfrigérent Primaire





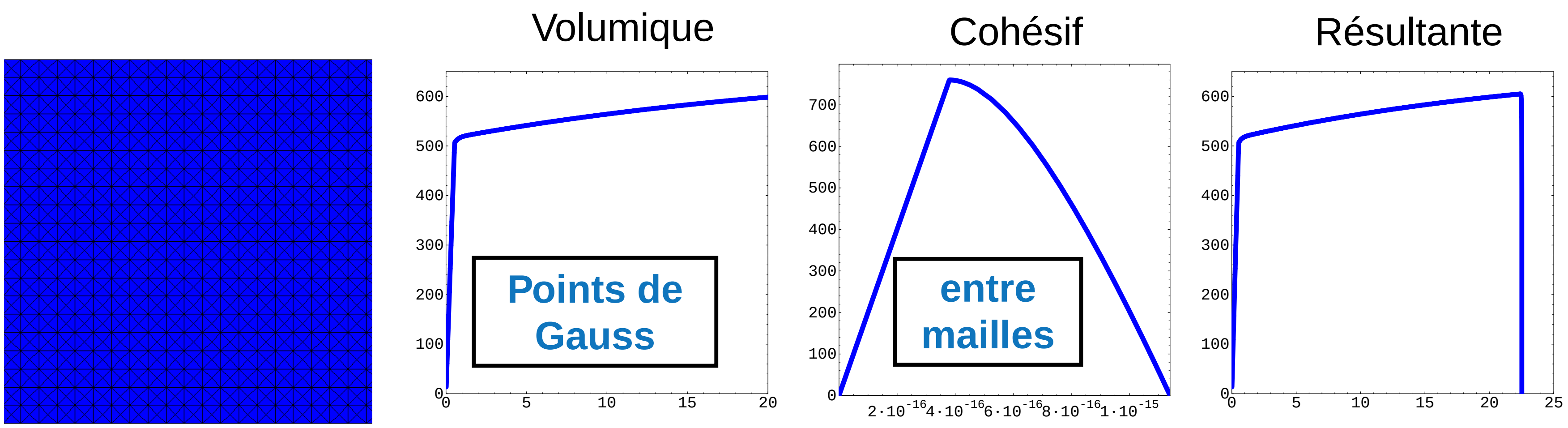
Nonsmooth Fracture Dynamics

- **Objectifs**
  - **Fissuration** des matériaux homogènes et hétérogènes (en statique et dynamique), comportements équivalents
  - Amorçage, propagation, post-rupture, gestion des fragments
  - **Interactions locales complexes** (contact frottant, dilatence, cicatrisation, $\cdots$)
  - **Milieux continus, discrets**
  - **Couplages** : thermomécanique, fluide/grains, $\cdots$
- **Méthode basée sur**
  - la méthode des éléments finis cohésifs/volumiques
  - les modèles de **zone cohésive frottante**
  - l'approche **Nonsmooth Contact Dynamics**

