



QUELQUES PROBLEMES ACTUELS EN MECANIQUE DE LA RUPTURE DUCTILE

Jean-Baptiste Leblond

Institut Jean Le Rond d'Alembert
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

SOMMAIRE



1. Introduction
2. Croissance des cavités sous chargement cyclique
3. Effets de forme des cavités
4. Coalescence des cavités sous chargements généraux
5. Modèle du second gradient d'endommagement ductile
6. Conclusion générale



1. INTRODUCTION

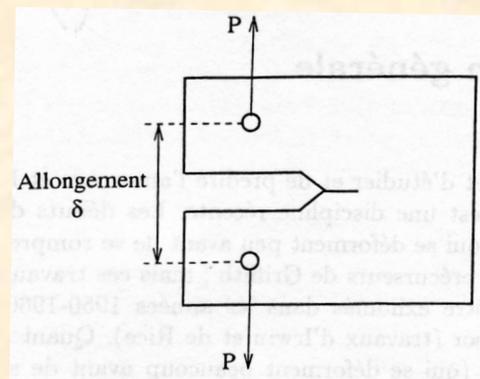
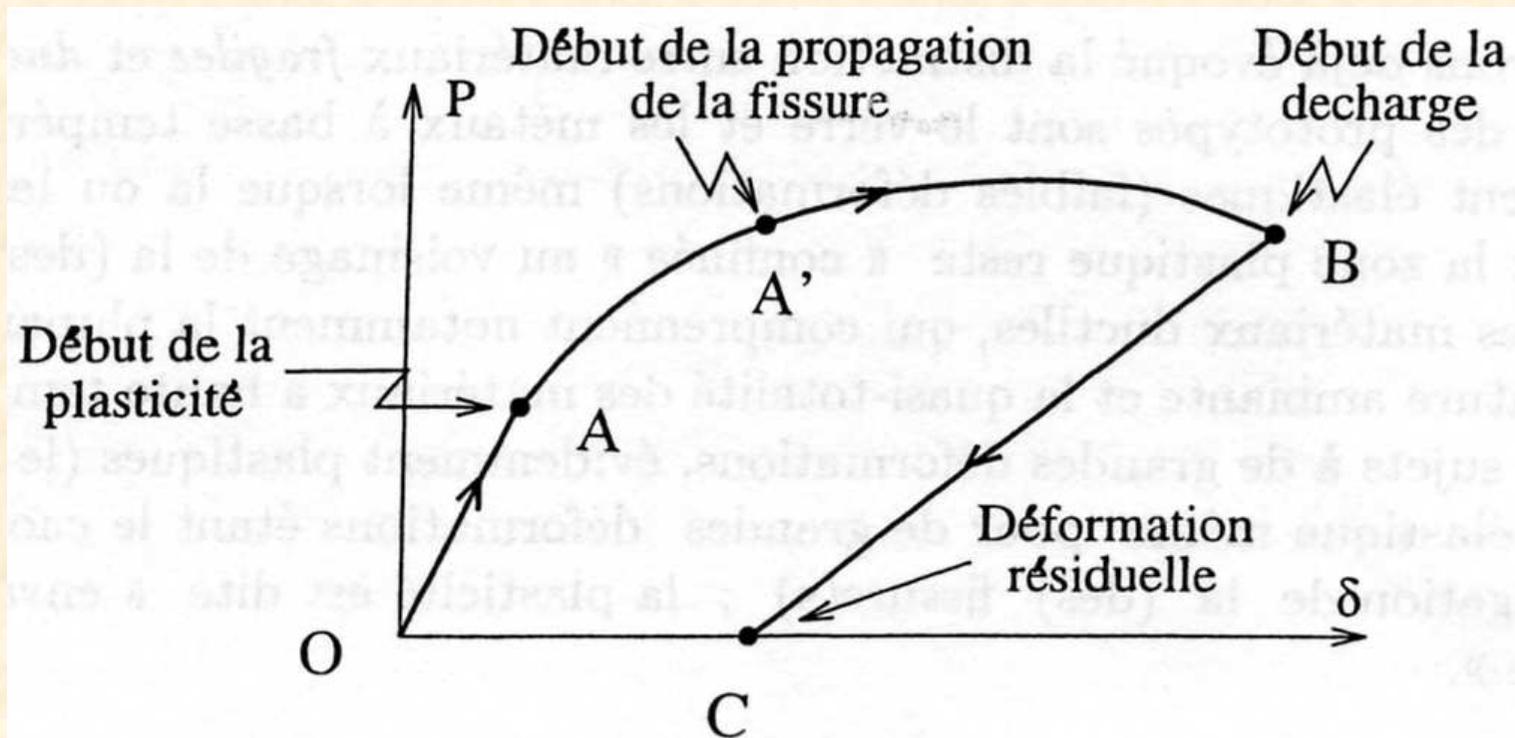
Caractéristiques principales de la rupture ductile

