

SIMULATION DE LA DÉCHIRURE DUCTILE

Jacques Besson

Centre des Matériaux, Mines ParisTech, UMR CNRS 7633,
BP 87, 91003 Evry cedex, France

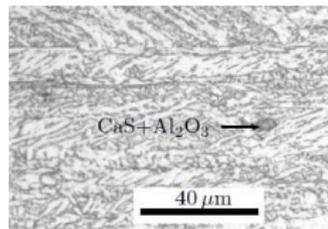
Journée MECAMAT « Rupture Ductile » 25 Septembre 2012

S. Feld-Payet, R. Bargellini, E. Lorentz, F. Feyel, N. Germain, V. Chiarutini

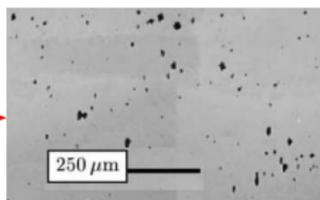
Les étapes de la rupture ductile

interface faible

$$f_v \approx f_0$$

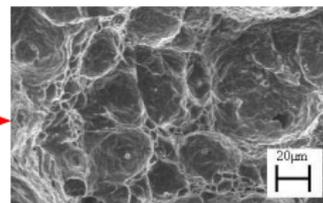


1: germination



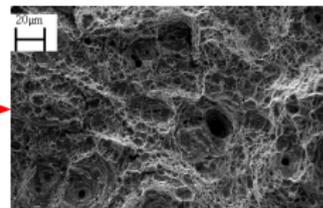
2: croissance

formation de cupules
striction interne



3: coalescence

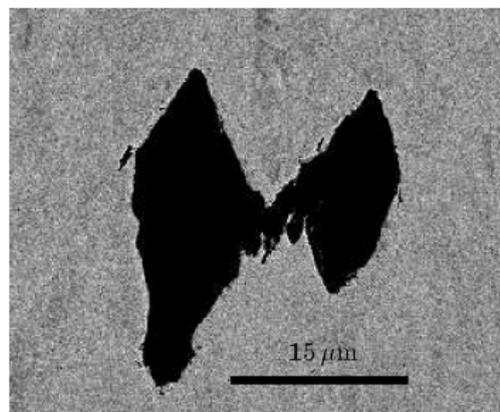
3: haute triaxialité
3': basse triaxialité



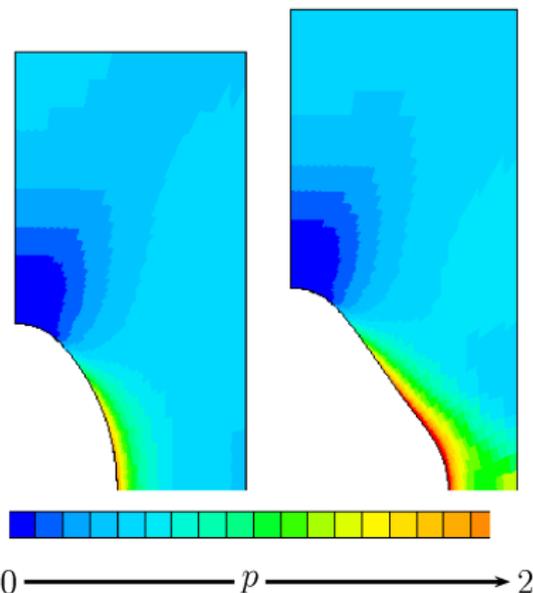
3': germination d'une
seconde population

Dans cet exposé : 1 → 2 → 3

- croissance et striction interne:

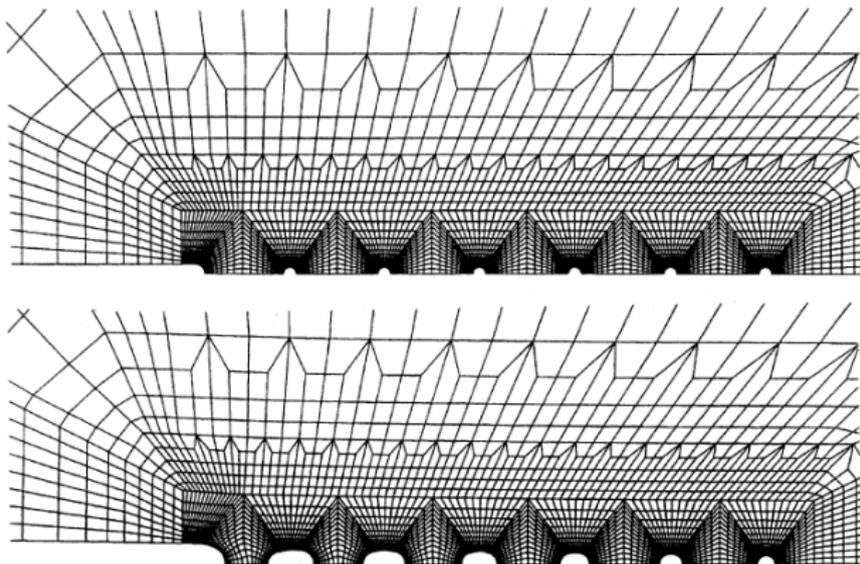


triaxialité= 1



- « Mise en forme » : croissance de cavités par plasticité seulement

Mailler la microstructure . . . et réaliser un calcul élasto-plastique



Tvergaard & Hutchinson, 2002)

Loi de comportement de type Gurson/GTN

- Surface seuil

$$\Phi(\underline{\sigma}, \sigma_f, f) = \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_f^2} + 2q_1 f_* \cosh\left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_f}\right) - 1 - q_1^2 f_*^2 = 0$$

- Loi d'écoulement

$$\underline{\dot{\epsilon}}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\sigma}}$$

- Endommagement ...

loi d'évolution obtenue en écrivant la conservation de la masse :

$$\dot{f} = (1 - f) \text{Tr}(\underline{\dot{\epsilon}}_p) \quad \Rightarrow \quad f = 1 - (1 - f_0) \exp(-\text{Tr}(\underline{\epsilon}_p))$$

- Surface seuil + normalité \Rightarrow loi d'endommagement !



En absence de germination !