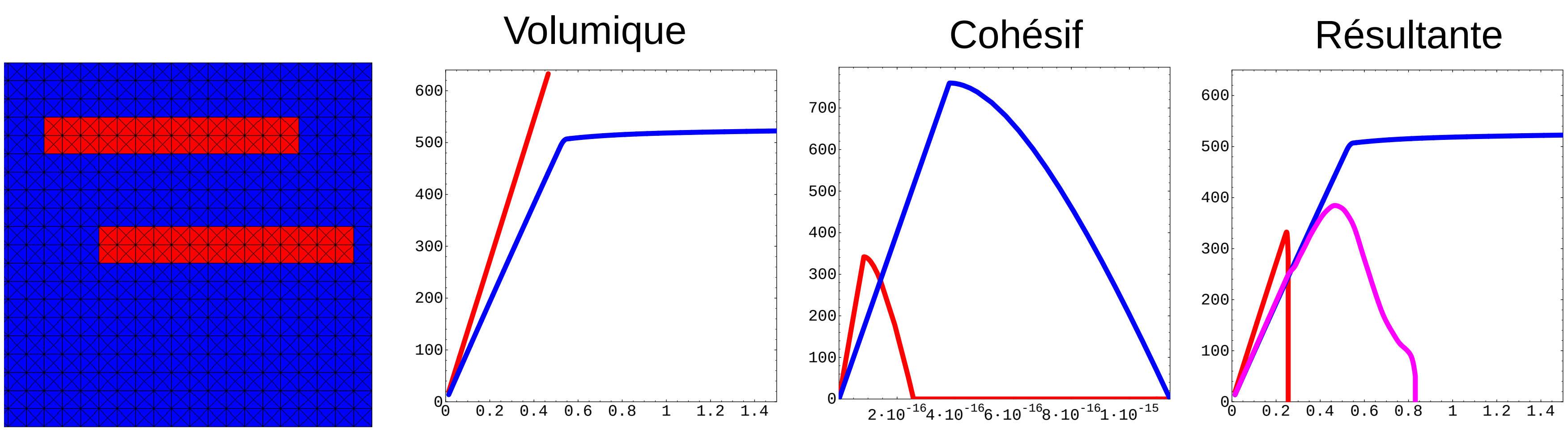


Approche volumique/cohésive

▶ Fissuration des matériaux homogènes

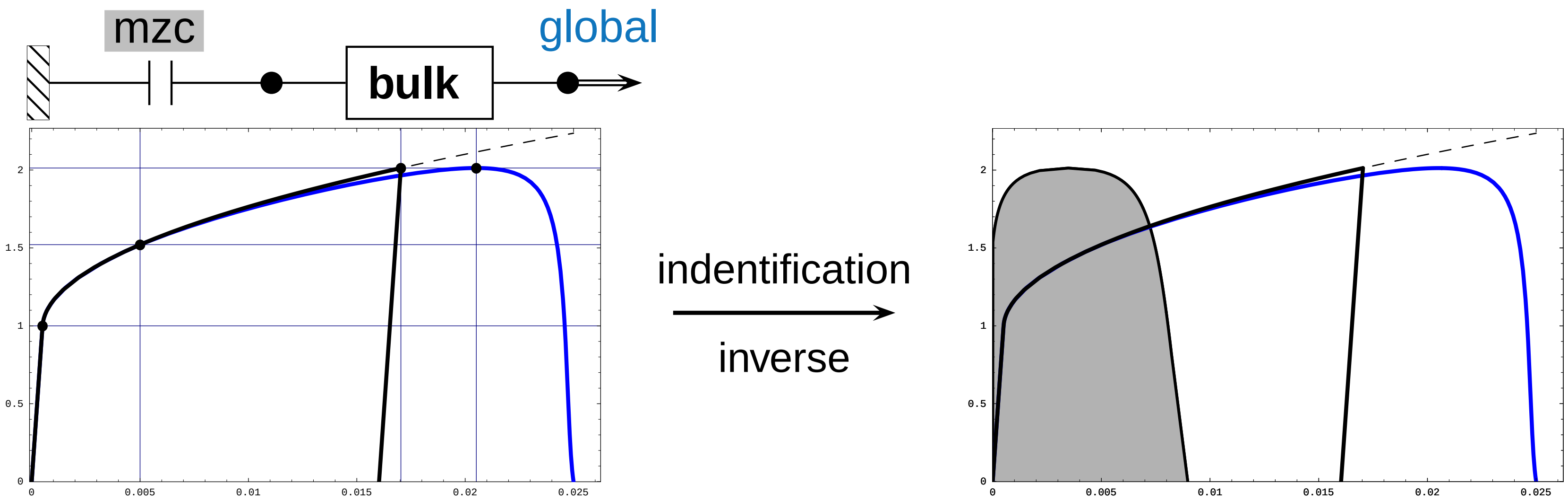


▶ Fissuration des matériaux hétérogènes

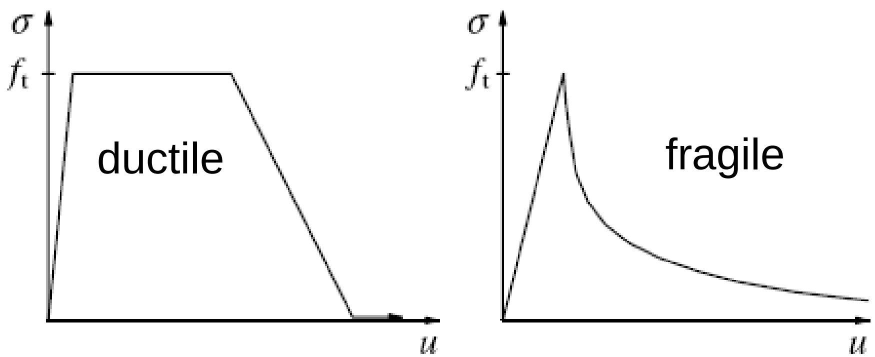


Quelle forme ?

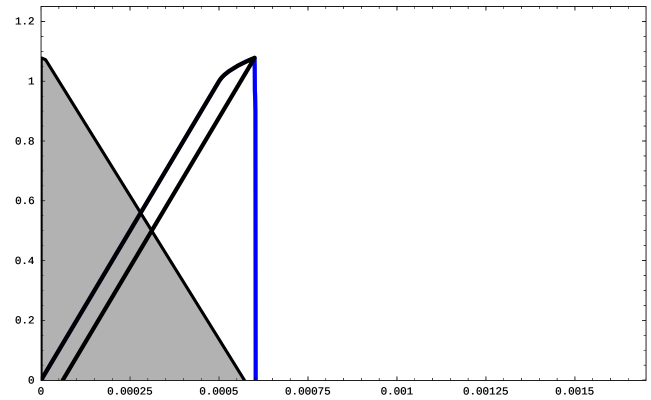
- **raideur initiale finie (intrinsèque) ou infinie (extrinsèque) ?**



- **“porte” ou “triangle” ? (une règle d’usage)**

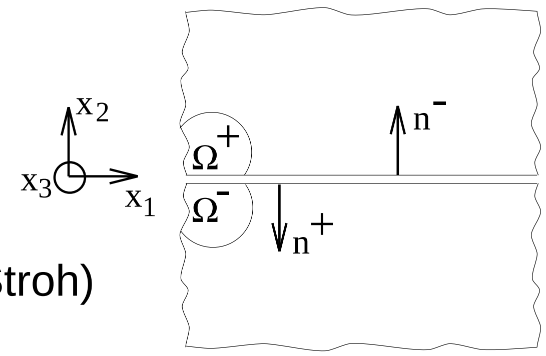


©[de Borst et al., 2006]



Problème d'unicité de la solution, instabilités

- **Le cas de 2 solides élastiques adhérents** en quasistatique
  - **existence solutions** $\in \left\{ \boldsymbol{v} \in \left[\boldsymbol{H}^1(\boldsymbol{\Omega}) \right]^3 ; \boldsymbol{v} = \boldsymbol{0} \text{ p.p. } \boldsymbol{\Gamma_u} ; [\boldsymbol{v_N}] \leq \boldsymbol{0} \text{ p.p. } \boldsymbol{\Gamma_c} \right\}$
  - **unicité conditionnelle** : $|\boldsymbol{\lambda}\, \boldsymbol{l/c_0}| < \boldsymbol{1}$
- **Instabilités associées**



$$\mathbf{R}^{\text{coh}} = \mathbf{T} \cdot [\boldsymbol{u}]^+, \quad \mathbf{S} = \frac{\partial \mathbf{R}^{\text{coh}}}{\partial [\boldsymbol{u}]^+}$$

Ondes périodiques : $\dot{\boldsymbol{u}}^{\pm} = \boldsymbol{v}^+ \boldsymbol{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{K}^{\pm} \cdot \boldsymbol{x} - \boldsymbol{\omega}^{\pm} \boldsymbol{t})}$ (ou Stroh)