* Plasticité envahissante (non confinée au voisinage de la pointe de fissure).

* Mécanisme en trois étapes :

- 1) Formation de microcavités par décohésion de la matrice métallique autour d'inclusions.
- 2) Grossissement de ces cavités par écoulement plastique de la matrice environnante.
- 3) Coalescence des cavités ou formation de bandes de cisaillement (« void sheet mechanism »).

* Allure globale de la courbe force–déplacement d’une éprouvette fissurée typique :



Approches de la rupture ductile



* Approche globale (ou approche « $J - \Delta a$ ») : pas d'analyse des mécanismes microscopiques, simple transposition des méthodes et raisonnements de la mécanique de la rupture fragile.

Approche très employée en pratique, mais résultats difficilement transposables d'une situation à une autre.

* Approche « locale » (seule discutée ici) : repose sur des analyses micro-macro. Plus fiable mais encore peu utilisée du fait de sa complexité.

Le modèle de Gurson (1977)



* Critère de plasticité macroscopique (matériau plastique poreux):

$$\frac{\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) - 1 - f^2 = 0$$

$\Sigma_{eq} \equiv \left(\frac{3}{2} \Sigma' : \Sigma'\right)^{1/2}$: contrainte macroscopique équivalente

$\Sigma_m \equiv \frac{1}{3} \text{tr } \Sigma$: contrainte macroscopique moyenne

f : porosité

$\bar{\sigma}$: limite d'élasticité « moyenne » de la matrice

* Loi d'écoulement plastique macroscopique associée:



$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D}^p \quad , \quad = \quad \frac{3}{2} \frac{D_{eq}^p}{\Sigma_{eq}} \Sigma' \\ \frac{D_m^p}{D_{eq}^p} = \frac{f}{2} \frac{\bar{\sigma}}{\Sigma_{eq}} \sinh \left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) \end{array} \right.$$

* Loi d'évolution de la porosité:

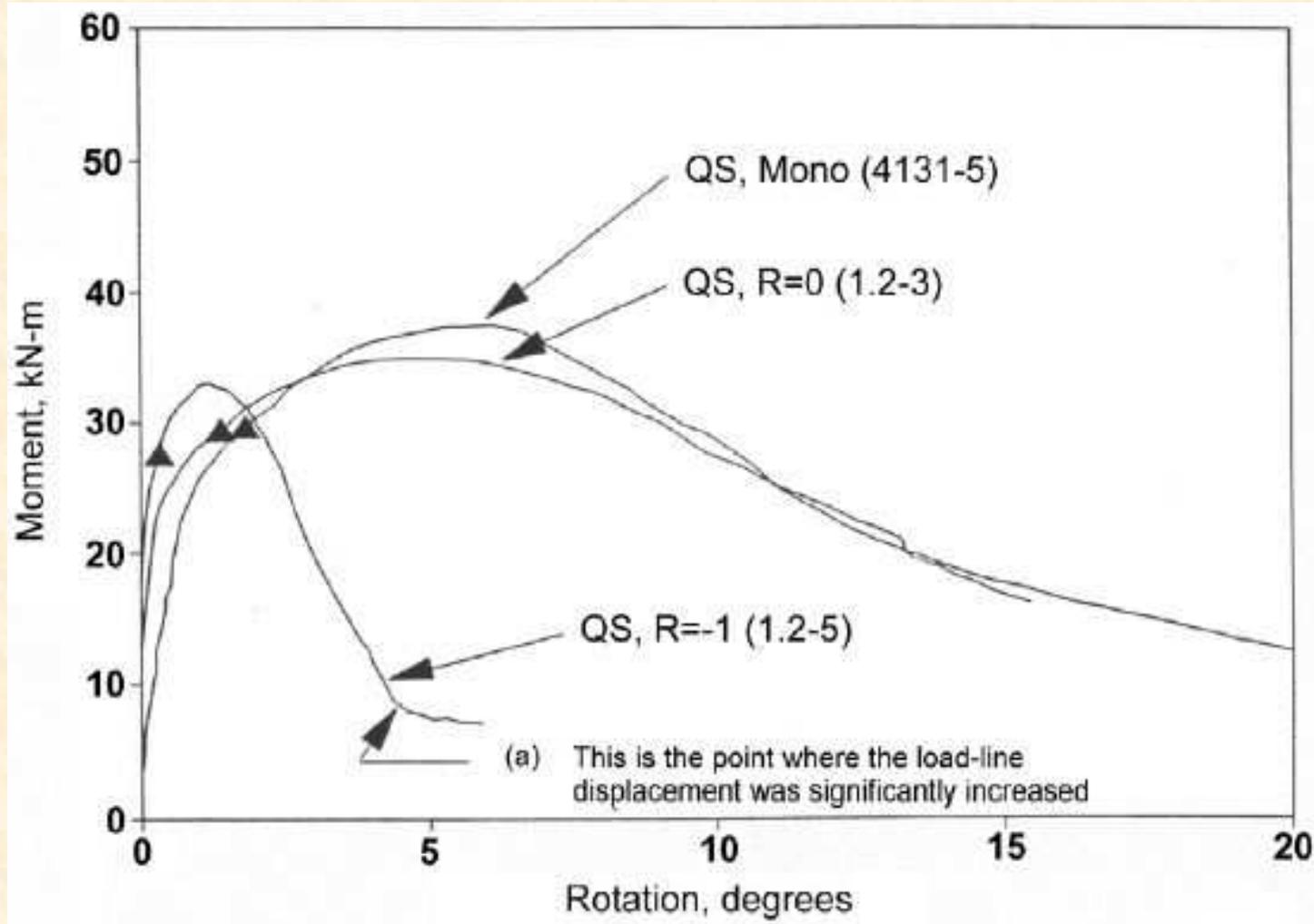
$$\dot{f} = (1 - f) \operatorname{tr} \mathbf{D}^p$$