- Introduction
- Implantation des lois de comportement . . . gestion de la rupture
- Calculs par éléments finis et difficultés
- Méthodes « non-locales »
- Conclusions

- Intégration temporelle implicite des équations décrivant le comportement

$$\begin{array}{lcl} \underline{\dot{\varepsilon}} & = & \underline{\dot{\varepsilon}}_e + \underline{\dot{\varepsilon}}_p \\ \dot{f} & = & (1 - f)\text{Tr}\underline{\dot{\varepsilon}}_p \\ \Phi & = & 0 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{lcl} \Delta\varepsilon & = & \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p \\ \Delta f & = & (1 - f)\text{Tr}\Delta\varepsilon_p \\ \Phi & = & 0 \end{array}$$

- Calcul de la matrice « tangente cohérente » :

$$\underline{\underline{L}}_c = \frac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\varepsilon}_p}$$

☺ méthode de résolution globale (EF) implicite

- Méthode très proche de celle employée pour la plasticité

Gestion de la rupture

- Problèmes numériques lorsque $f \rightarrow f_R$
- Casser pour $f_R - \epsilon$
- Utiliser une méthode de découpage local (point de Gauss) du pas de temps

$$\Delta \underline{\epsilon} \rightarrow \underbrace{\frac{1}{N} \Delta \underline{\epsilon}, \dots, \frac{1}{N} \Delta \underline{\epsilon}}_{N \text{ fois}}$$

pour éviter de diviser le pas de temps global (structure)

- Contrôler/limiter les incréments de l'endommagement :
si $\Delta f > \Delta f|_c$ alors diviser le pas de temps

- Rupture : $\underline{\sigma} = \underline{0}$, $\forall \underline{\varepsilon} ! \dots$ conduit à des problèmes numériques ($\underline{L}_c = \underline{0}$)
- Utiliser un comportement élastique très « mou »

$$\underline{\sigma} = \underline{E}_m : \underline{\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \underline{E}_m \ll \underline{E}$$

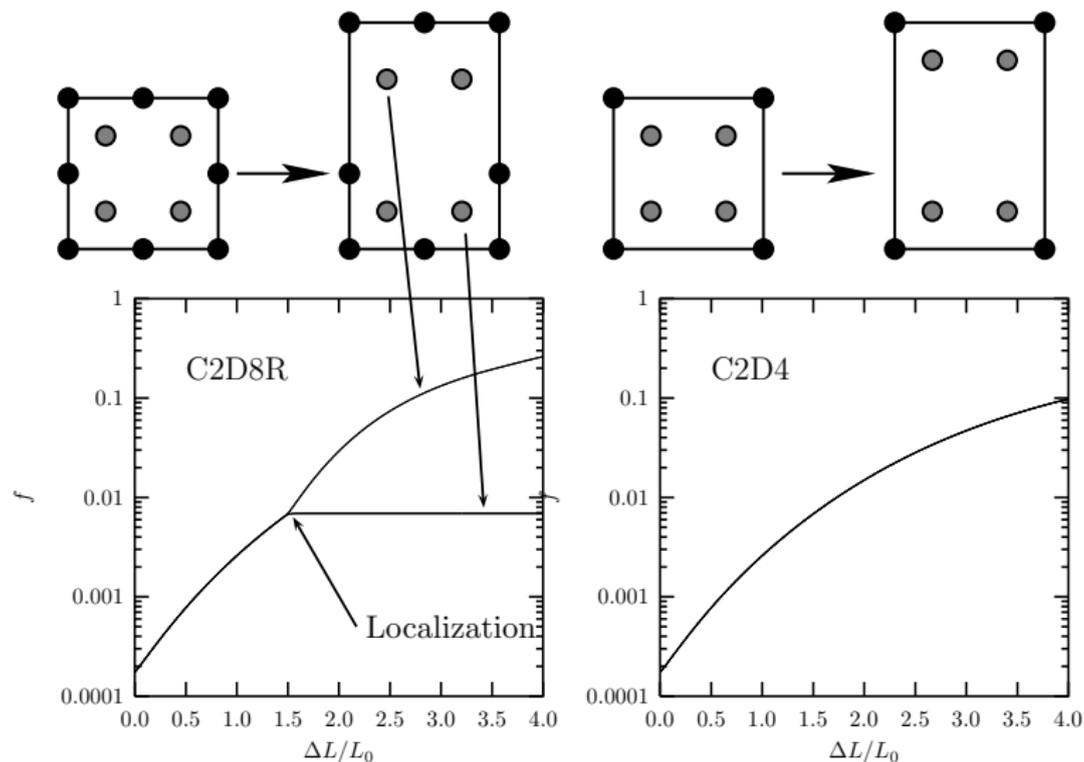


Cette méthode peut néanmoins engendrer des contraintes importantes en cas de propagation importante de la fissure ET une forte distorsion des éléments

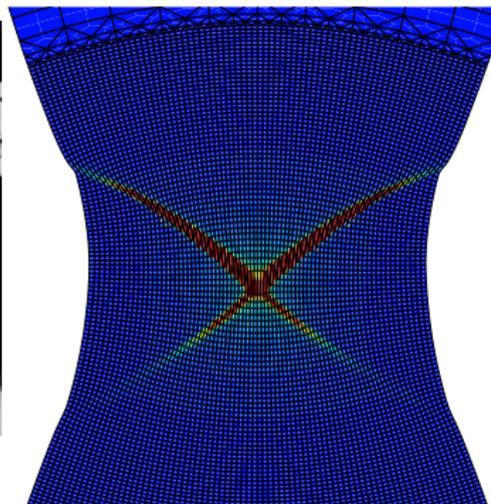
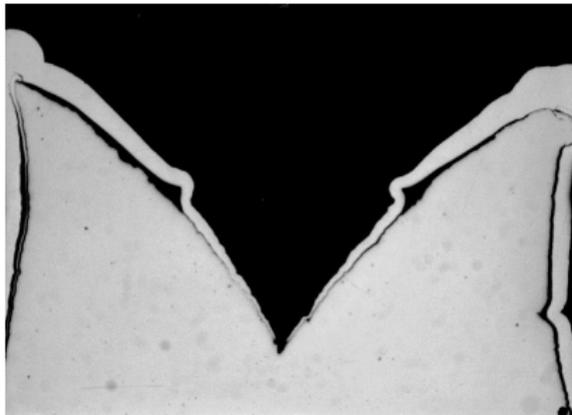
- ➔ ① Retirer les éléments « cassés » (critère basé sur le nombre de points de Gauss ayant atteint $f_R - \epsilon$)
- ② Bloquer les degrés de liberté n'appartenant qu'à des éléments « cassés ».