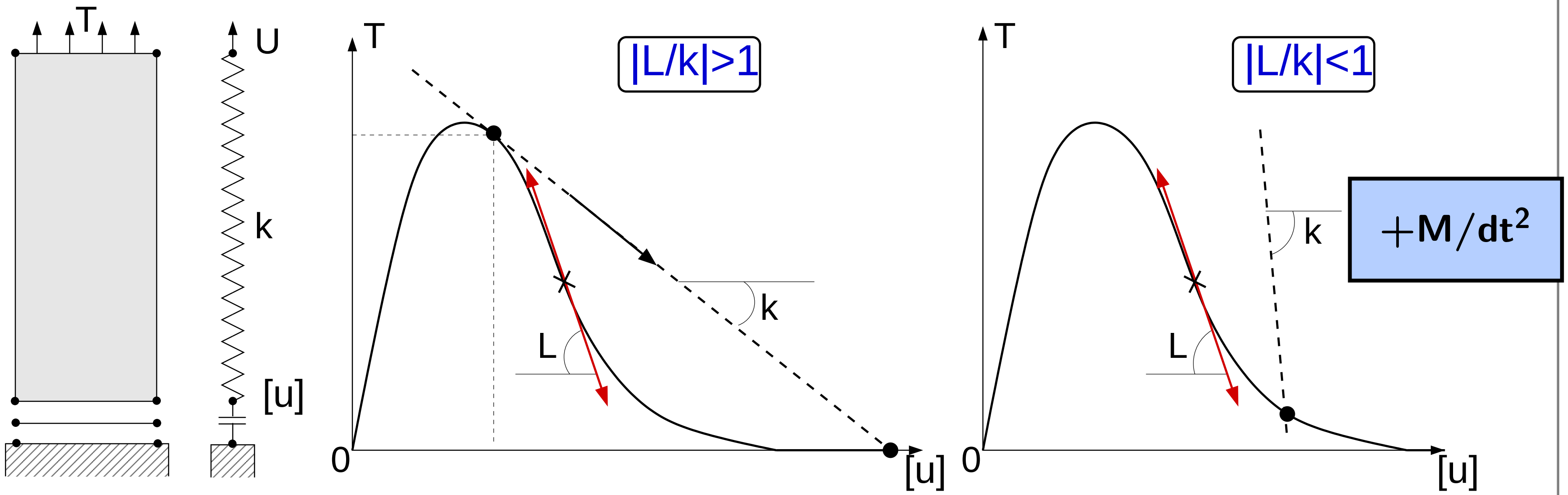
Perte d'unicité : ondes stationnaires $\boldsymbol{\omega}^{\pm} = \boldsymbol{0}$

$$\det \left(\frac{\mathrm{i}}{\boldsymbol{2}} \boldsymbol{B}^+ - \mathbf{S} + \mathbf{S}(\boldsymbol{B}^-)^{-1} \boldsymbol{B}^+ \right) = \boldsymbol{0} \quad \text{où} \quad \boldsymbol{B}^{\pm}_{\boldsymbol{ik}} = \mathbb{C}^{\pm}_{\boldsymbol{i2kl}} \boldsymbol{K}^{\pm}_{\boldsymbol{l}} + \mathbb{C}^{\pm}_{\boldsymbol{i2mk}} \boldsymbol{K}^{\pm}_{\boldsymbol{m}}$$

- **plus la "pente adoucissante" est forte, plus l'interface est instable**
- **Le couplage normal-tangent promeut les instabilités** (frottement !)

Interprétation physique

- **Interprétation 1D**



  - **longueur d'onde des instabilités** dépend de la "forme" du MZC
  - **extrinsèques plus stables** que intrinsèques [Kubair, Geubelle, 2003]

- **Régularisation dynamique**
  (ou pilotage local, modèles non-locaux, viscosité volumique ou surfacique, $\cdots$)

Une précaution essentielle en fissuration dynamique

- **Ne pas perturber des ondes de compression** (même en traction)
  - pas d'interpénétration des mailles
  - besoin de conditions de **contact unilatéral** (non régularisé, ni pénalisé)

Modèle de zone cohésive frottant

- **Contact et frottement** [Raous, Cangémi, Cocu, Monerie, 1996-2003]

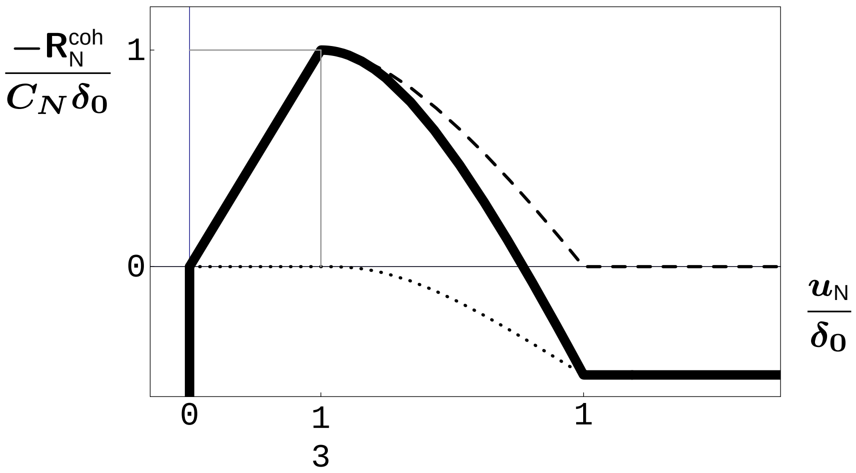
$$-\left(\mathbf{R}_{\mathrm{N}}+\mathbf{R}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{coh}}\right) \in \partial I_{\mathbb{R}^{+}}(u_{\mathrm{N}}),\ \left(\mathbf{R}_{\mathrm{T}}+\mathbf{R}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{coh}}\right) \in \partial\left(\mu\,\kappa(\beta)\left|\mathbf{R}_{\mathrm{N}}+\mathbf{R}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{coh}}\right|\,\|\,\dot{u}_{\mathrm{T}}\,\|\right)$$