2. CROISSANCE DES CAVITES SOUS CHARGEMENT CYCLIQUE

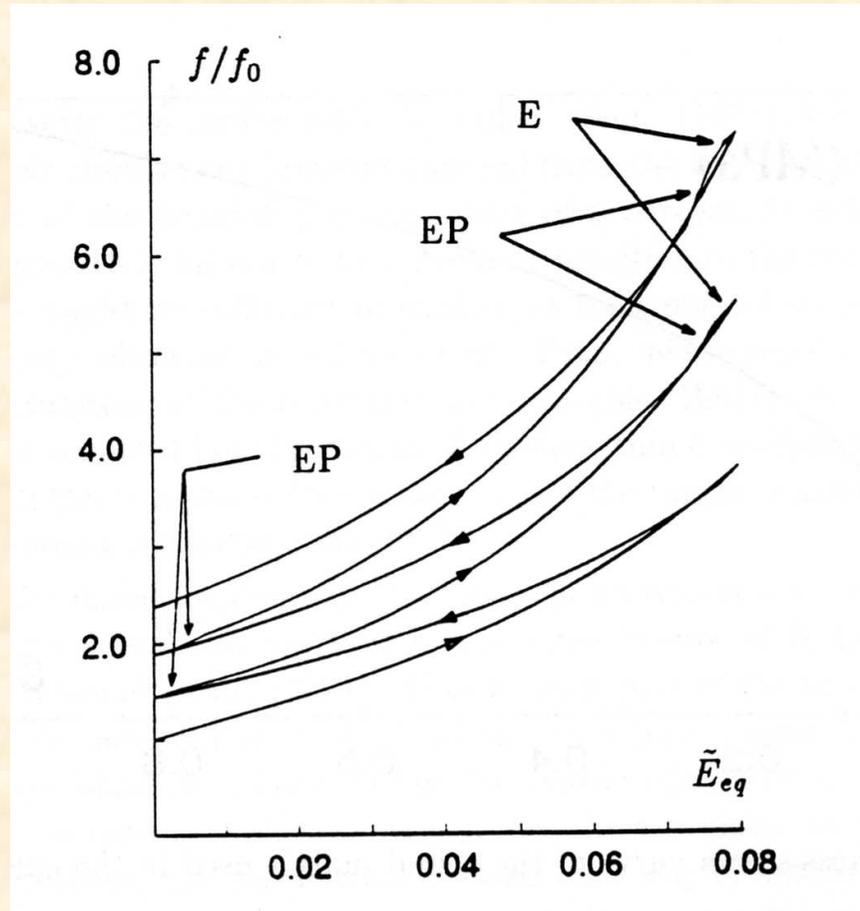


Observations expérimentales

- * Des expériences américaines de rupture sur tuyaux fissurés ont montré que la ductilité est plus faible sous chargement cyclique que sous chargement monotone, pour un chargement maximal donné.
- * Cet effet est interprété comme dû à une croissance continue de la porosité moyenne au cours des cycles successifs.



Simulations numériques micromécaniques



L'effet de croissance de la porosité moyenne au cours des cycles est bien observé.

Prédictions du modèle de Gurson



Définition d'une « déformation équivalente algébrique » :

$$\tilde{E}_{eq}^p \equiv \int_0^t \text{sgn}(\Sigma_m(\tau)) D_{eq}^p(\tau) d\tau$$

Le modèle de Gurson prédit que sous chargement cyclique proportionnel, la courbe $f - \tilde{E}_{eq}^p$ dépend uniquement de f_0 et $|T|$ (T triaxialité), quelle que soit la définition du paramètre $\bar{\sigma}$. Elle se répète donc de cycle en cycle et la porosité moyenne reste constante au cours des cycles, en contradiction avec l'expérience.

Critère de Leblond, Perrin et Devaux (1995)



$$\frac{\Sigma_{eq}^2}{\Sigma_1^2} + 2p \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\Sigma_2}\right) - 1 - p^2 \leq 0$$

Σ_1, Σ_2 : quantités dépendant des paramètres d'écroutissage

$$\begin{cases} E_{eq}^p &= \int_0^t D_{eq}^p(\tau) d\tau \\ E_m^p &= \int_0^t |D_m^p(\tau)| d\tau \end{cases}$$

Les fonctions $\Sigma_1(E_{eq}^p, E_m^p)$ et $\Sigma_2(E_{eq}^p, E_m^p)$ sont déduites de la solution d'une sphère creuse écroutissable soumise à un chargement hydrostatique proportionnel.

Comparaisons des prédictions du nouveau modèle et des simulations numériques micromécaniques



	f_{max}/f_0 cycle 1	f_{max}/f_0 cycle 2	f_{max}/f_0 cycle 3	f_{min}/f_0 cycle 1	f_{min}/f_0 cycle 2	f_{min}/f_0 cycle 3
Simulation numérique	3,81	5,51	7,21	1,44	1,88	2,38
Prédiction du modèle	5,19	6,99	7,81	0,77	0,60	0,51