II. Calculs par éléments finis

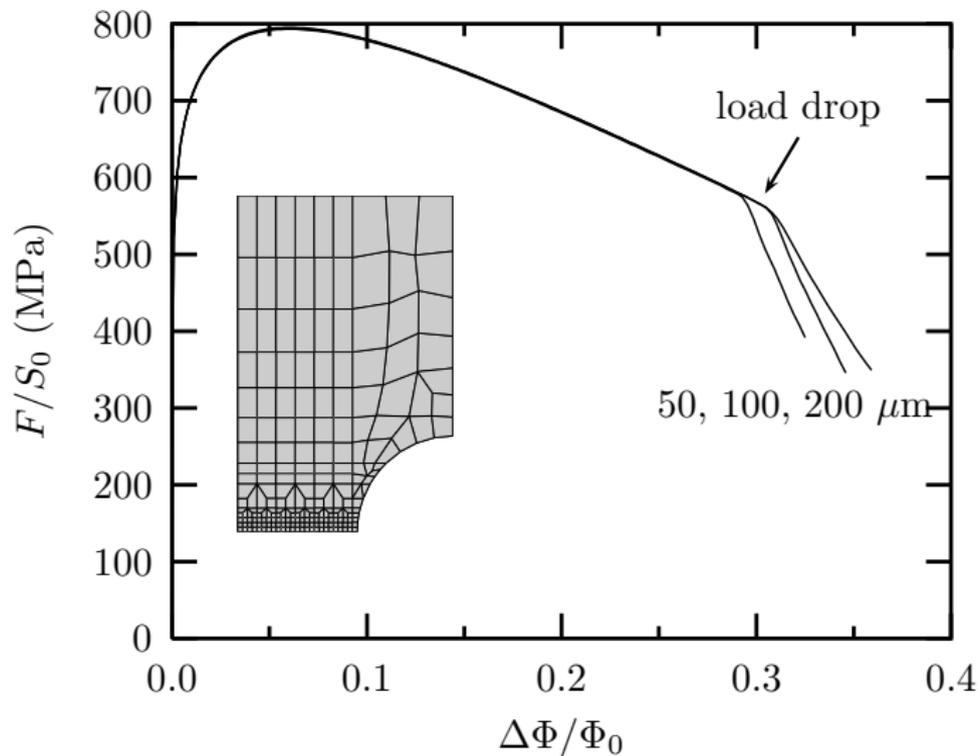
Un élément : déformation plane



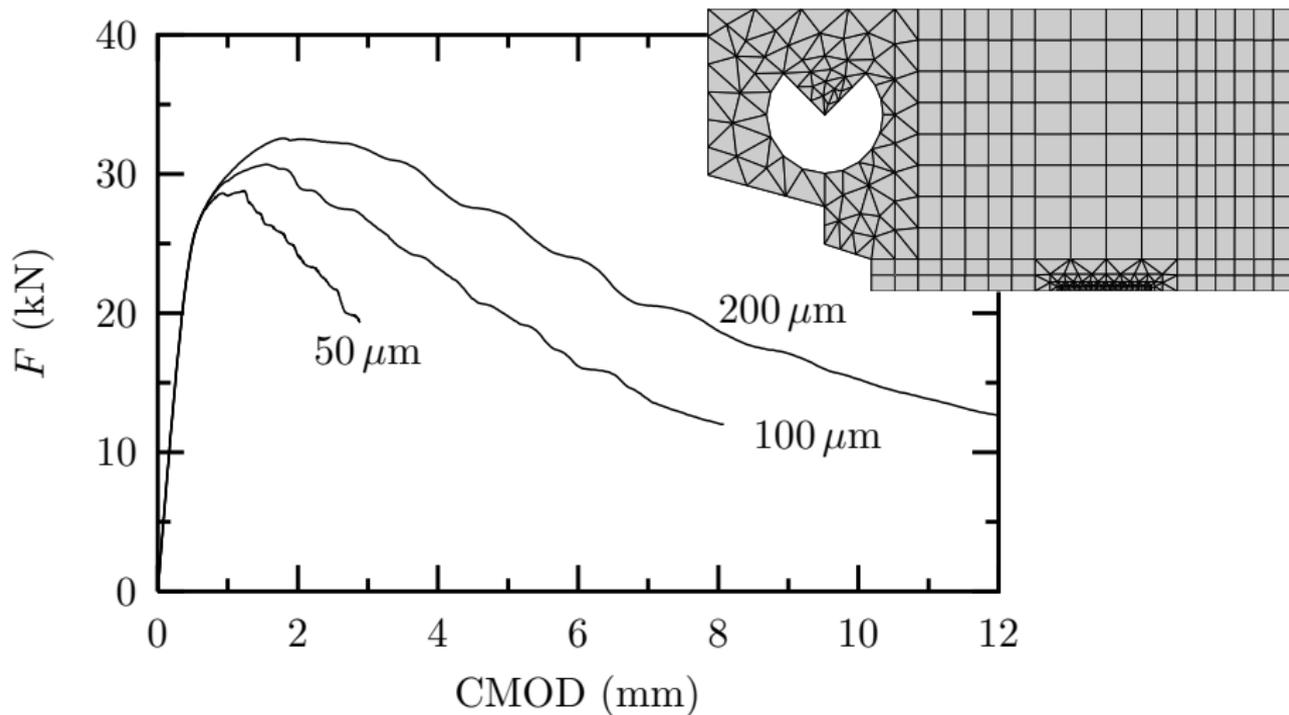
Une éprouvette : déformation plane

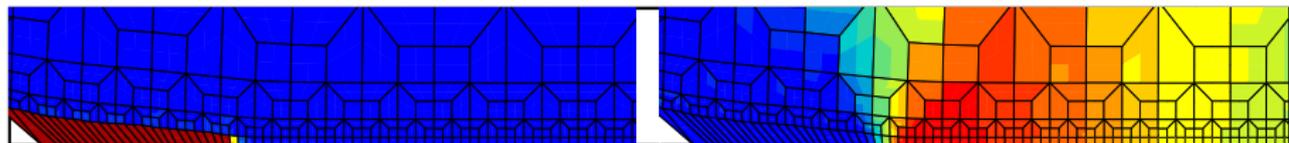
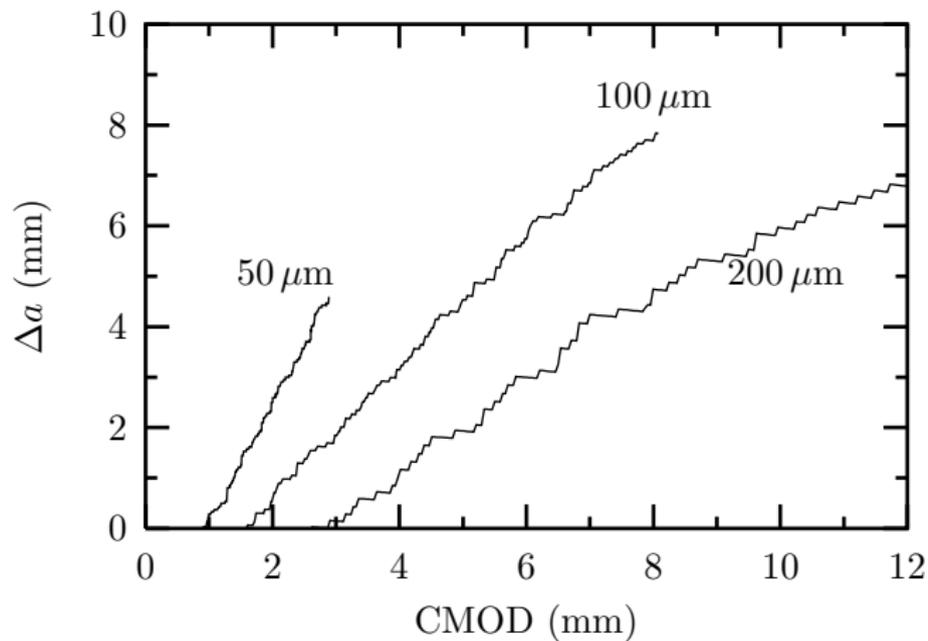