- **Cohésion:**

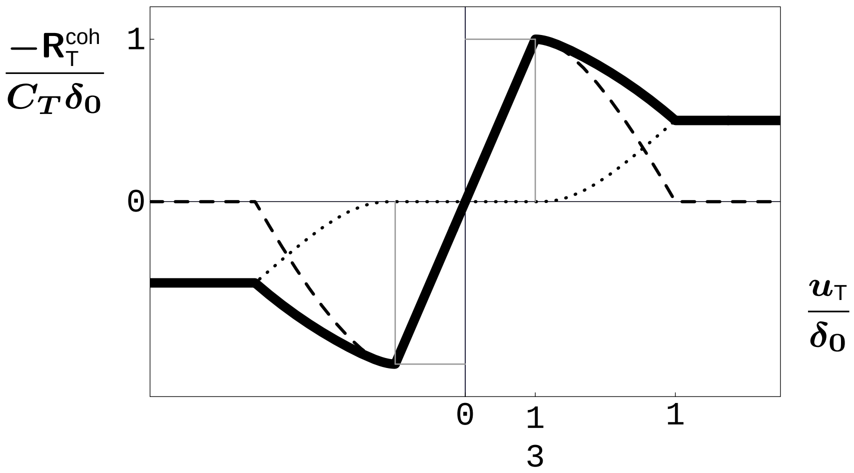
$$\begin{cases} \mathbf{R}^{\mathrm{coh}} = \beta\left(C_N\, n\otimes n + C_T \dfrac{u_{\mathrm{T}}\otimes u_{\mathrm{T}}}{\|u_{\mathrm{T}}\|^2}\right)\cdot[u] + \kappa(\beta)\, p\, n\otimes n \\ \mathbf{R}^{\mathrm{coh}} = \beta\, \mathbf{R}^{\mathrm{coh}}_{\max} \quad \text{[formulation extrinsèque]} \end{cases}$$

- **Evolution endommagement surfacique** [Perales et al., 2006 ; Michel et al., 1994]

$$\beta = \min\left\{ D_{[0,\delta_c[}\left(\|[u]\|\right) + D_{[\delta_c,3\delta_c[}\left(\|[u]\|\right)\frac{3\delta_c-\|[u]\|}{\delta_c+\|[u]\|},\ \beta_{\min} \right\}$$

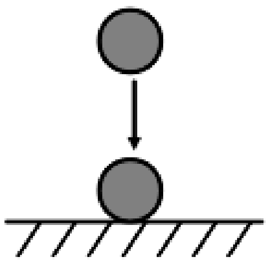


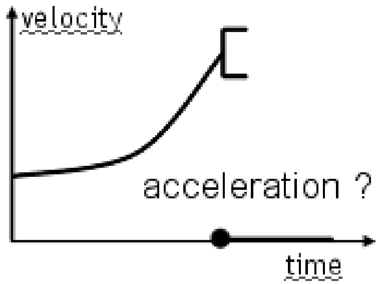
Normal



Tangent

Dynamique et contact





Dynamique non régulière

- **Cinématique des discontinuités**
  - la vitesse $v = \dot{q}$: fonction à Variations Bornées (Continue à Droite)

$$v^+ = \dot{q}^+$$

  - l'accélération : réécrite en terme de **mesures différentielles**

$$dv(]a,b]) = \int_{]a,b]} dv = v^+(b) - v^+(a)$$

  - le déplacement

$$q(t) = q(t_0) + \int_{t_0}^{t} v^+(t)dt$$

- **Efforts**
  - l'impulsion contient des termes réguliers et non-réguliers

$$di = rdt + dp$$

Event-driven, time-stepping, NSCD

- **Détecter les évènements**
  - $\oplus$ ordre d'intégration élevé
  - $\ominus$ pas de preuve de convergence
  - $\ominus$ sensibilité aux seuils numériques
  - $\ominus$ écriture des contraintes en accélération
  - $\ominus$ gestion des évènements en cascade

lors des impacts

$$M(q)(v^+ - v^-)d\nu = pd\nu$$

entre les impacts

$$M(q)\gamma dt + F(t,q,v)dt = rdt$$

- **Capturer les évènements**
  - $\oplus$ robuste, stable, preuve de convergence
  - $\oplus$ écriture des contraintes en vitesse
  - $\oplus$ gestion des évènements en cascade
  - $\ominus$ ordre d'intégration faible

$$M(q)dv + F(t,q,v^+)dt = di$$
$$v^+ = \dot{q}^+$$
$$-di \in N_{T_C(q)}\left(v^+\right)$$

- **Schéma en temps NSCD [Moreau, 1983, 1988; Jean, 1999]**

$$\begin{cases} M(q_{k+\theta})(v_{k+1} - v_k) - h\tilde{F}_{k+\theta} = I_{k+1} \\ q_{k+1} = q_k + hv_{k+\theta} \\ -I_{k+1} \in N_{T_C(\tilde{q}_{k+\theta})}(v_{k+1}) \end{cases}$$

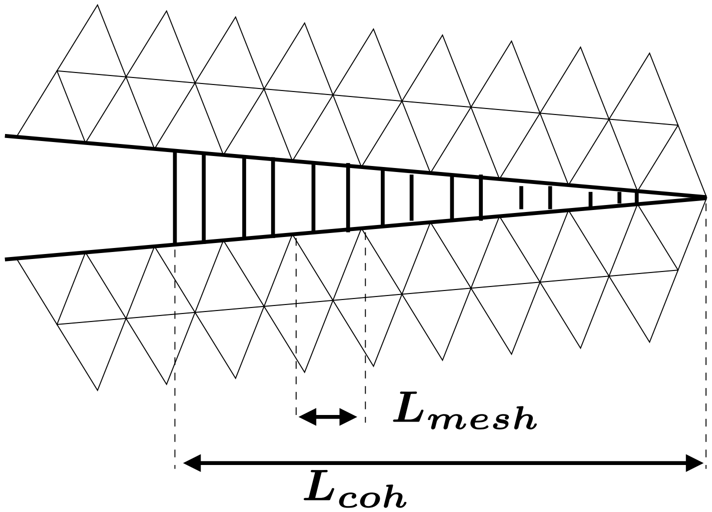
  - **implicite : vitesse**, **implusion** ($I = hR$)
  - **à la discression de l'utilisateur** : le reste

