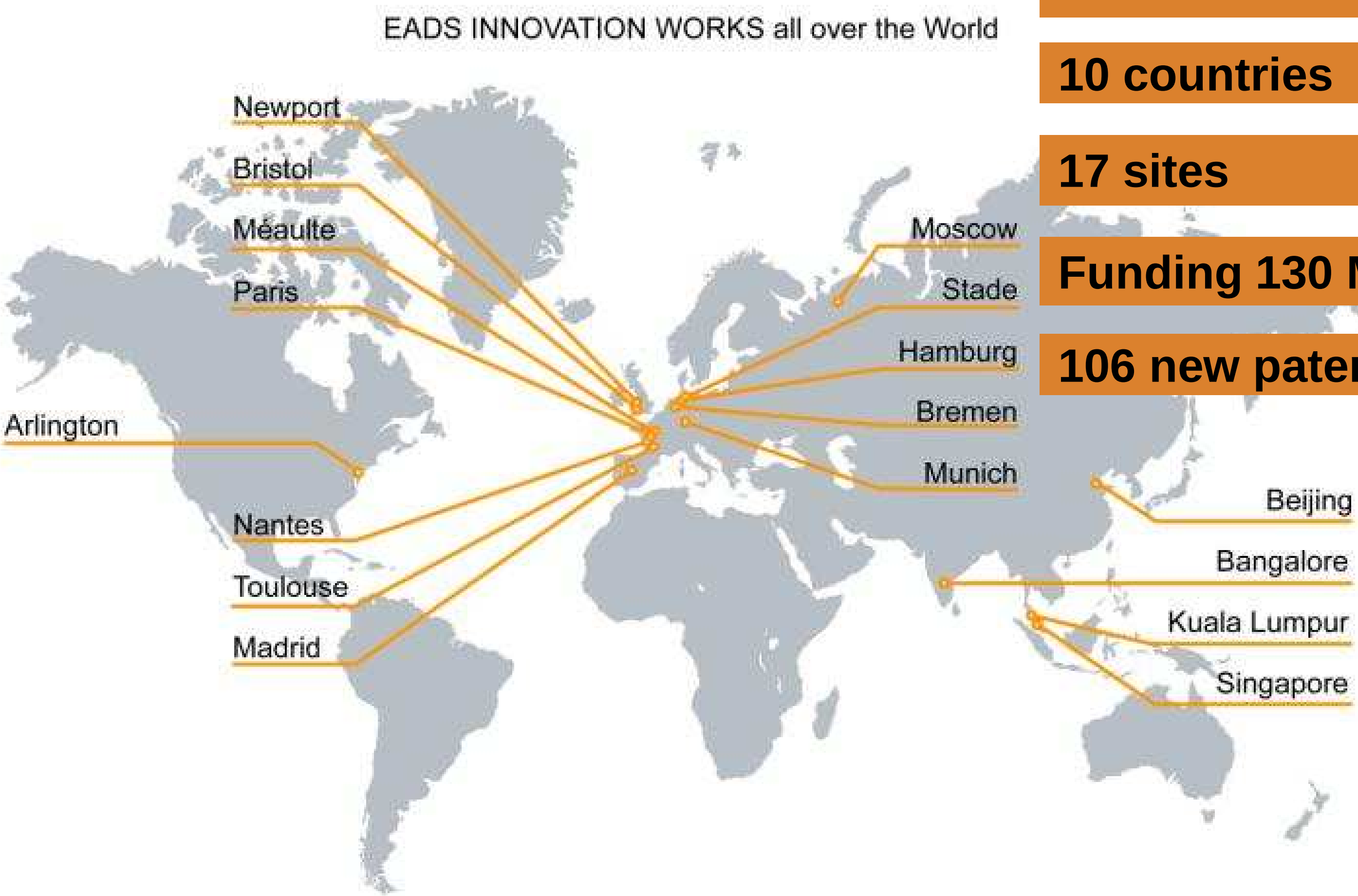
Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Séminaire MECAMAT, 25 septembre 2012

Dominique DELOISON
EADS Innovation Works, Suresnes

Structure Engineering, Production and Aeromechanics

EADS Innovation Works - key figures



*2011

Around 1000 Researchers

10 countries

17 sites

Funding 130 M€*

106 new patent applications*

IW Technical Capabilities Centres (TCC) overview

Composites Technologies

A centre dedicated to develop advanced light and robust materials and processes applicable to new products.

Metallic Technologies & Surface Engineering

A centre dedicated to develop cost efficient, light, reliable and environmental friendly surface treatments, metallic/hybrid structures and associated intelligent production routes.

Structure Engineering, Production & Aeromechanics

A centre dedicated to engineering of processes in the design and manufacture of advanced crossing mechanics, electronics and IT expertises.

Sensors Electronics & Systems Integration

A centre specialized in development and integration of sensor, communication and avionic systems to enable functional and operational improvements in safety & security, autonomy, availability and efficiency.

Engineering, Physics, IT, Security Services & Simulation

A centre dedicated to improving the quality of chain of value from initial design to after sales follow-up, by means of simulation and virtual architecture enhanced by IT technologies.

Energy & Propulsion

A centre dedicated to new energy and propulsion technologies, and the related architecture, anticipating future regulations & economical trends.

Innovative Concepts & Scenarios

A centre dedicated to identifying new technologies for future and competitive products and defining the associated roadmaps with each division by means of concept-demonstrators.

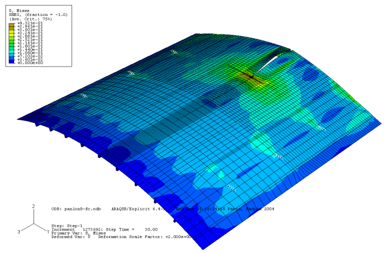
Pourquoi vouloir prédire la tenue statique ?

- La plupart des structures aéronautiques (hors moteurs) travaille dans un régime de bas niveaux de contraintes et déformation.
- La fatigue est le facteur dimensionnant dans la majorité des cas (transport civil)

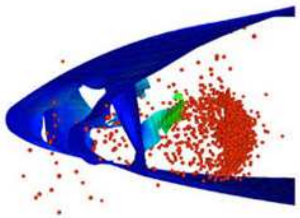
<u>Cependant :</u>

- **Transport spatial civil et militaire**

Dimensionnement vis-à-vis de la rupture
Pratique actuelle :
dimensionnement en contrainte (> σ_y) , en déformation et/en endommagement (R&T)



- **Tenue résiduelle des structures fissurées**
  - Simulation de panneaux fissurées
  - Simulation des essais de résistance à la fissuration (génération de la courbe R)
- **Impact et Crash (similarité des modèles)**

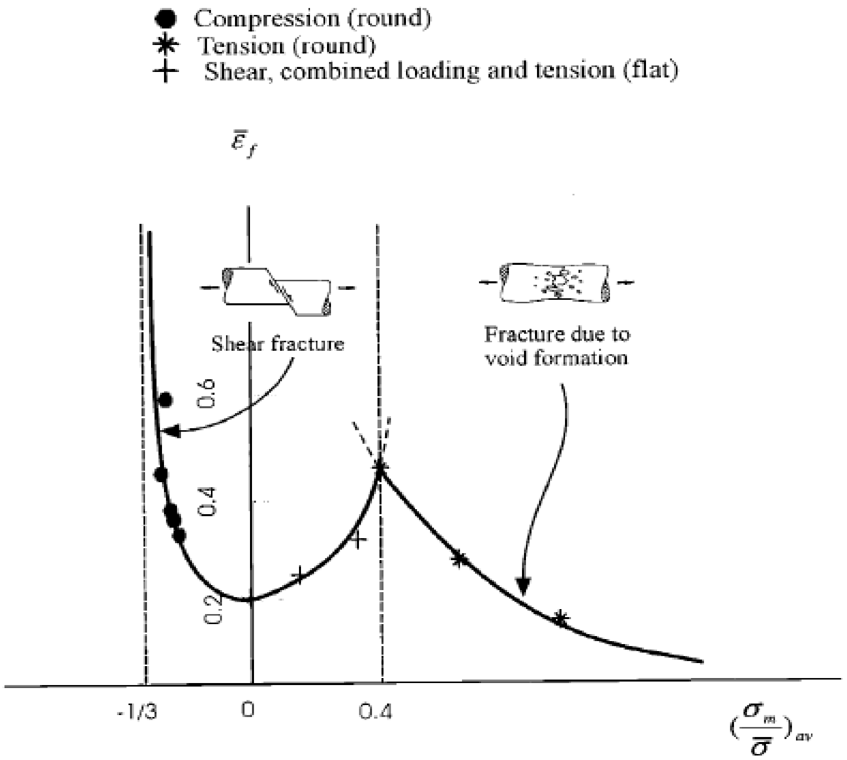


Que cherche-t-on à prédire ?