Barreau entaillé : effet de la taille de maille



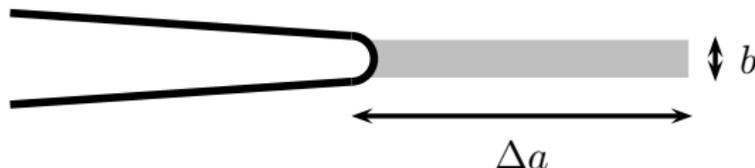
Éprouvette CT (effet de la taille de maille) : Charge—déplacement





Cause : localisation

- Localisation de la déformation et de l'endommagement dans une bande d'un élément (voir les travaux de Rice)



$$W_R = w_0 V_R = w_0 b B \Delta a$$

$$\gamma_0 = W_R / S_R = (w_0 b B \Delta a b) / (B \Delta) = w_0 b$$

- $b = h_e$ donc :

$$\gamma_0 (\text{J/m}^2) \propto w_0 (\text{J/m}^3) \times h_e$$



w_0 n'est pas une constante !

Cette énergie dépend, en particulier, de la triaxialité des contraintes

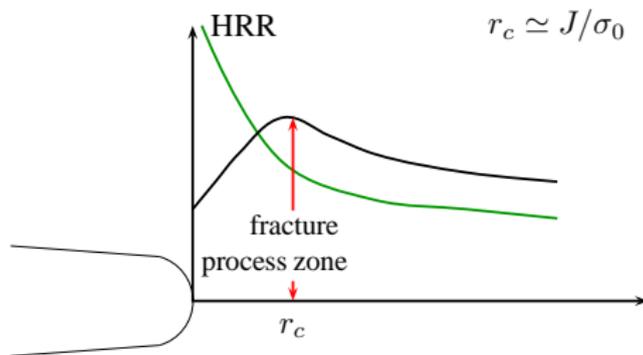
➔ CZM \neq GTN/CDM

- champs HRR ($\underline{\sigma}$ et $\underline{\varepsilon}$)

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{J}{\sigma_0 \varepsilon_0 l_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 \left(\frac{J}{\sigma_0 \varepsilon_0 l_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n)$$

- Forts gradients en pointe de fissure



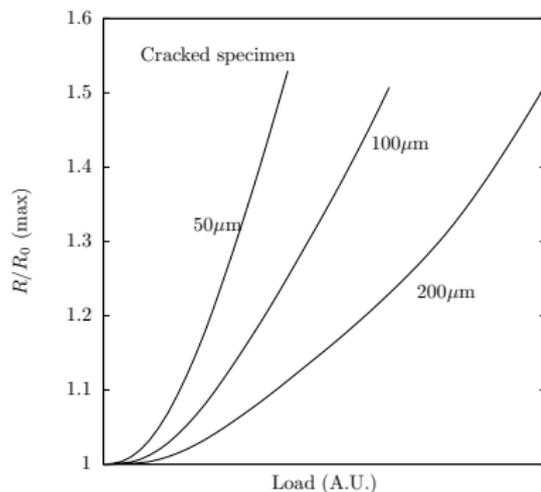
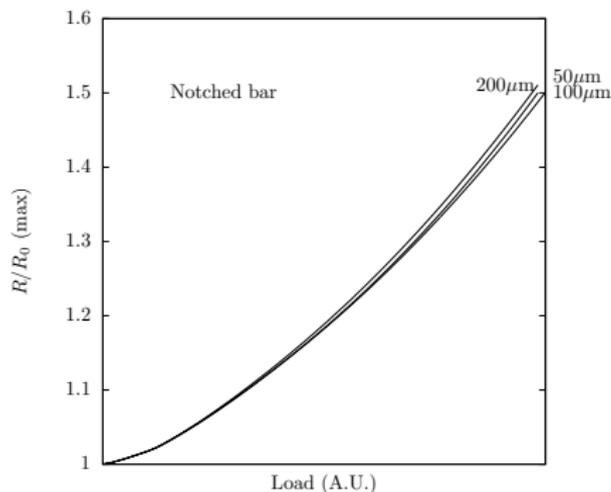
- En pratique h_e proche de r_c

➔ Le problème de dépendance au maillage est également rencontré dans le cas d'une estimation de l'amorçage à partir d'un calcul élasto-plastique

- Modèle de Rice & Tracey : $\dot{R}/R_0 = \alpha \exp\left(\beta \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}\right) \dot{\rho}$