Précautions supplémentaires en fissuration dynamique

- **Non perturbation des propriétés élastiques** (même en statique)
  - limiter la souplesse ajoutée par les modèles "intrinsèques" (à raideur initiale finie)
  - besoin d'une **dépendence** des modèles cohésifs **à la taille de maille**

    par exemple $10\,\frac{E}{C_N} \leq L_{mesh}$ [Espinosa et Zavattieri, 2003]

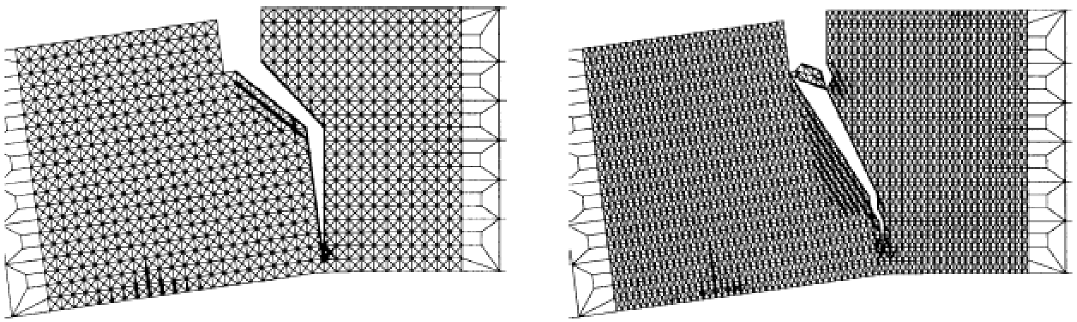
- **Maillage adapté**

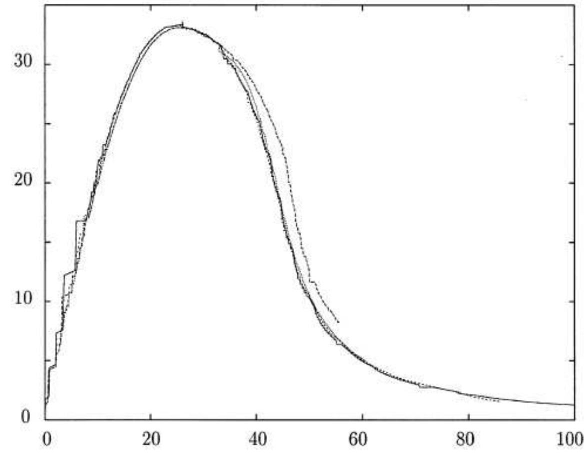


$$
\begin{aligned}
L_{mesh} &\leq L_{coh}(v) \\
&= \frac{L_{coh}(0)}{A(v)} \quad \text{[Freund, 1989]} \\
&\longrightarrow 0^+ \quad (v \longrightarrow c_R)
\end{aligned}
$$

Dépendence au maillage (quasi-statique)

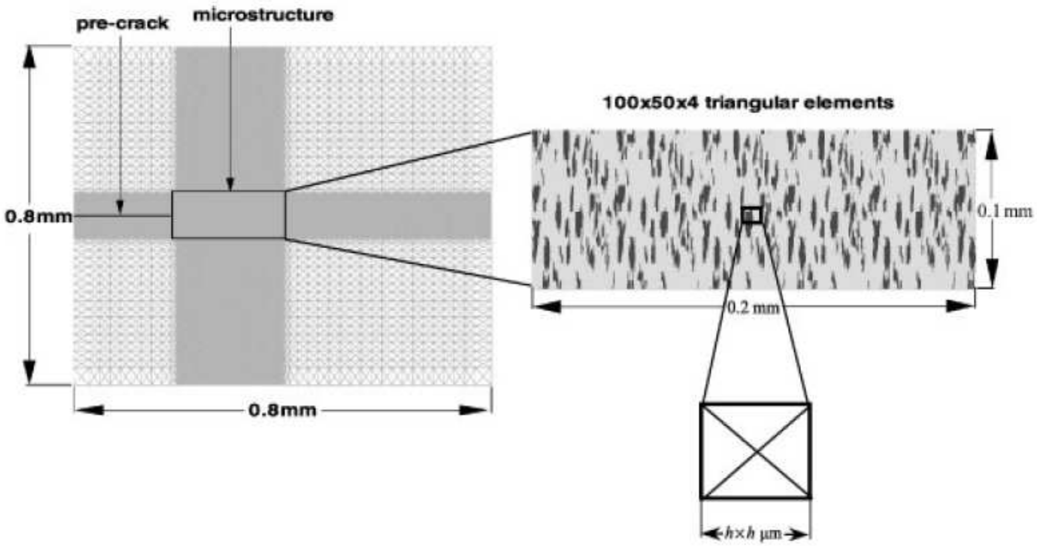
- Tijssens, Sluys, van der Giessen [2000]

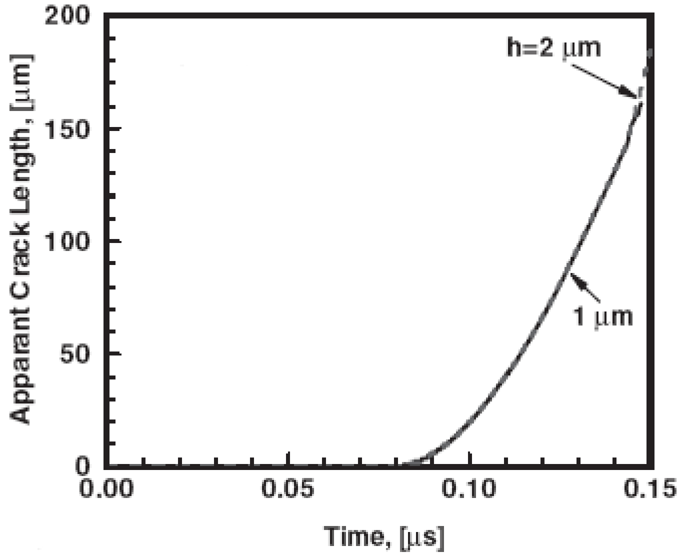




- Tomar, Zhai, Zhou [2004]