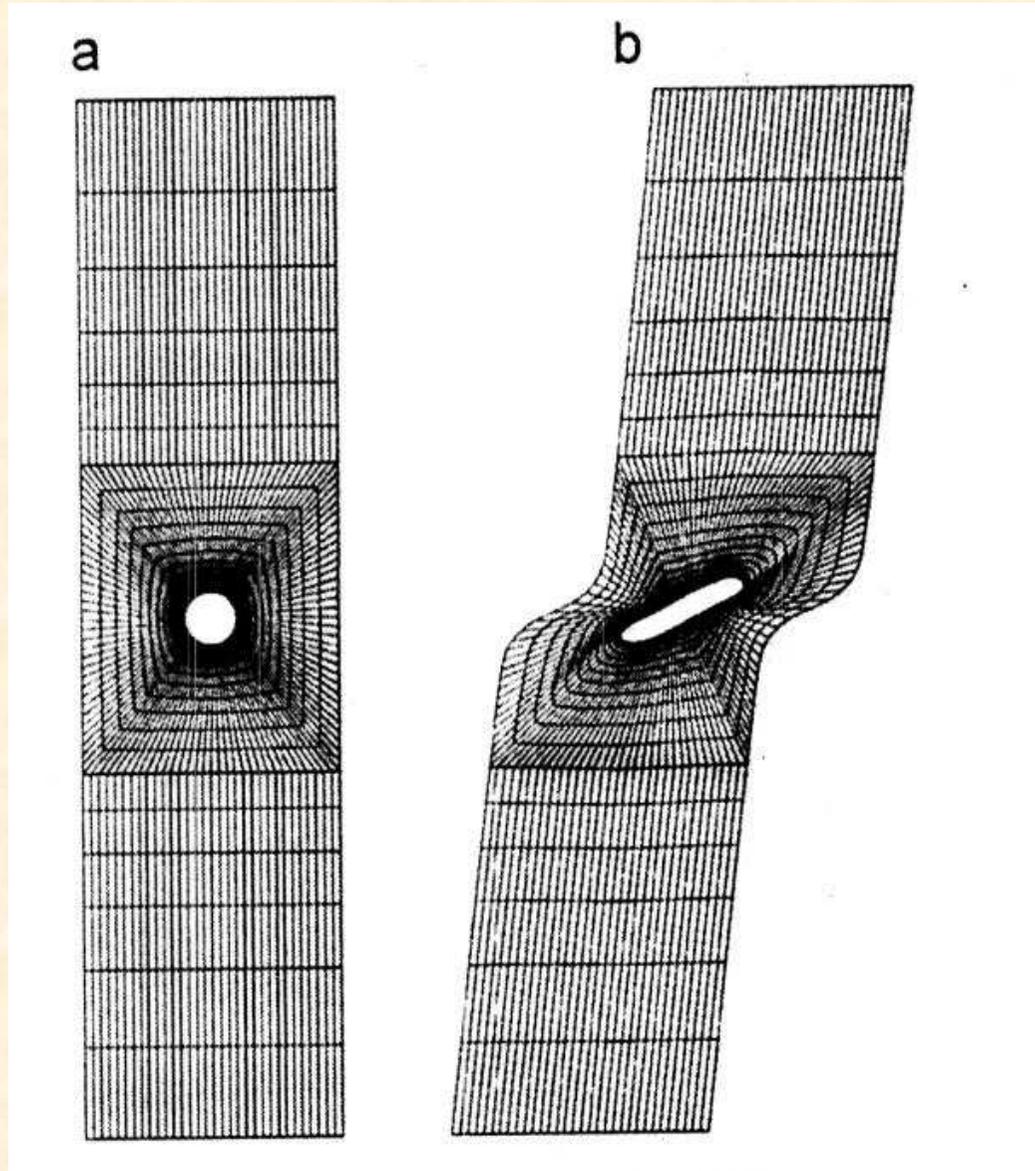
Conclusion: la comparaison est meilleure qu'avec le modèle de Gurson mais encore améliorable.

3. EFFETS DE FORME DES CAVITES



* Le modèle de Gurson, développé pour des trous sphériques, n'incorpore pas les effets liés à la forme des cavités.

* Pourtant des calculs numériques micromécaniques de Tvergaard et Nielsen (2010) ont mis en évidence un effet d'adoucissement en cisaillement, lié au changement de forme des cavités.



a: configuration
initiale

b: configuration
déformée



* Le modèle de Gurson a été étendu à des cavités sphéroïdales, allongées et aplaties, par Gologanu, Leblond et Devaux (1993, 1994, 1997), grâce à une analyse-limite de volumes sphéroïdaux contenant des cavités sphéroïdales confocales.

* Le modèle de Gologanu et al. vient lui-même d'être étendu par Madou et Leblond (2012) à des cavités ellipsoïdales générales, grâce à une analyse-limite de volumes ellipsoïdaux contenant des cavités ellipsoïdales confocales.