entaillé

fissuré

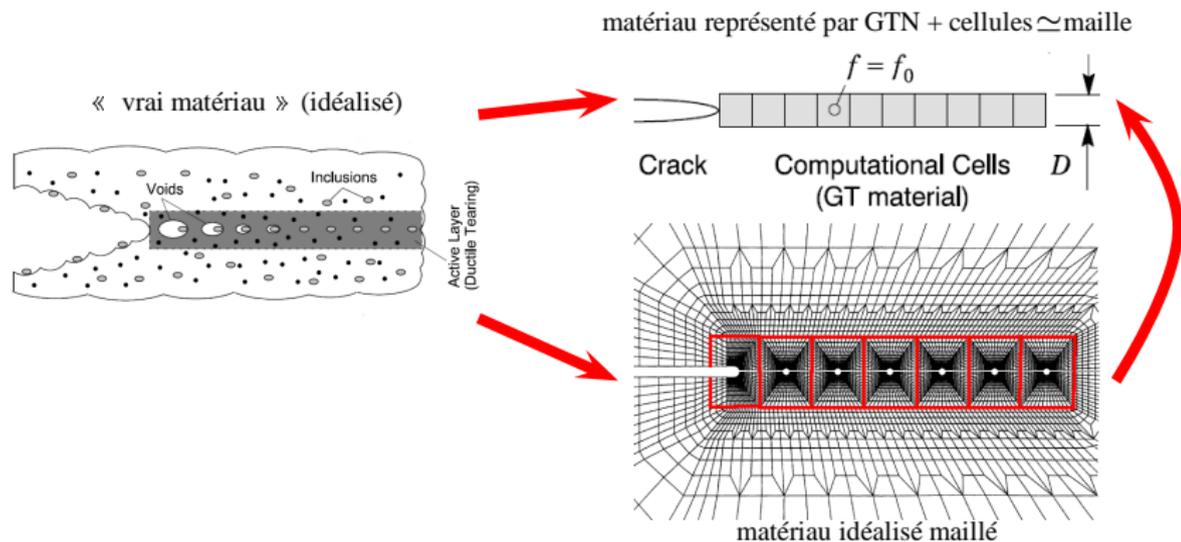


- Il est ici possible de faire une moyenne sur une zone de taille donnée
... convergence



Introduire une longueur caractéristique du matériau est nécessaire !

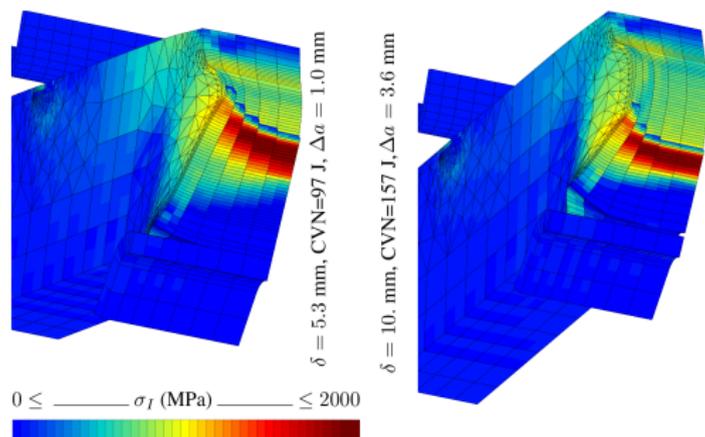
- longueur caractéristique = taille de maille



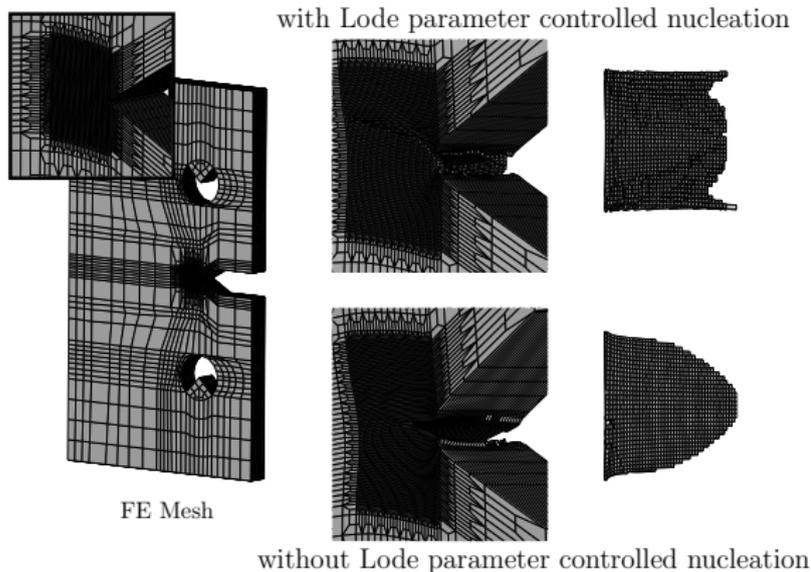
- longueur caractéristique \approx distance entre sites

Utiliser une taille de maille fixe ?

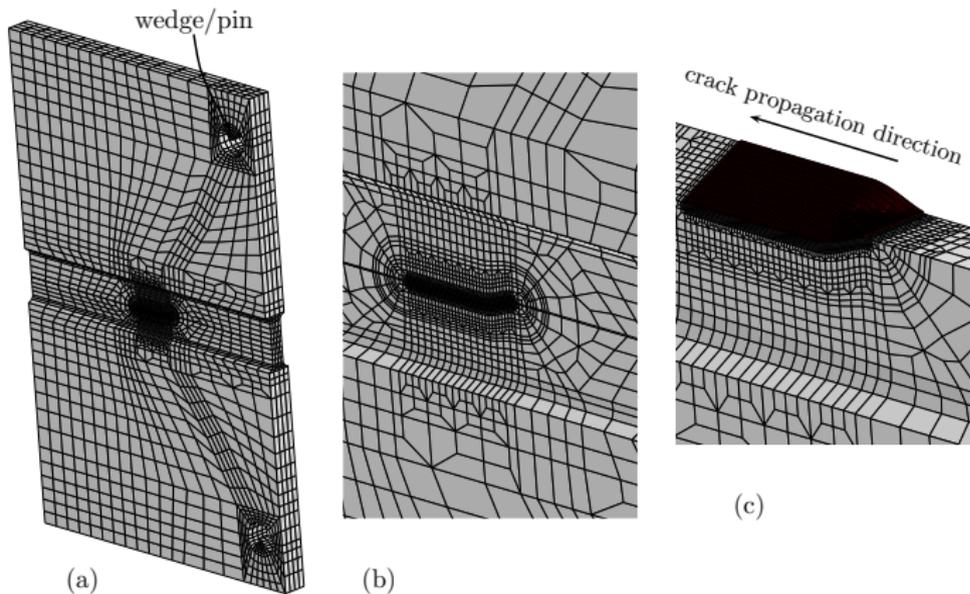
- Utiliser les mêmes mailles : interpolation, taille, facteur de forme, orientation. . .
 - Cette solution est le plus souvent employée (même si c'est de façon implicite)
 - Permet le transfert d'une géométrie à une autre
 - Les éléments rompus peuvent être facilement retirés du calcul
- ☺ Méthode facile à employer
- ☹ La taille d'élément sert à (i) discrétiser la géométrie, (ii) fixer l'énergie de rupture γ_0



- La méthode donne des résultats satisfaisants dans le cas d'une fissure plate
- Elle est plus problématique lorsque la fissure dévie