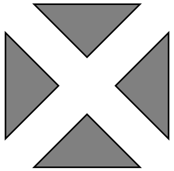
+ bornes sur $\frac{CL_{mesh}}{E'}$

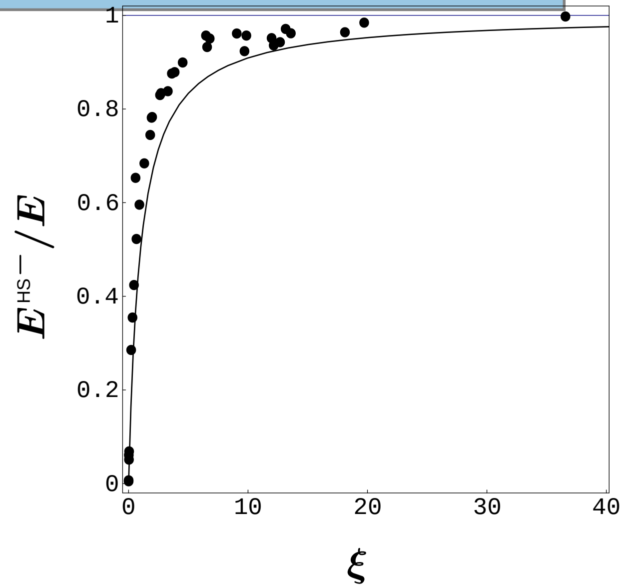




Une borne inf. pour la souplesse additionnelle

- **Comportement élastique**



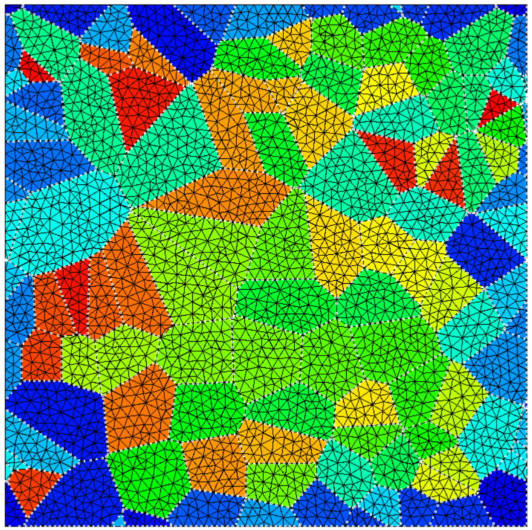


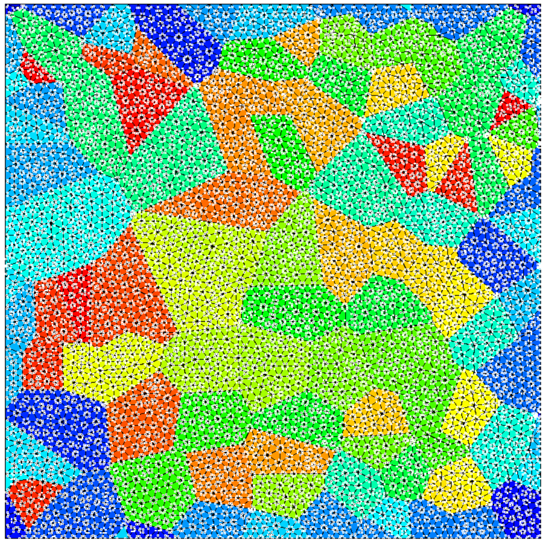
Borne inférieure de Hashin et Shtrickman

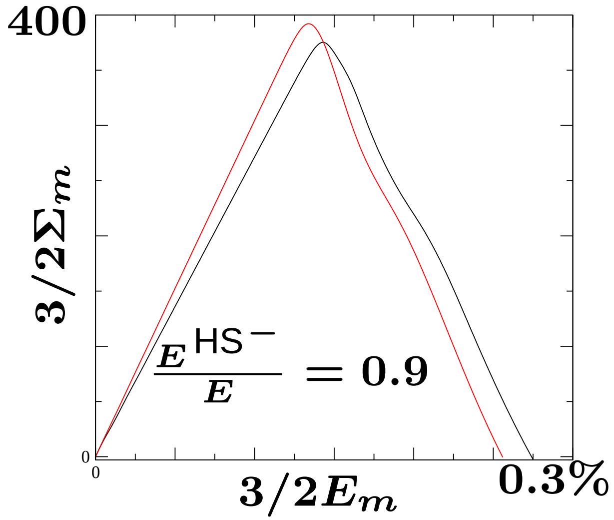
$$\mathbb{C}_{coh} = e\,(C_N \mathbb{E}_l + C_T \mathbb{K}_l) \quad \text{avec } f = eZ$$

$$\xi = \frac{C_N L_{mesh}}{E} \times r(Z, \frac{C_N}{C_T}) \geq \frac{E^{\mathrm{HS}^-}/E}{1 - E^{\mathrm{HS}^-}/E}$$

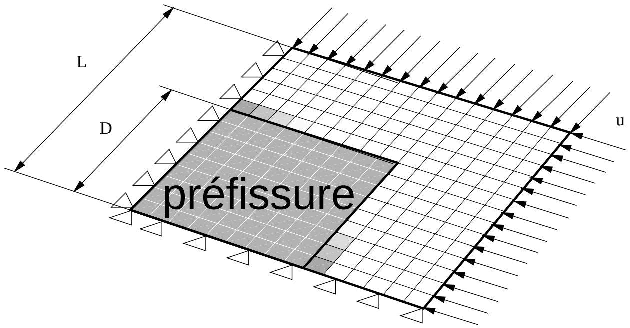
- **Comportement en multi-fissuration** (Voronoï #)