Critère macroscopique



$$\phi(\Sigma) \equiv \frac{Q(\Sigma)}{\sigma_0^2} + 2(1+g)(f+g) \cosh\left(\frac{L(\Sigma)}{\sigma_0}\right) - (1+g)^2 - (f+g)^2 = 0$$

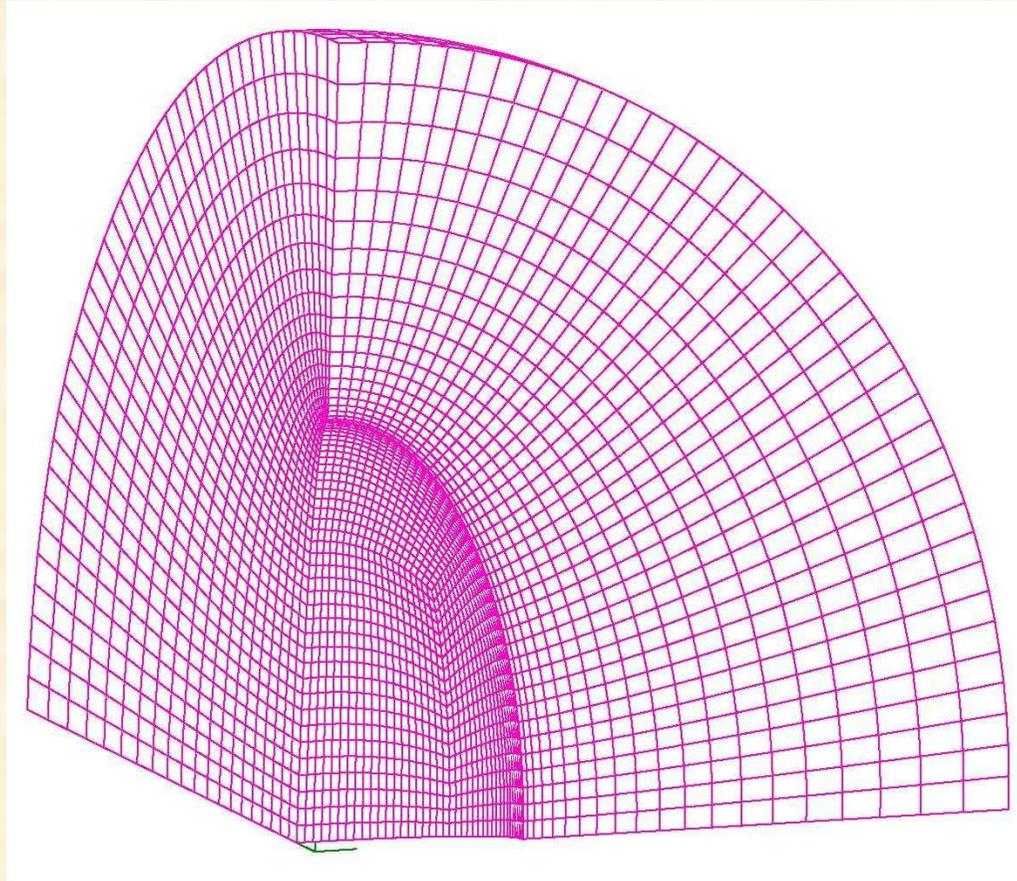
$Q(\Sigma)$: forme quadratique du tenseur des contraintes macroscopique Σ

$L(\Sigma)$: forme linéaire de la partie diagonale de Σ

f : porosité

g : « seconde porosité »