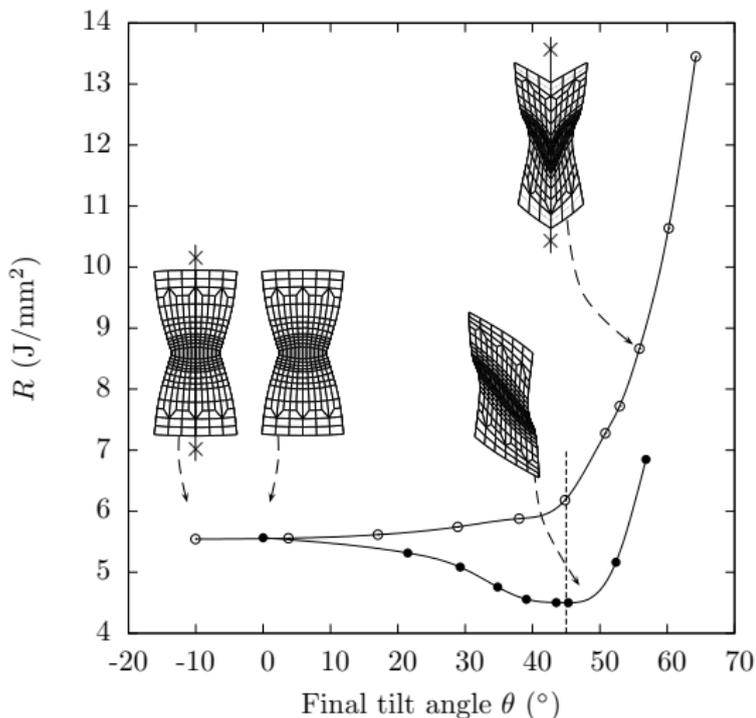


- Il est possible de contraindre la fissure à suivre un chemin prédéfini :
- Exemple: simulation de la transition rupture plate/rupture en biseau



☺ Possibilité de réaliser des études paramétriques en supposant différents chemins.

- Énergie macroscopique dissipée en fonction de l'angle de tilt



- Minimum pour une fissure en S et un angle de 45°

- Une solution aux problèmes de dépendance à discrétisation spatiale est d'employer une technique dite « non-locale »
 - Le comportement en un point, M , dépend de l'état de la matière dans le voisinage de ce point
 - Mise en pratique
- ① Faire une moyenne dans le voisinage de M de la variable d'endommagement D

$$\bar{D}(\vec{x}) = \frac{1}{\Omega_M} \int_{\Omega_M} w(\vec{x} - \vec{x}') D(\vec{x}') dx'$$

- ② Formulation à gradient implicite (c en m^2)

$$\bar{D} - \nabla(c \vec{\nabla} \bar{D}) = D$$

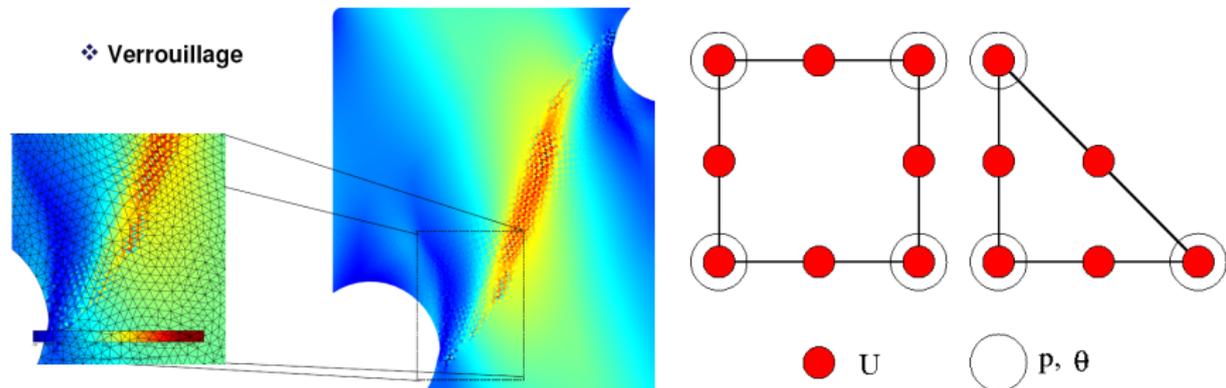
- ➔ introduction d'une longueur interne : taille de Ω_M , \sqrt{c}

Un traitement particulier

- Dans le cas de la rupture ductile (modèle de type GTN) :

variation de volume = endommagement

- Pour éviter les oscillations de pression dans le cas de matériaux quasi-incompressibles, il est possible des éléments mixtes \bar{u}, p, θ



- Formulation faible de l'élément $p_2p_1p_1$ (\vec{u}, p, θ)

$$\int_{\Omega} \left[(\underline{\sigma}^D + p\underline{1}) : \delta\underline{\varepsilon} + \left(\frac{1}{3} \text{Tr}\underline{\sigma} - p \right) \delta\theta + (J - \theta)\delta p \right] d\Omega = \delta W_{\text{ext}}$$

- θ est une variable nodale dont on peut calculer le gradient : $\vec{\nabla}\theta$
- Il est alors possible de « pénaliser » les trop forts gradient (localisation)

$$\int_{\Omega} \left[(\underline{\sigma}^D + p\underline{1}) : \delta\underline{\varepsilon} + \left(\frac{1}{3} \text{Tr}\underline{\sigma} - p \right) \delta\theta + (J - \theta)\delta p + k_c \vec{\nabla}\theta \cdot \vec{\nabla}\delta\theta \right] d\Omega = \delta W_{\text{ext}}$$

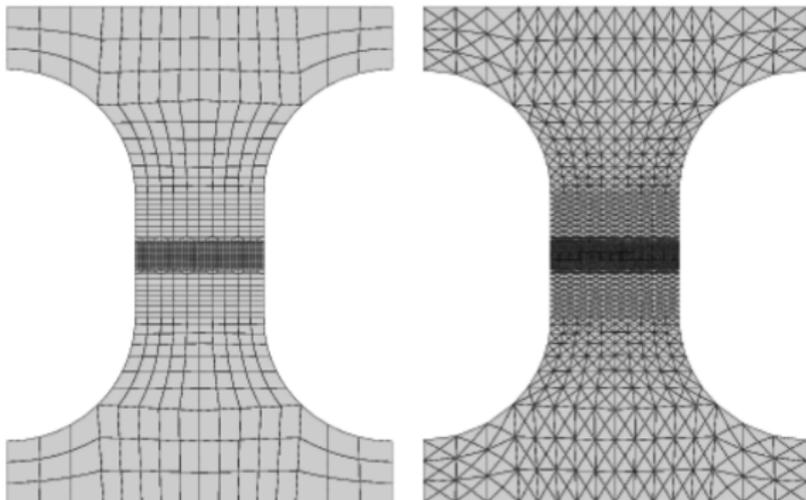
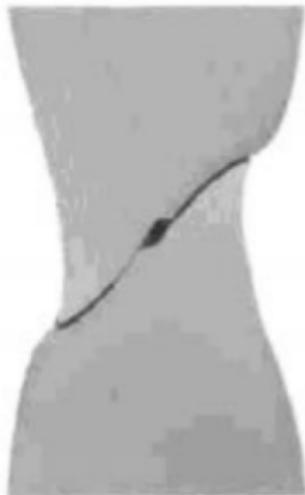
où k_c est le facteur de pénalisation.