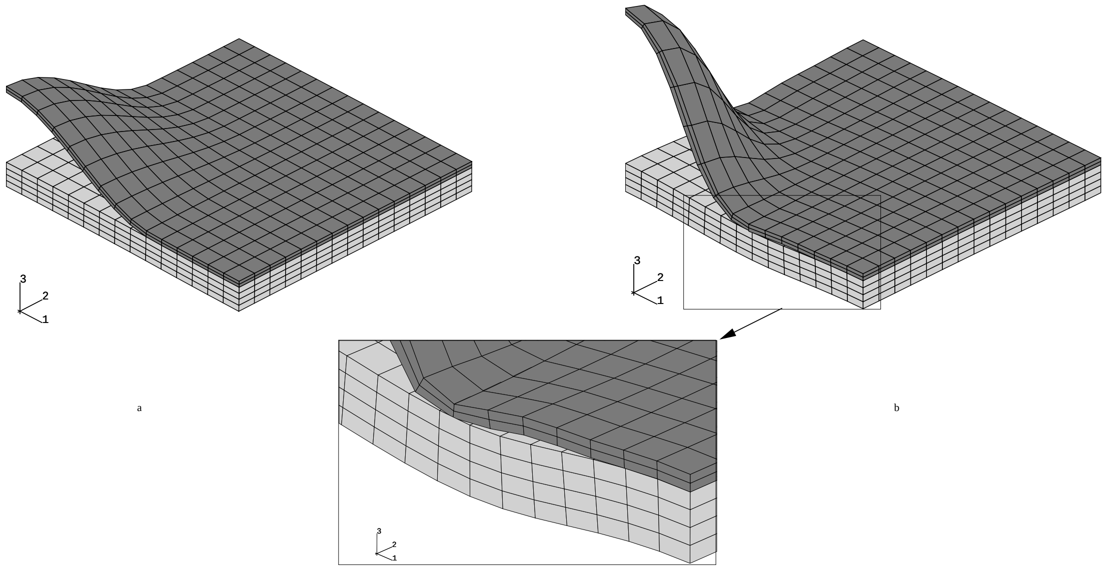


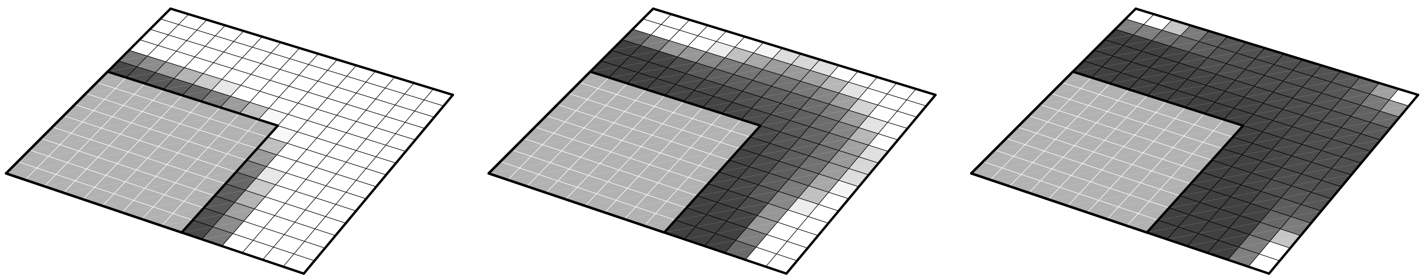




Calcul de structure: flambement plaque composite





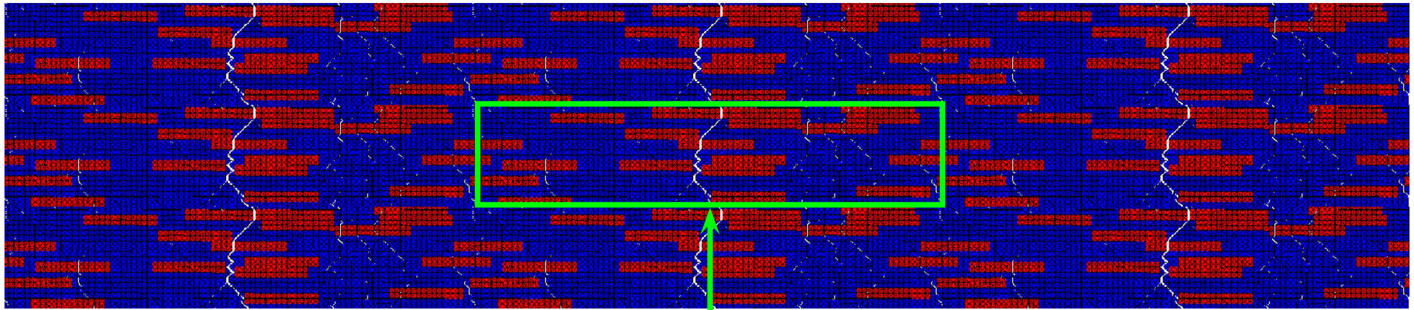


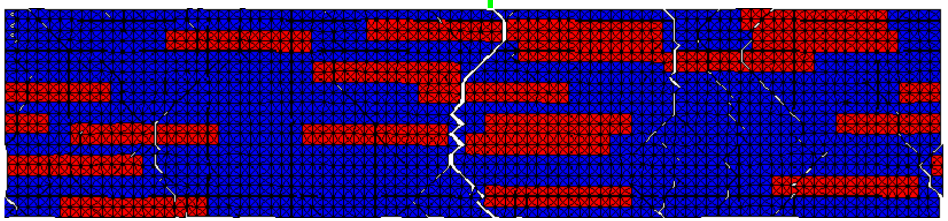
Comportement “effectif” des composites en fissuration