Validation numérique du critère

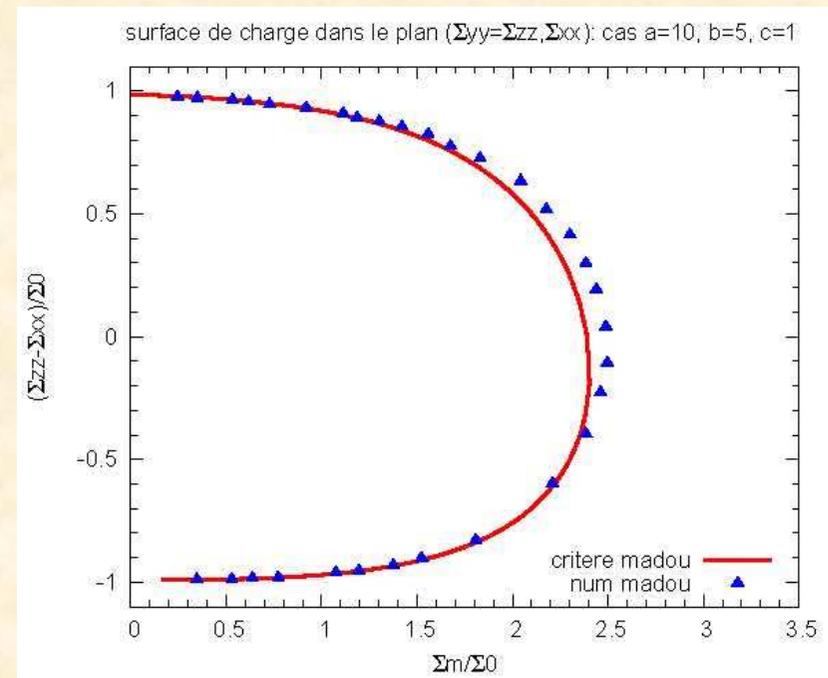
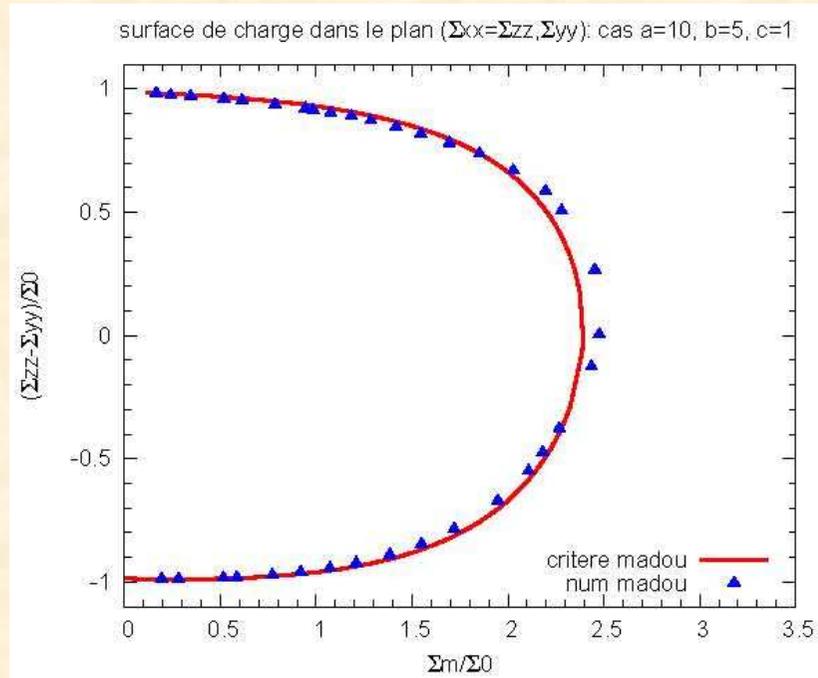
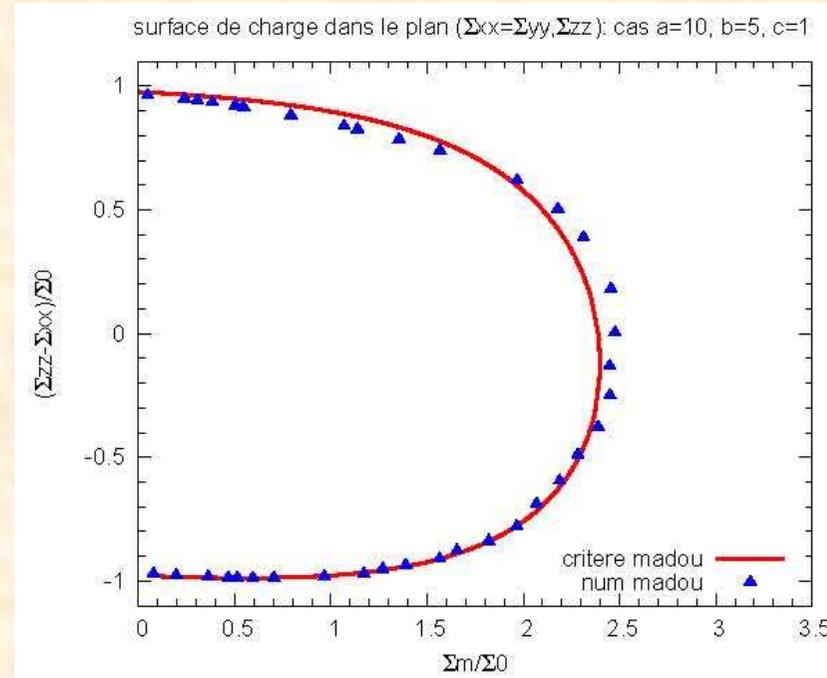