- Les efforts que peut supporter une structure
- Les déplacements à rupture (éprouvettes)
- **Quelle que soit la géométrie**
  - → Trous, congés, épaulement, etc …
  - → Défauts et fissures

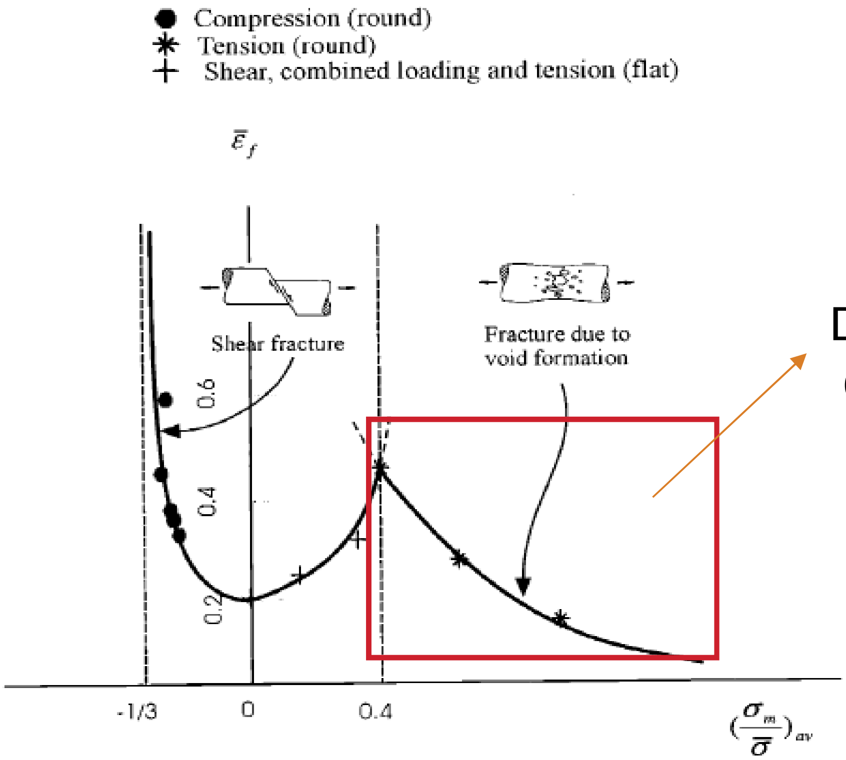
⇒ Contraintes triaxiales

Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité



Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

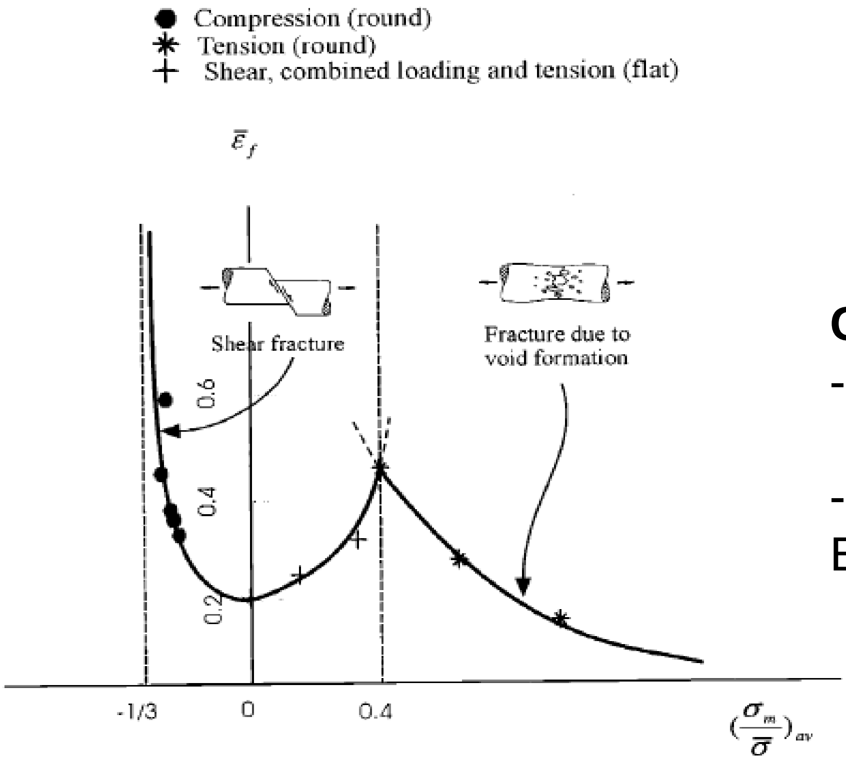
Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité



Décrit par tous les modèles de déchirure ductile

Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité



Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

Comment obtient-on ces courbes ?