- Comme : $f \approx 1 - \frac{1}{\theta}(1 - f_0)$ on obtient une formulation non locale sans coût additionnel.

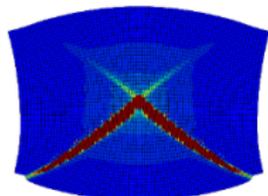
Application à la rupture en déformation plane

- Mode de rupture et maillage

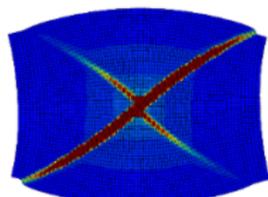
thickness



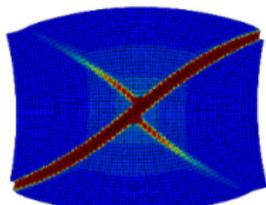
- $l_c \propto \sqrt{k_c/\sigma_0}$
- 40 éléments pour mailler la section (rouge: $f > 20\%$)



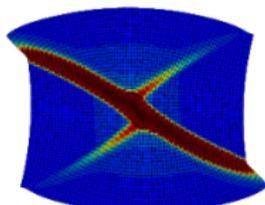
standard FE



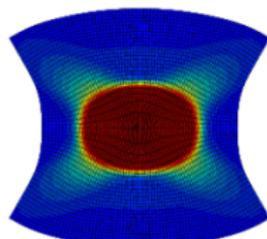
$l_c = 0$



$l_c = l_0$

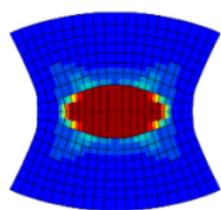


$l_c = 3.1 l_0$

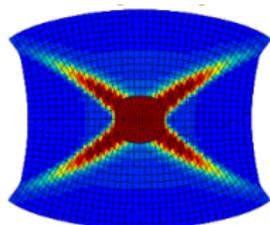


$l_c = 10 l_0$

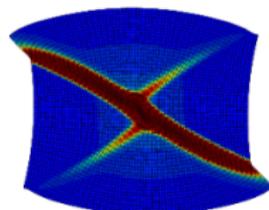
- Indépendance à la taille de maille



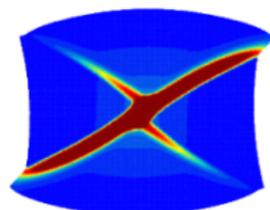
10 [6 680]



20 [13 460]

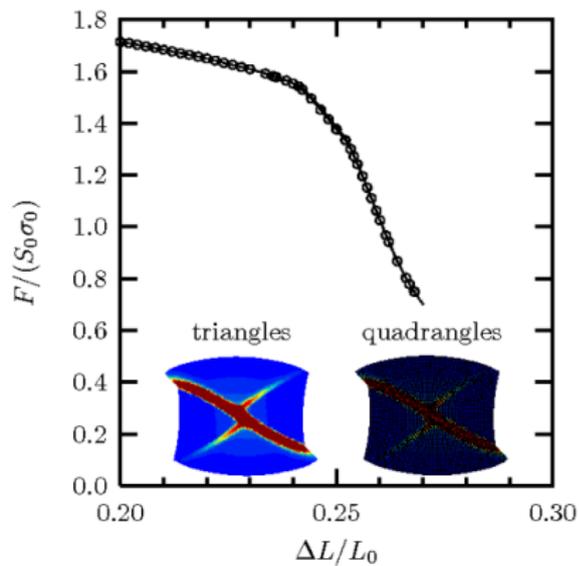
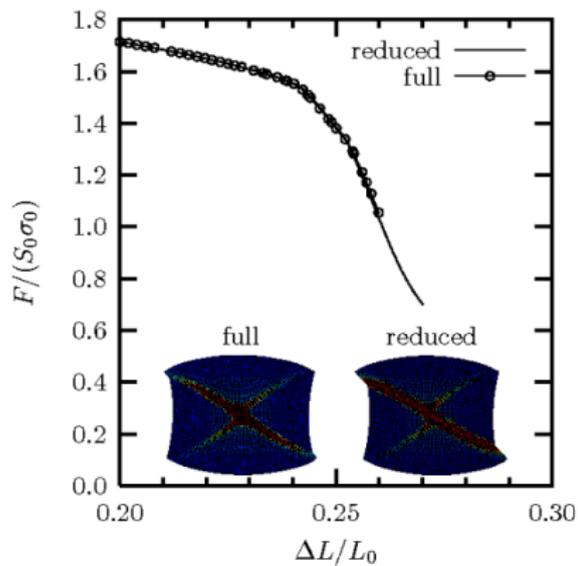


40 [72 840]

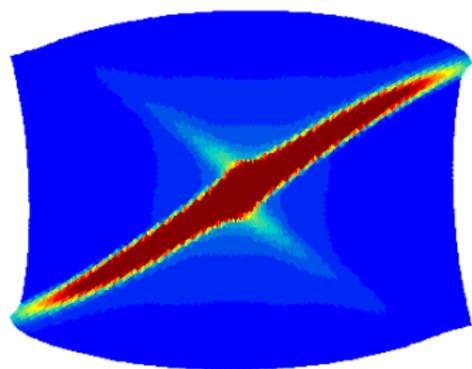
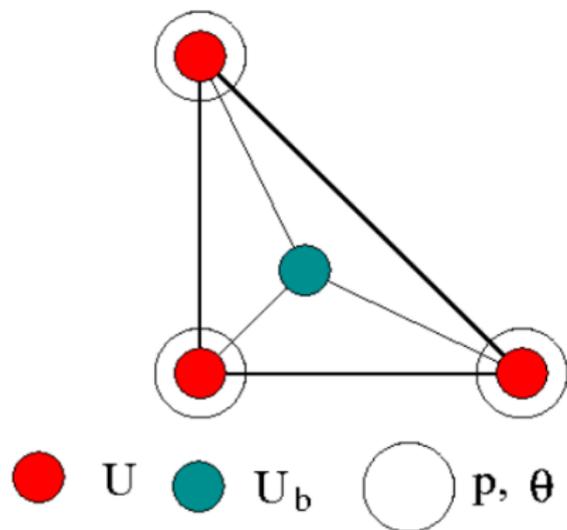


80 [294 372]

- Indépendance au type d'élément



- Possibilité d'employer des éléments linéaires enrichis (éléments « bulle »)



... Mais pas de fissure !