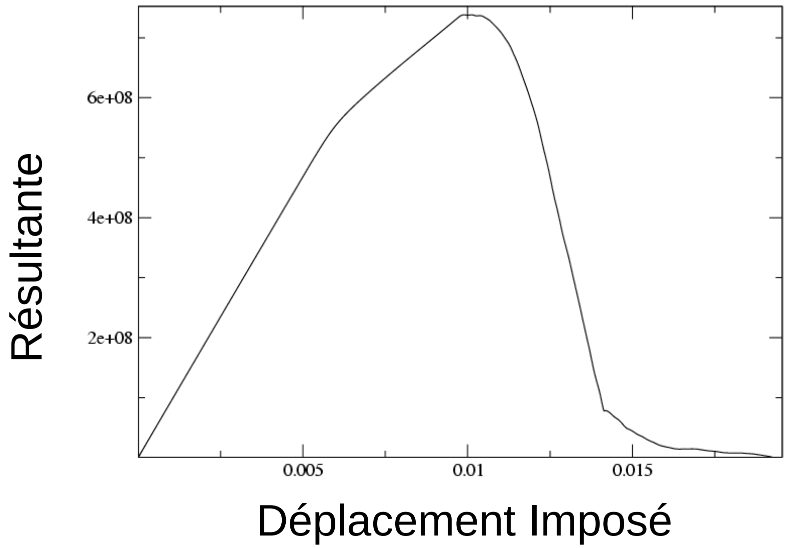
- Formulation variationnelle à deux champs : $v = E \cdot X + v^{per}$

$$\begin{cases} \int_\Omega \Pi : \nabla v^{per} dx = -\int_\Omega \rho \ddot{u} \cdot v^{per} & \forall v^{per} \\ \int_\Omega \Pi : E dx = |\Omega| \bar{\Pi} : E & \forall E \end{cases}$$

$\boxed{u^{per} \text{ = Hétérogénéités + MZC}}$

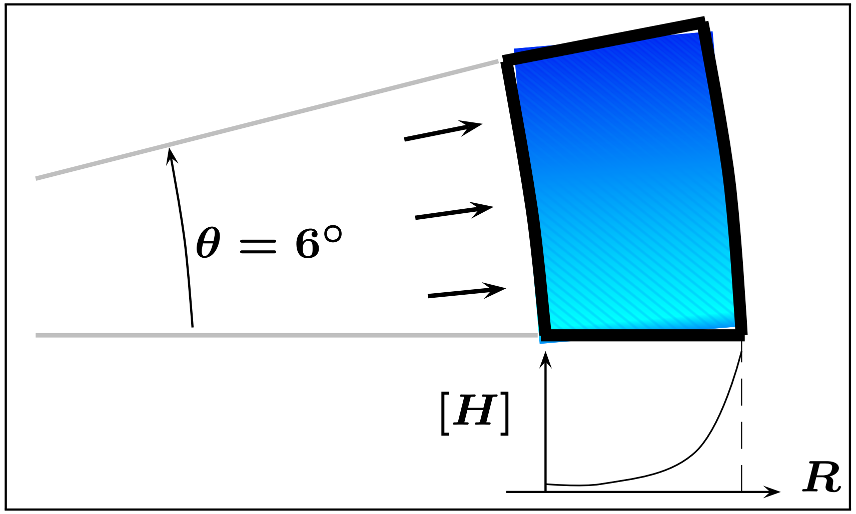


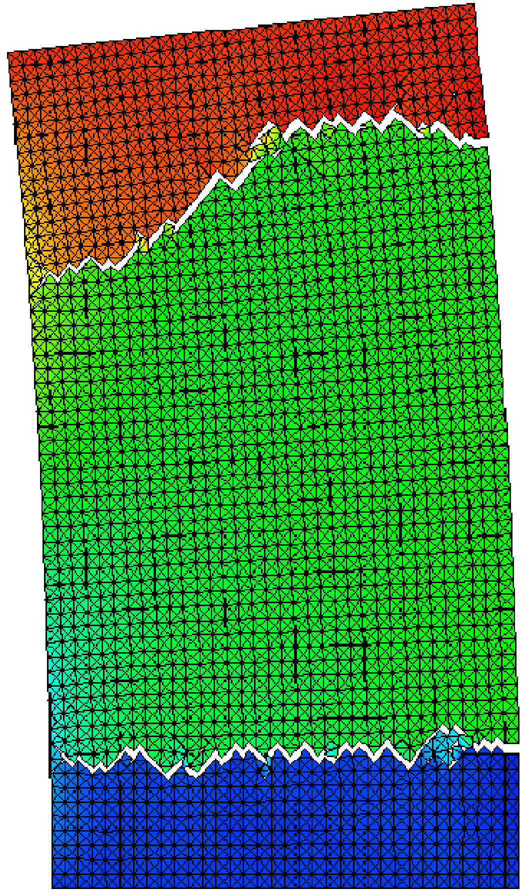




Fissuration des matériaux à gradient de propriétés

- loi **volumique homogène équivalente** et loi **surfacique homogène équivalente**





Conclusion

- Favoriser les formulations génériques : **Modèles de Zone Cohésive Frottante** (grande variété de matériaux et de phénomènes physiques, extinsèques-intrinsèques, plusieurs formes, paramètres G_{Ic} et/ou $\mathbf{R}^{max}$)
- Pas d'**influence de la forme** sur la **propagation stationnaire** des fissures (influence pour amorçage, sauts de solution, stabilité, $\dot{l} \neq$ constante)
- **Sauts de solution** $\Longrightarrow$ **dynamique non régulière**
- Efficacité de l'approche **volumique-cohésive**
  Forte dépendence au maillage du trajet de fissuration, mais
  (Très) **faible dépendence** des propriétés apparentes de fissuration/rupture
  si l'on respecte $\cdots$
- Quelques règles pratiques d'utilisation
  - **Taille de maille** : $L_{mesh} \leq \dfrac{\pi}{8} \dfrac{E}{(1-\nu^2)} \dfrac{G_{Ic}}{\langle \mathbf{R}^{\text{coh}} \rangle^2} \dfrac{1}{A(v)}$
  - **Raideur interfaciale** : $\dfrac{C_N}{E} \geq \dfrac{\alpha}{1-\alpha} \left(1 + \dfrac{4}{3} \dfrac{C_N}{C_T}\right) \dfrac{2(1+\sqrt{2})}{5 L_{mesh}}$