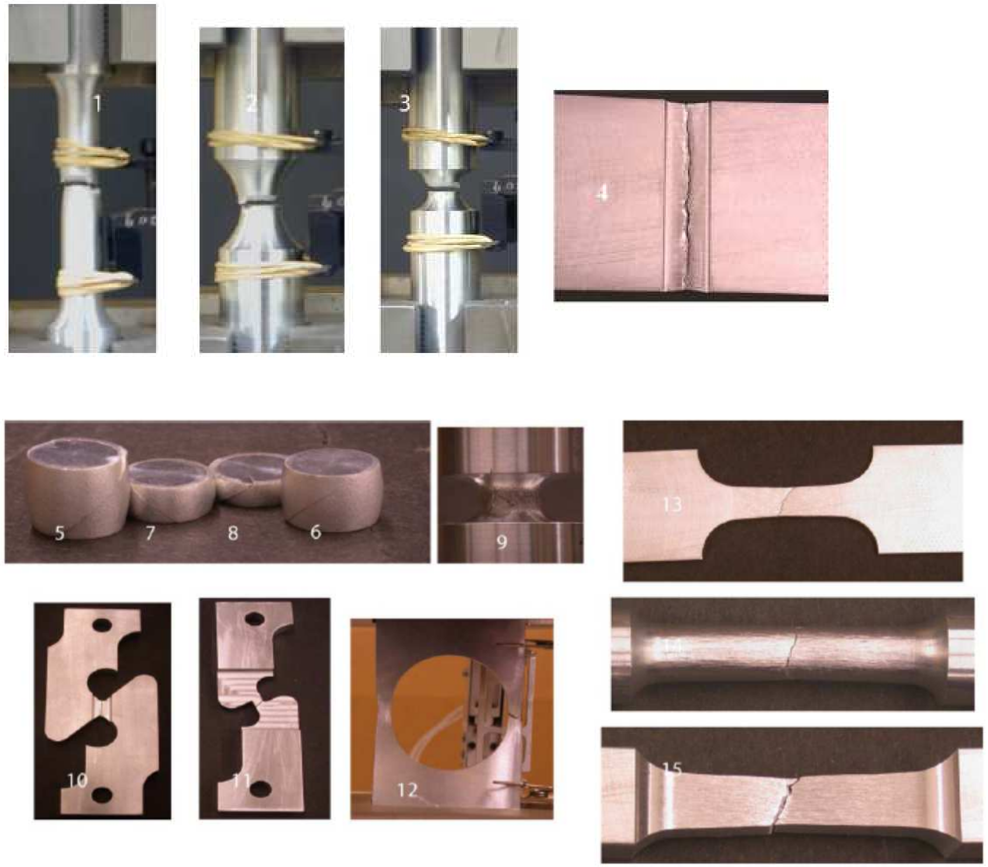
- Tracé des équations des modèles

- Simulations numériques

Et/ou Exploitation « hybride » des résultats d'essais

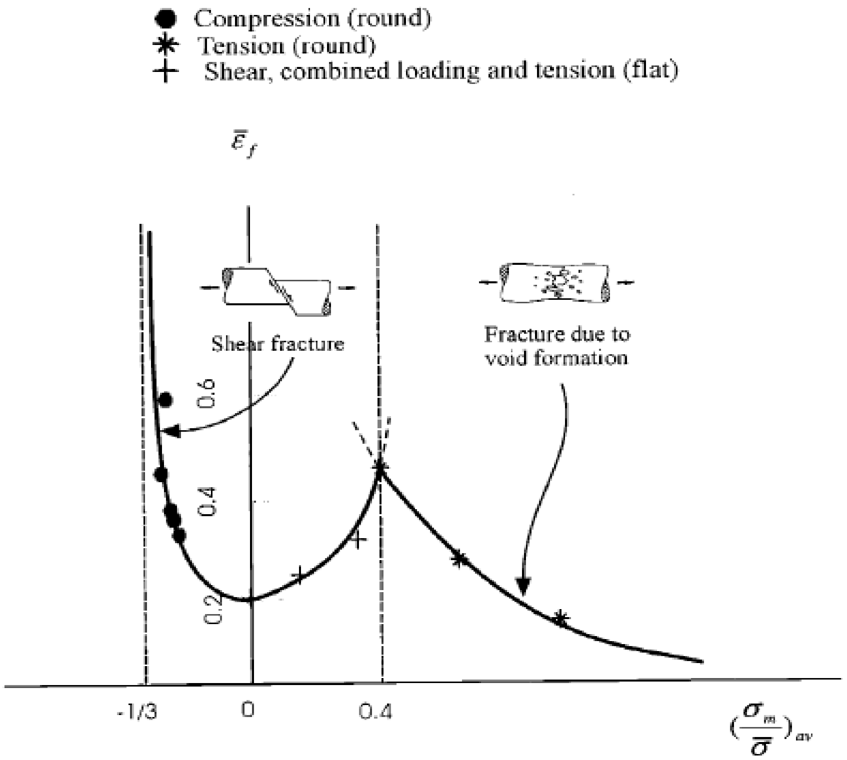
Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité

Bao experiments (2003) 2024 T3



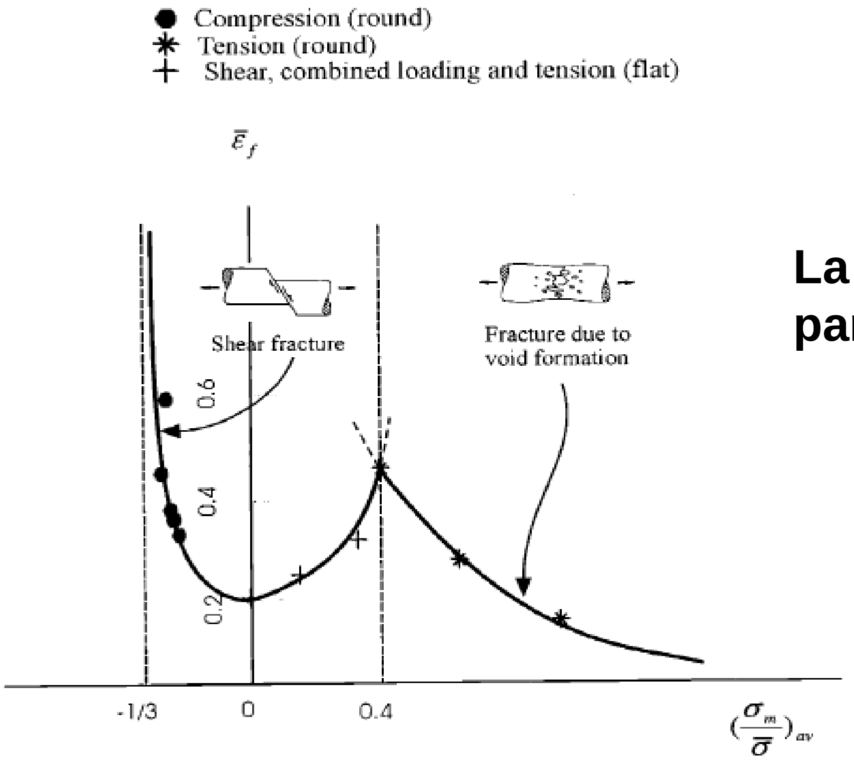
Fracture tests using various sample geometries and testing configuration: Tension, compression, shear

Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité



Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité



La triaxialité n'est pas le seul paramètre variable dans ces essais

Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

Angle de Lode

Stress invariants

$$I_1 = Tr(\underline{\sigma}) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s : s = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\right]$$

$$J_3 = \det(\underline{s}) = s_1 s_2 s_3$$

$$pres = -\frac{1}{3} I_1 \qquad pres = -\frac{1}{3} tr(\underline{\sigma}) = -\frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3} = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$ (pressure)

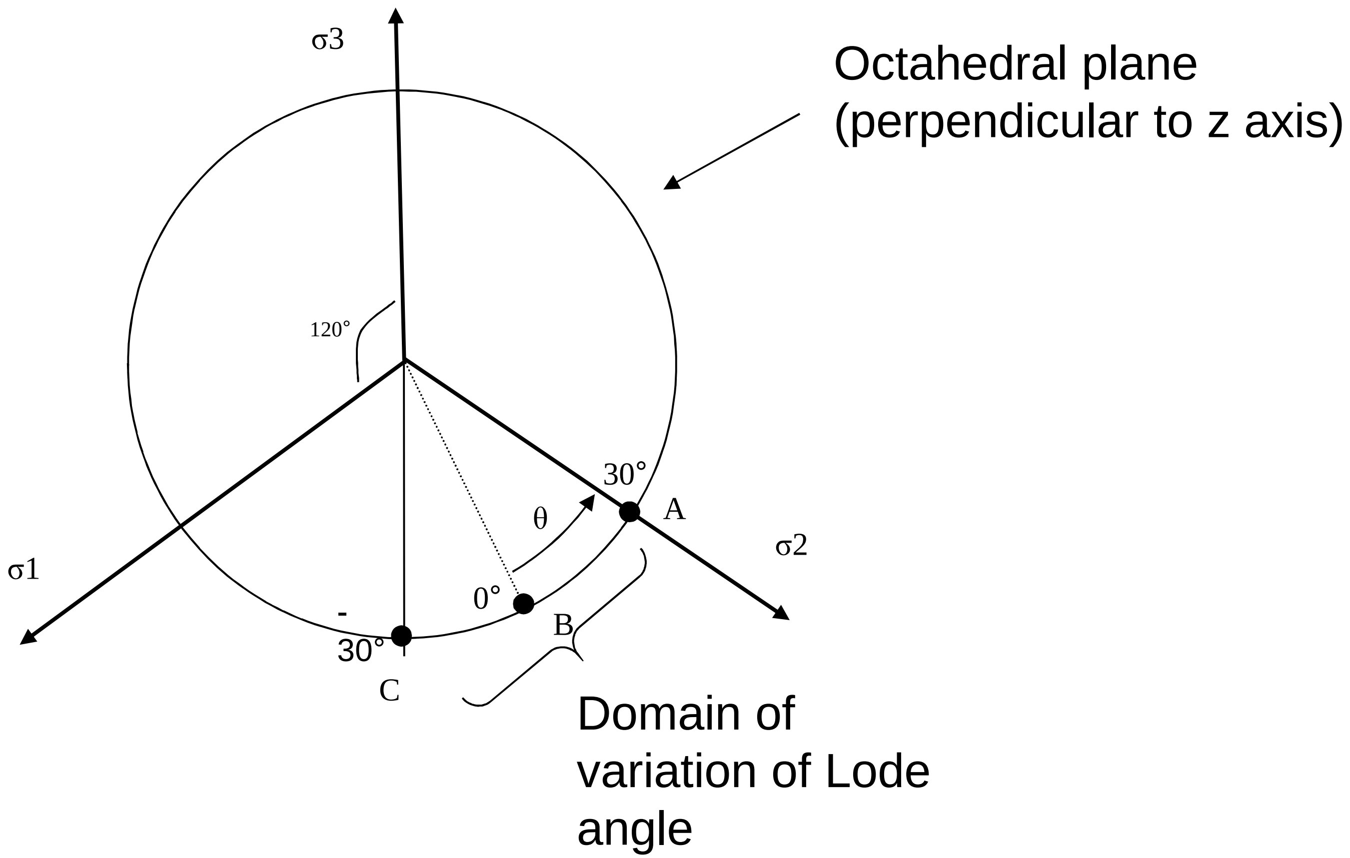
$$q = \sqrt{3J_2} = \sigma_{eq}$$ (Equivalent stress)