Insertion des fissures et remaillage

- On utilise ici un élément à quatre champs : $\vec{u}, p, \theta, \bar{\kappa}$ (p2p1p1p1)
- Formulation faible

$$\int_{\Omega} \left[(\underline{\sigma}^D + p\underline{1}) : \delta \underline{\varepsilon} + \left(\frac{1}{3} \text{Tr} \underline{\sigma} - p \right) \delta \theta + (J - \theta) \delta p + \underbrace{k_c \vec{\nabla} \theta \cdot \vec{\nabla} \delta \theta}_{k_c=0 \text{ ici}} \right] d\Omega = \delta W_{\text{ext}}$$
$$\int_{\Omega} (\bar{\kappa} - \kappa) \delta \bar{\kappa} d\Omega + l_c^2 \int_{\Omega} \vec{\nabla} \bar{\kappa} \cdot \vec{\nabla} \delta \bar{\kappa} d\Omega = 0$$

n.b. Possibilité d'avoir deux longueurs internes :

$\sqrt{k_c/\sigma_0} \rightarrow$ croissance, $l_c \rightarrow$ germination secondaire

- Application au cas du cisaillement
- Modèle très simple ; κ = déformation plastique cumulée; surface seuil

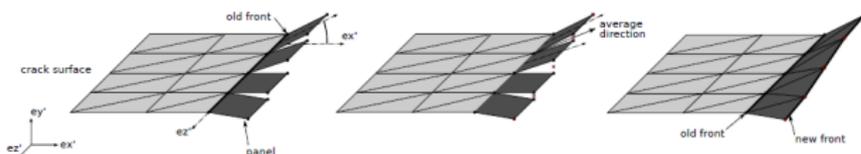
$$\Phi = \sigma_{\text{eq}} - (1 - \bar{\kappa}/\kappa_c)(\sigma_0 + h\kappa)$$

Ingrédients pour remailler

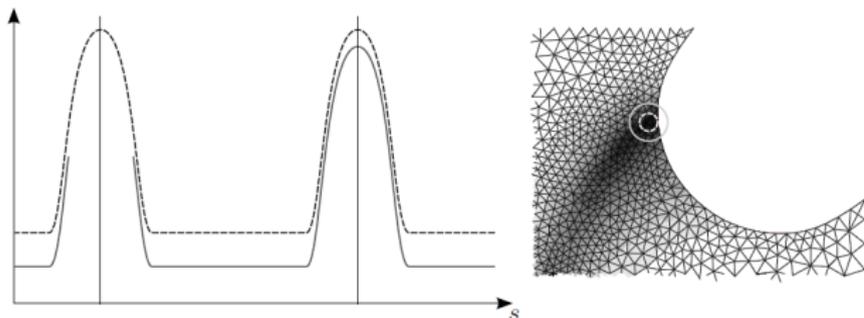
- Indicateur d'erreur pour déclencher la remaillage

$$\epsilon = 100 \times \sqrt{\frac{\int_{\Omega} (\bar{\kappa}^* - \bar{\kappa}) \times (\Delta \bar{\kappa}^* - \Delta \bar{\kappa})}{\int_{\Omega} \bar{\kappa}^* \times \Delta \bar{\kappa}^*}}$$

- Remaillage : YAMS/GHS3D (INRIA)
- Opérateur de transfert : champs aux nœuds (fonctions de forme) et variables aux points de Gauss (lissage par la méthode des moindres carrés)
- Définition d'un plan de fissure

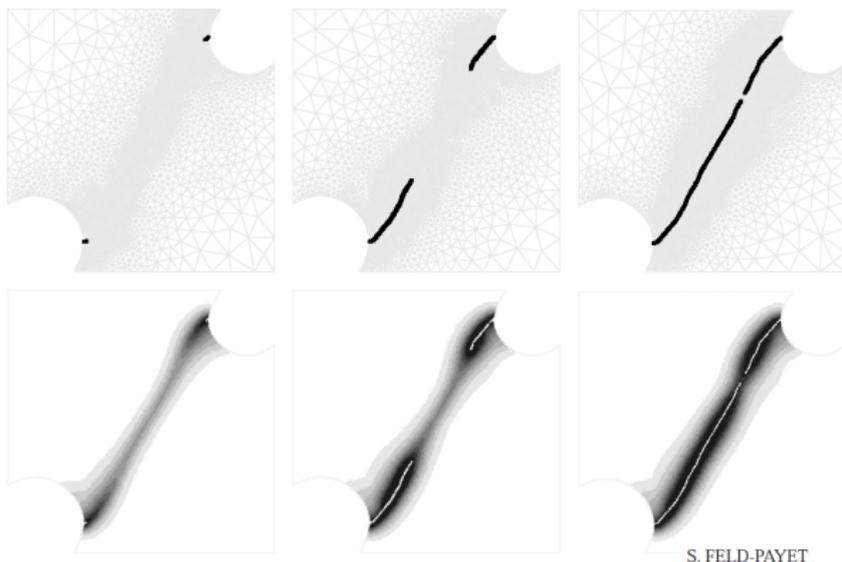


- Direction et longueur : recherche d'une ligne de crête du gradient de $\bar{\kappa}$ pour $\bar{\kappa} > (1 - \epsilon_{\kappa})\kappa_C$



- Intersection maillage/fissure \rightarrow définition du maillage fissuré

- Propagation de la fissure



- Dé-raffiner lorsque la fissure est passée (?)

- ☺ Des modèles à bases physiques très riches ont été développés
 - ☹ L'exploitation de ces modèles pour la simulation de la rupture de structures est limitée par des problèmes numériques
 - ☺ Ces problèmes numériques sont liés à la nécessité de rendre compte de l'existence d'une longueur caractéristique pour décrire la rupture ductile ... cette longueur a un sens physique
 - ☺ L'emploi de modèles non-locaux est une possibilité qui permet de conserver la richesse des modèles de comportement plasticité/endommagement
- ☹/☺ Beaucoup de travail reste à réaliser