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\sigma_{eq}^{3}}$$ (see following slides)

EADS

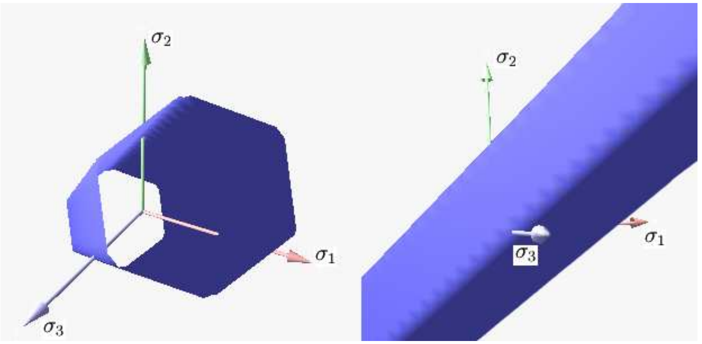
Angle de Lode

Lode angle =distinction between different stress states



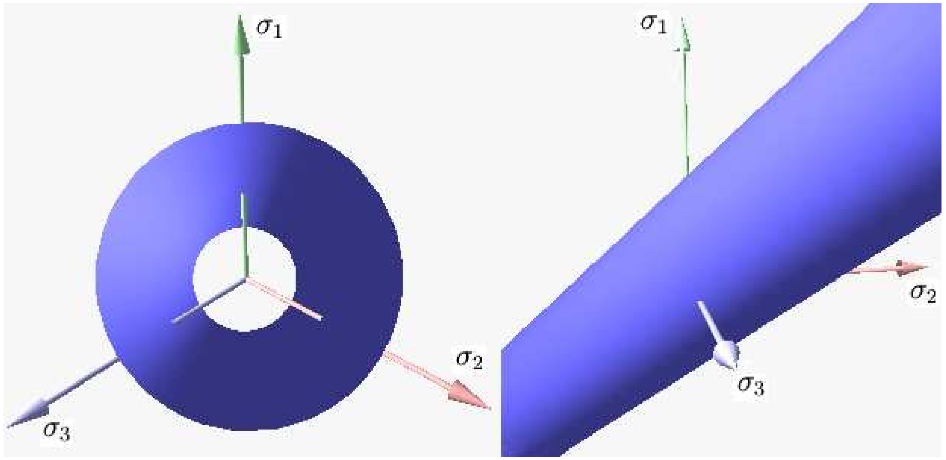
Angle de Lode

Example of a well-known criterion taking into account Lode angle



Tresca (plasticity) criterion

Sensitive to Lode Angle



Von Mises (plasticity) criterion

Insensitive to Lode Angle

Angle de Lode

$$\varepsilon = -\sqrt{3}\,pres$$ Pressure applied to the material point

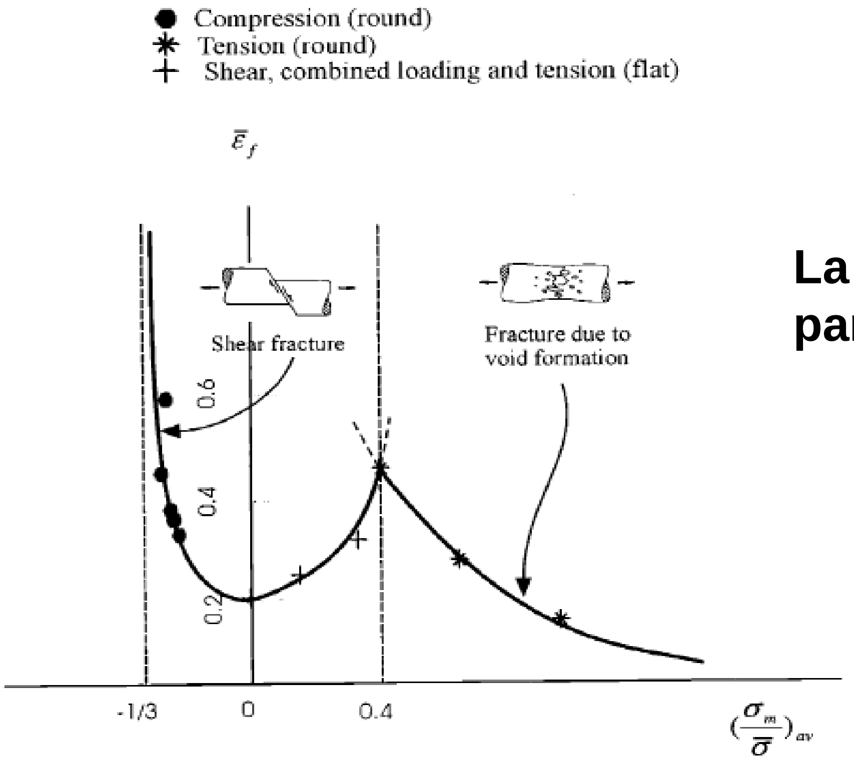
$$\rho = \sqrt{2J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{eq}$$ Shear stress applied on a facet of the material point

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} ar\cos\left(\left(\frac{r}{\sigma_{eq}}\right)^3\right)$$

with $r = \left(\frac{9}{2}[S]\cdot[S]:[S]\right)^{1/3} = \left[\frac{27}{2}\det([S])\right]^{1/3} = \left[\frac{27}{2}(\sigma_1 + p)(\sigma_2 + p)(\sigma_3 + p)\right]^{1/3}$

Complete description of the stress state, with a lot of information → A general damage model should use these information

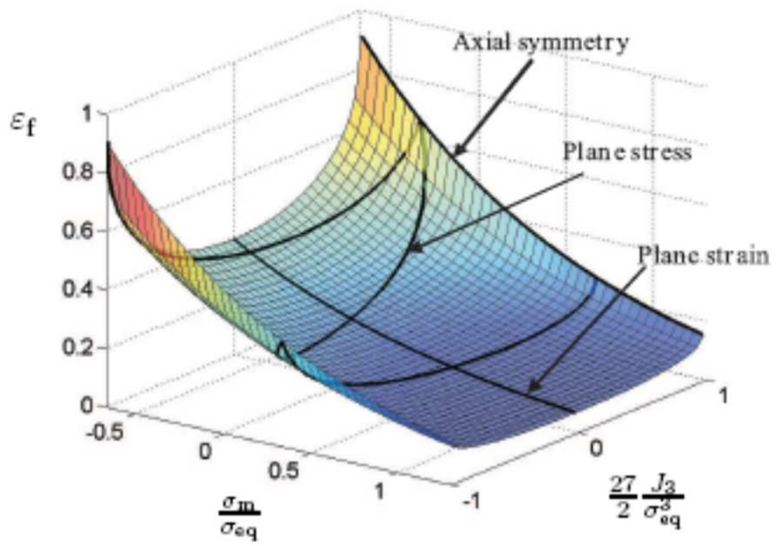
Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité

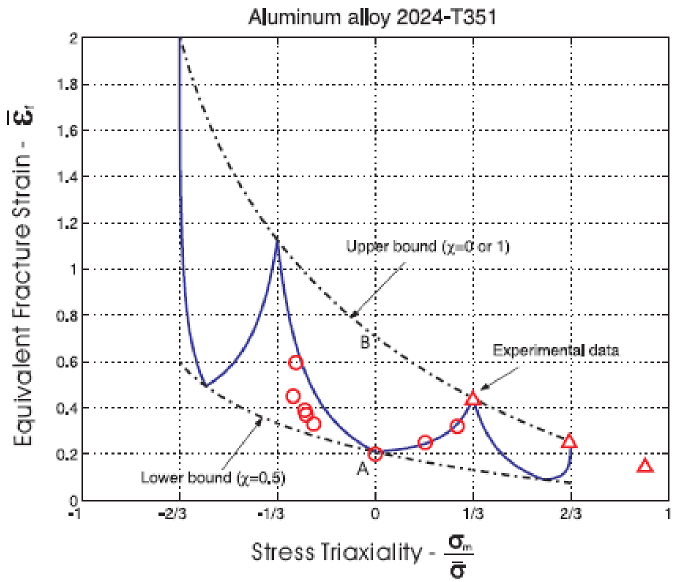


La triaxialité n'est pas le seul paramètre variable dans ces essais

Bao experiments, 2003
(résultat très ancien)

Dépendance de la déformation à rupture vis à vis de la triaxialité et de l'angle de Lode





Xue-Wierzbicki (2007)

Simplification du problème

Limitations :

• Cadre classique de la déchirure ductile (Triaxialité > 1/3 ; angle de Lode figé)

→ Modèles disponibles :

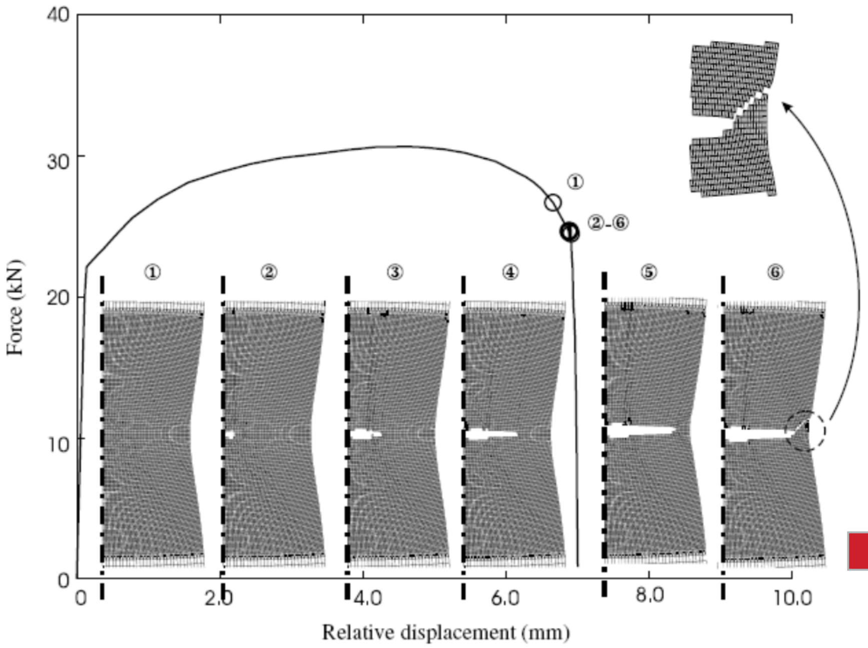
- Modèles type GTN et dérivés (GLD, Pardoen, …)
- Modèles d’endommagement type Lemaitre

• Structures non pré-fissurées

Simplification du problème

What is really important ?

Tensile test



Teng (2007)

- For this kind of geometry, crack initiation is very late (just before final force drop)
- Once initiated, crack propagation is very fast (no impact on force-displacement curve)
- In many situations, once a crack appears, it is already too late

→ No real interest to simulate final failure

Uncoupled models should be sufficient in many situations

Another advantage: standard features of commercial codes can be used: hybrid hardening, anisotropy and do not need to be reimplemented

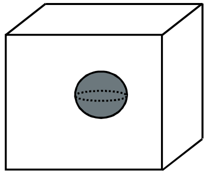
Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Modèles envisagés :

- Rice&Tracey
- Lemaitre
- Bonora (dérivé de Lemaitre)
- GTN n'a pas été envisagé car il pose des problèmes d'identification

Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Rice&Tracey



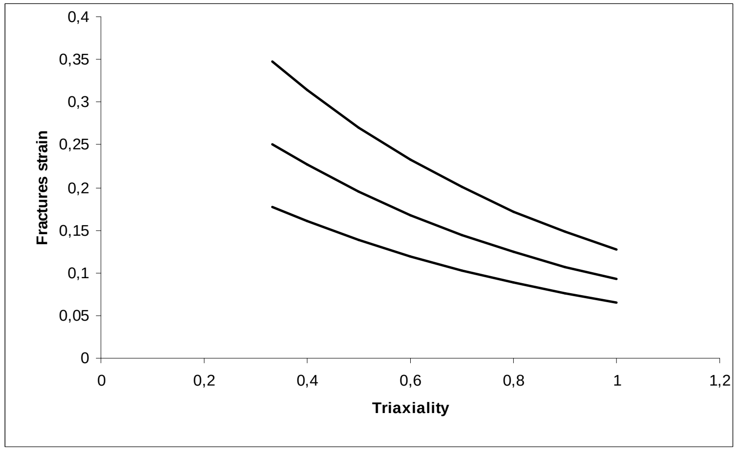
Micro-mechanic analysis of a spherical void into a perflectly plastic matrix

Infinite matrix

No void interaction

$$\int_{\varepsilon_{th}}^{\varepsilon_R} \alpha e^{-\frac{3}{2}\frac{pres}{\sigma_{eq}}} dp = \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)_c$$

Mudry? (1982)



R Radius of the cavity

R_0 Initial radius of the cavity

p Equivalent plastic strain

$\alpha : 0.283(Rice)$

$$\varepsilon_f(\eta) = \varepsilon_{th} + \left(\varepsilon_f^{smooth} - \varepsilon_{th}\right) exp\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\eta\right)$$

2 paramètres

Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Rice&Tracey

Hypothèse de la triaxialité constante

$$\varepsilon_f(\eta) = \varepsilon_{th} + \left(\varepsilon_f^{smooth} - \varepsilon_{th}\right) exp\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\eta\right)$$

Déformation à rupture pour une éprouvette lisse

Déformation seuil (hypothèse : indépendante de la triaxialité)

Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Modèle de Lemaitre

$$D = \int_{p_{th}}^{p} \left(\frac{Y}{S}\right)^{s} dp$$

$$Y = \frac{\tilde{\sigma}_{eq}^{2}}{2E} R_{\nu} \qquad T_x = -\frac{pres}{\sigma_{eq}}_{\nu}$$

$$R_{\nu} = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{-pres}{\sigma_{eq}}\right)^{2}$$

Y Energy release rate

$S, s, \varepsilon_{th}, D_0, D_{crit}$ Model parameters

Initial damage → zero

Plasticity potential

$$f = \tilde{\sigma}_{eq} - R - \sigma_{y0}$$

Initial yield stress

$$R = R(r) = hr$$

Hardening variable

$$\dot{p} = \frac{\dot{r}}{1-D} \qquad \dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^{s} \dot{p}$$

Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Modèle de Lemaitre

Hypothèse de la triaxialité constante

$$\tilde{\sigma}_{eq} = Kp^{\frac{1}{n}}$$

$$D\left(\overline{\varepsilon}^{pl}\right) = D_0 + R_v{}^s \left(D_{cr} - D_0\right) \frac{\left(\overline{\varepsilon}^{pl\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}\right)}{\left(\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}\right)}$$

5 paramètres (6 avec D_0)

$$\varepsilon_f(\eta) = \left(\varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1} + \frac{\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}}{R_v(\eta)^s}\right)^{\frac{1}{\frac{2s}{n}+1}}$$

4 paramètres

Déformation seuil

Déformation à rupture pour une éprouvette lisse

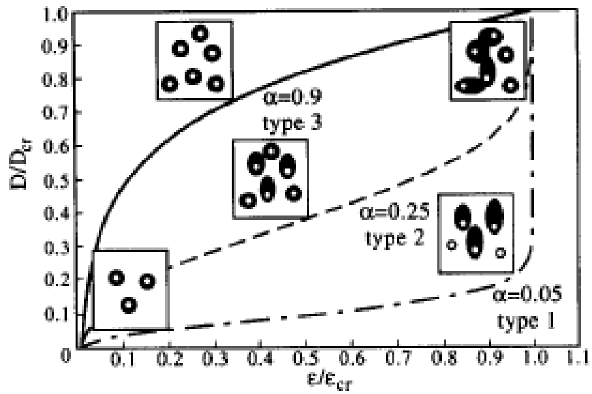
Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Modèle de Bonora (1997)

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{1-D} = Kp^{\frac{1}{n}}$$

$$dD = \frac{K^2}{2ES}\left(D_{cr} - D\right)^{\frac{\beta-1}{\beta}} \cdot R_v \cdot \frac{1}{p}dp$$

$$S, \beta, \varepsilon_{th}, D_0, D_{crit}$$



Bonora Damage Model

$$\alpha = \beta$$

Critères de rupture basés sur la mécanique de l'endommagement

Modèle de Bonora (1997)

Hypothèse de la triaxialité constante

$$D\left(\overline{\varepsilon}^{pl}\right) = D_0 + (D_{cr} - D_0)\left\{1 - \left[1 - \frac{\ln\left(\frac{\overline{\varepsilon}^{pl}}{\varepsilon_{th}}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)} R_v\right]^{\beta}\right\}$$

4 paramètres (5 avec D_0)

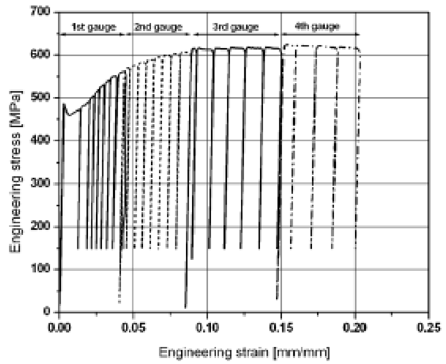
$$\varepsilon_f(\eta) \approx \varepsilon_{th}\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)^{\frac{1}{R_v(\eta)}}$$

2 paramètres

Identification des critères

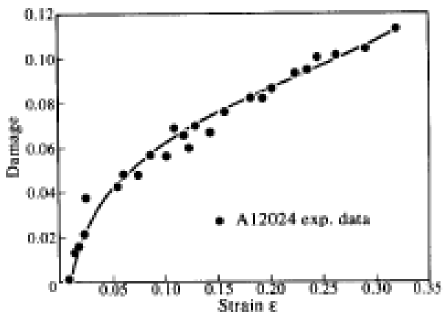
$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E}$$

Damage is related to evolution of Young's modulus



Complex exploitation because of triaxial state

→ Elastic modulus is not the slope of the curve



Experimental curve to derive D as a function of p

$$D\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right) = D_0 + R_v{}^s \left(D_{cr} - D_0\right) \frac{\left(\bar{\varepsilon}^{pl\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}\right)}{\left(\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}\right)}$$ (Lemaitre)

n is a problem

Direct identification

$$D\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right) = D_0 + \left(D_{cr} - D_0\right)\left\{1 - \left[1 - \frac{\ln\left(\frac{\bar{\varepsilon}^{pl}}{\varepsilon_{th}}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)} R_v\right]^{\beta}\right\}$$ (Bonora)

Identification des critères (autre méthode)

$$\varepsilon_f(\eta) = \varepsilon_{th} + \left(\varepsilon_f^{smooth} - \varepsilon_{th}\right) exp\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\eta\right)$$

Ric&Tracey (2 paramètres)

$$\varepsilon_f(\eta) = \left(\varepsilon_{th}^{\frac{2s}{n}+1} + \frac{\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}^{\frac{2s}{n}+1}}{R_v(\eta)^s}\right)^{\frac{1}{\frac{2s}{n}+1}}$$

Lemaitre (4 paramètres sur 5)

$$\varepsilon_f(\eta) \approx \varepsilon_{th}\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)^{\frac{1}{R_v(\eta)}}$$

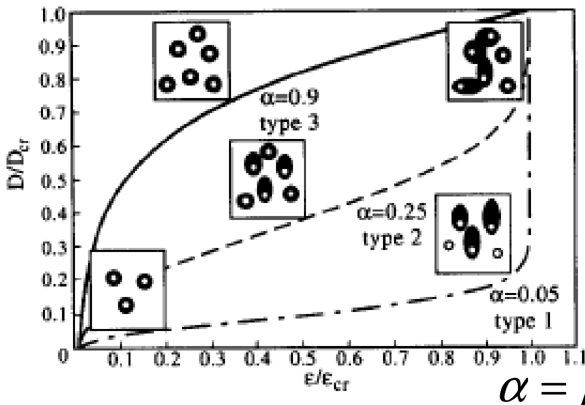
Bonora (2 paramètres sur 4)

Tous les paramètres ne sont pas identifiés
Mais, il n'ont pas tous la même importance

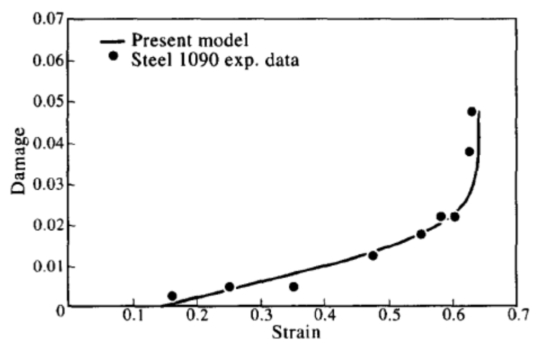
Identification des critères (autre méthode)

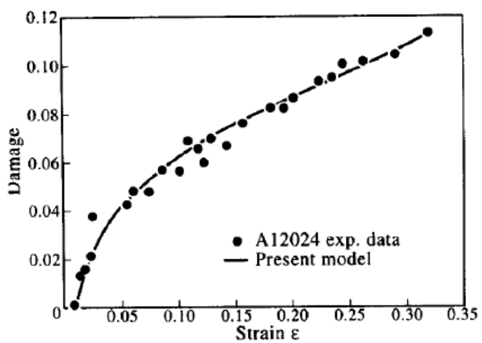
Calculs découplés
→D n'est pas intéressant en soit, c'est D/Dcrit qui est nécessaire (critère de rupture)
→Dcrit est lié à d'autres paramètres

Dans le modèle de Bonora, β pilote la non-linéarité de la croissance de l'endommagement mais pas les valeurs à rupture



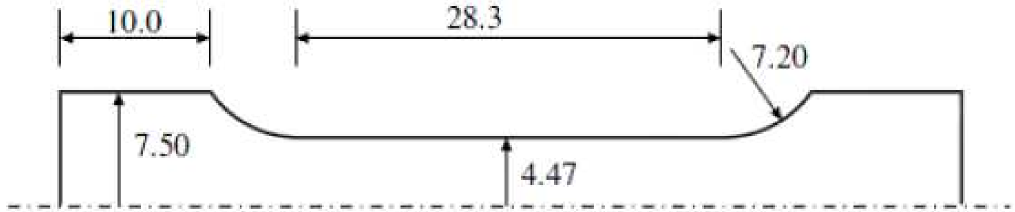
$\alpha = \beta$



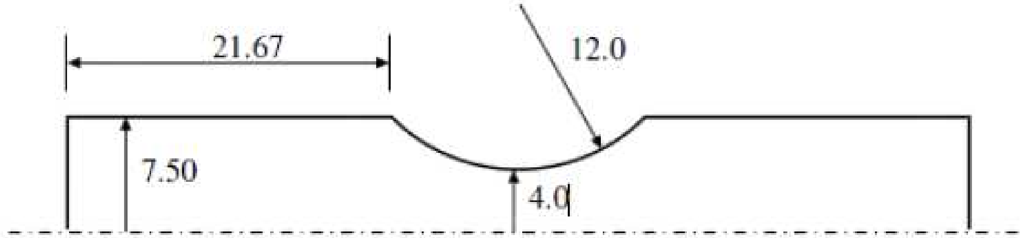


Important pour calculer les marges, mais on peut utiliser une valeur de β par famille d'alliage.

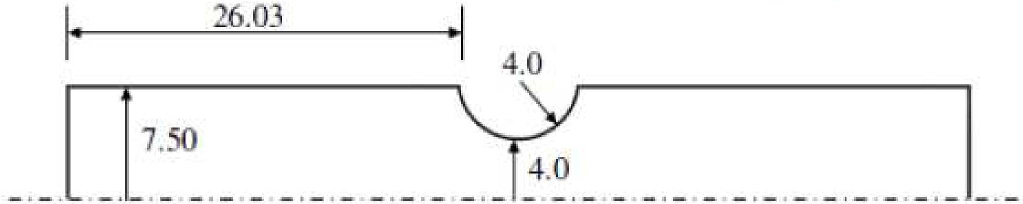
Application – 2024 Aluminium alloy



(a) Smooth round bar.



(b) Round bar of the notch radius $R = 12$ mm.

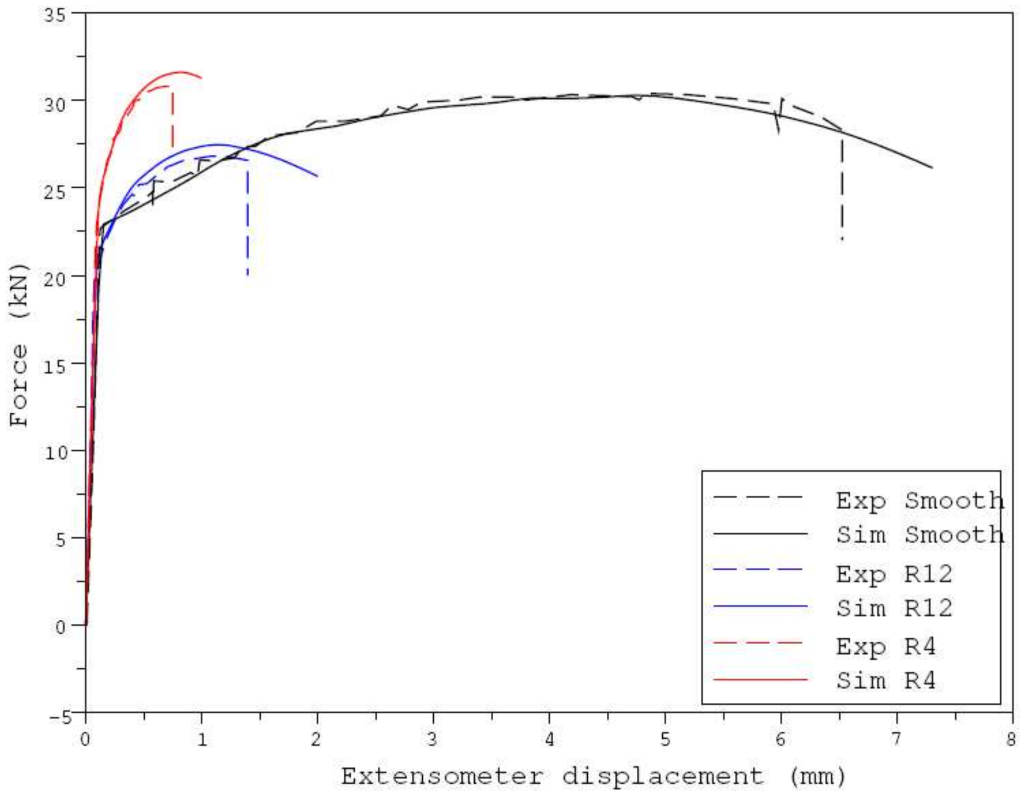


(c) Round bar of the notch radius $R = 4$ mm.

Teng, 2008

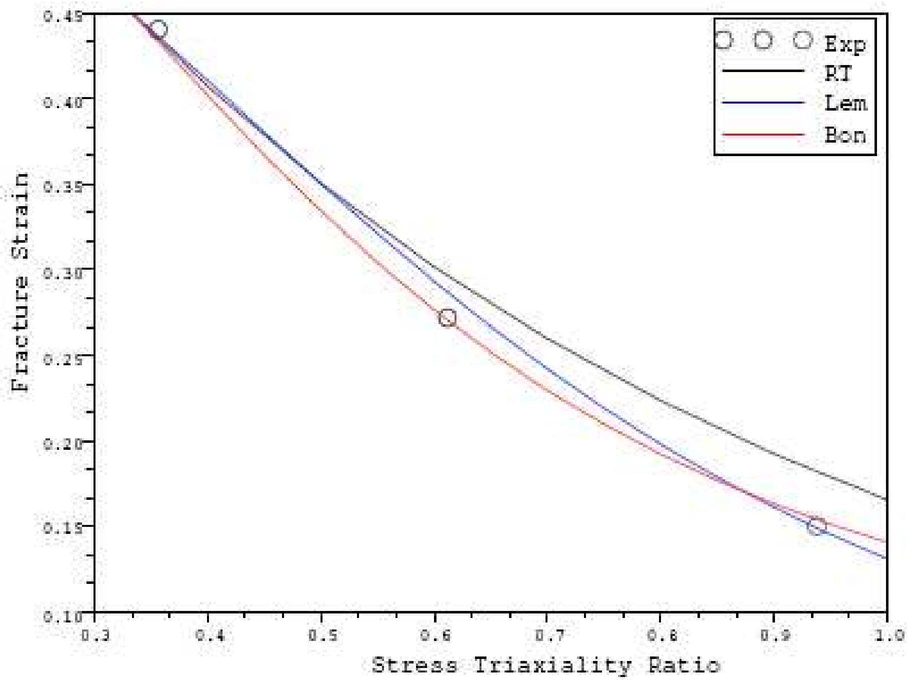
Application – 2024 Aluminium alloy

- Derivation of the elasto-plastic law (isotropic hardening) from the smooth tensile specimen
- FE simulations of the 3 experiments (fracture is not predicted)



Good description of the elasto-plastic response

Application – 2024 Aluminium alloy



$$\varepsilon_f(\eta) = \varepsilon_{th} + \left(\varepsilon_f^{smooth} - \varepsilon_{th}\right) exp\left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\eta\right)$$

$$\varepsilon_f(\eta) = \left(\varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1} + \frac{\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}{}^{\frac{2s}{n}+1}}{R_v(\eta)^s}\right)^{\frac{1}{\frac{2s}{n}+1}}$$

$$\varepsilon_f(\eta) \approx \varepsilon_{th}\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)^{\frac{1}{R_v(\eta)}}$$

- « Experimental » points are derived from experiments using simulations (average triaxiality)
- Adjustements of the parameters to fit the experimental results

Application – 2024 Aluminium alloy

$$\overline{D}_{R\&T} = \frac{ln\left(\frac{R}{R_0}\right)}{ln\left(\frac{R}{R_0}\right)_c} = \frac{\int_{\varepsilon_{th}}^{\overline{\varepsilon}^{pl}} exp\left(-\frac{3}{2}\frac{p}{q}\right) d\overline{\varepsilon}^{pl}}{ln\left(\frac{R}{R_0}\right)_c}$$

$$ln\left(\frac{R}{R_0}\right)_c \approx exp\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\varepsilon_f^{smooth} - \varepsilon_{th}\right)$$

- In the FE simulation, stress triaxiality is no longer assumed constant
- Damage indicator is calculated and cumulated at each increment

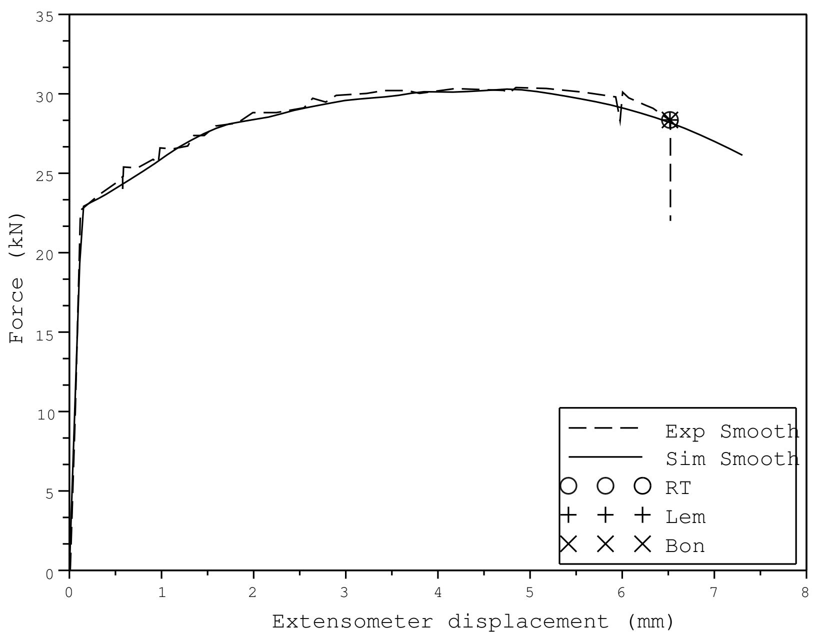
$$\overline{D}_{Lemaitre} = \frac{D}{D_{cr}} = \frac{\int_{\varepsilon_{th}}^{\overline{\varepsilon}^{pl}} \left(\frac{K^2 \overline{\varepsilon}^{pl^2} R_v}{2ES}\right)^s d\overline{\varepsilon}^{pl}}{D_{cr}}$$

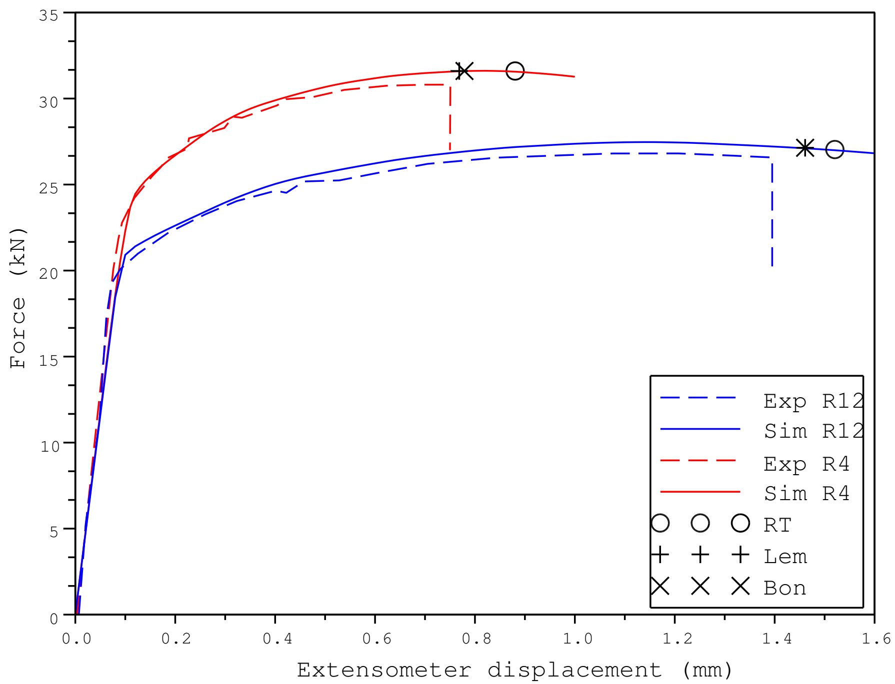
$$D_{cr} \approx D_0 + \left(\frac{K^2}{2E}\right)^s \left(\frac{1}{\frac{2s}{n}+1}\right)\left(\varepsilon_f^{smooth\,\frac{2s}{n}+1} - \varepsilon_{th}^{\,\frac{2s}{n}+1}\right)$$

$$\overline{D}_{Bonora} = \frac{D}{D_{cr}} = \frac{\int_{\varepsilon_{th}}^{\overline{\varepsilon}^{pl}} \frac{K^2}{2ES}\left(D_{cr} - D\right)^{\frac{\beta-1}{\beta}} R_v \frac{d\overline{\varepsilon}^{pl}}{\overline{\varepsilon}_{pl}}}{D_{cr}}$$

$$D_{cr} \approx D_0 + \left(\frac{1}{\beta}\frac{K^2}{2ES}\ln\left(\frac{\varepsilon_f^{smooth}}{\varepsilon_{th}}\right)\right)^{\beta}$$

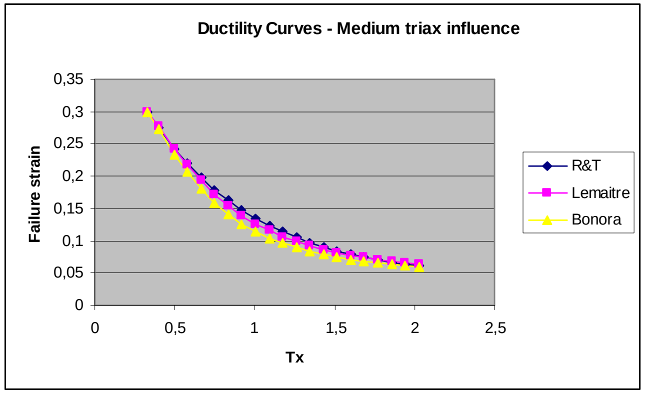
Application – 2024 Aluminium alloy

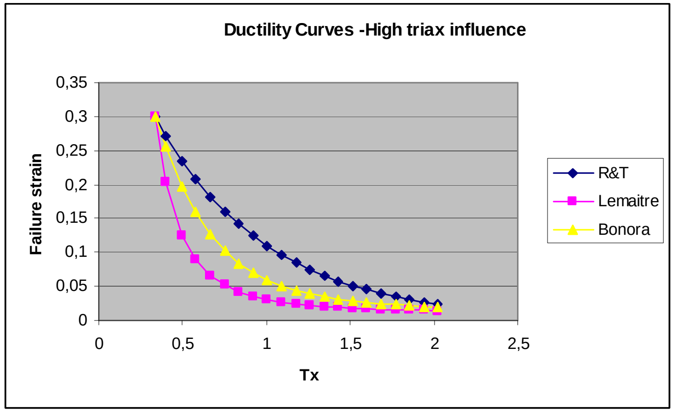




Very good agreement between simulation and experiments
Validate the identification process

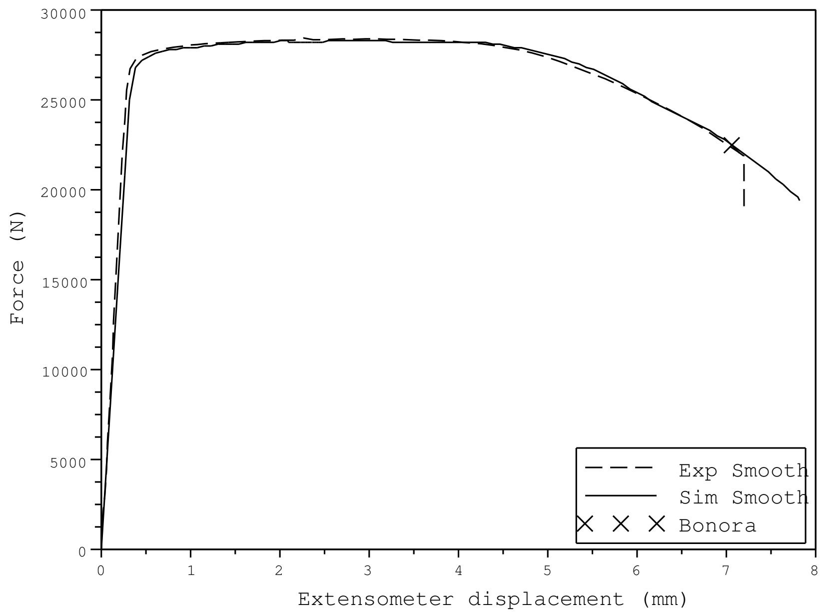
Sensitivity to stress triaxiality

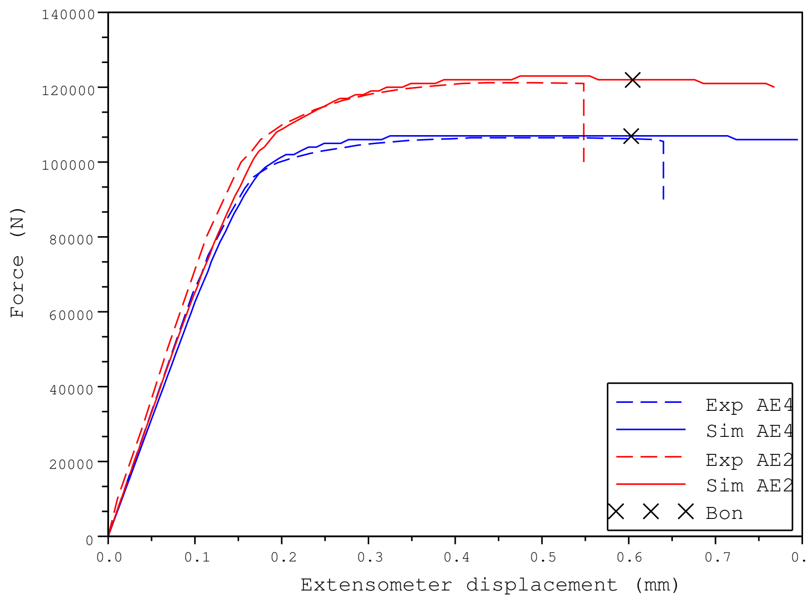




- No real difference except when triaxility influence is high or when one want to calibrate the damage model over a wide range of triaxiality
- Flexibility: Lemaitre > Bonora > R&T
- Ease of Identification: R&T=Bonora > Lemaitre
- R&T: uncoupled only ; no way to take into account a reallistic damage evolution (an issue for the determination of safety margin)

Application – Titane TA6V





Good agreement between simulation and experiments
Validate the identification process

Conclusion

- Des critères de rupture ont été exprimés dans un cadre unifié
- Les limitations sont fortes (structures non fissurées, pas de cisaillement) mais permettent de simplifier considérablement les formulations
- L'identification est simple en particulier pour R&T et Bonora
- Le modèle de Bonora semble offrir la meilleure combinaison représentativité/facilité d'identification
- L'approche reste compatible avec la version couplée des modèles
- La prise en compte du cisaillement reste à faire