Maillage typique d'un vide ellipsoïdal dans
une cellule ellipsoïdale

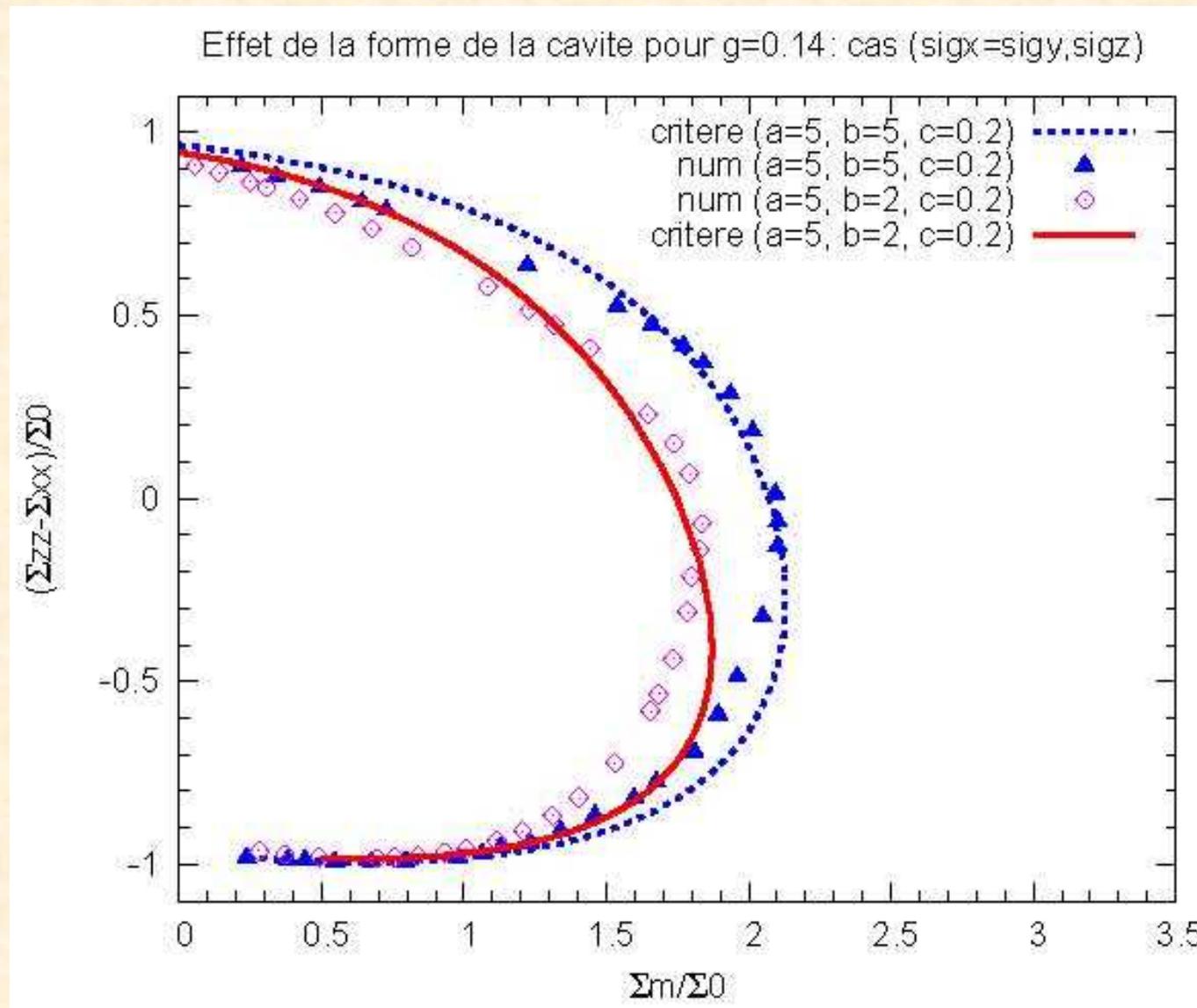
Ellipsoïde général:

Axes 10:5:1

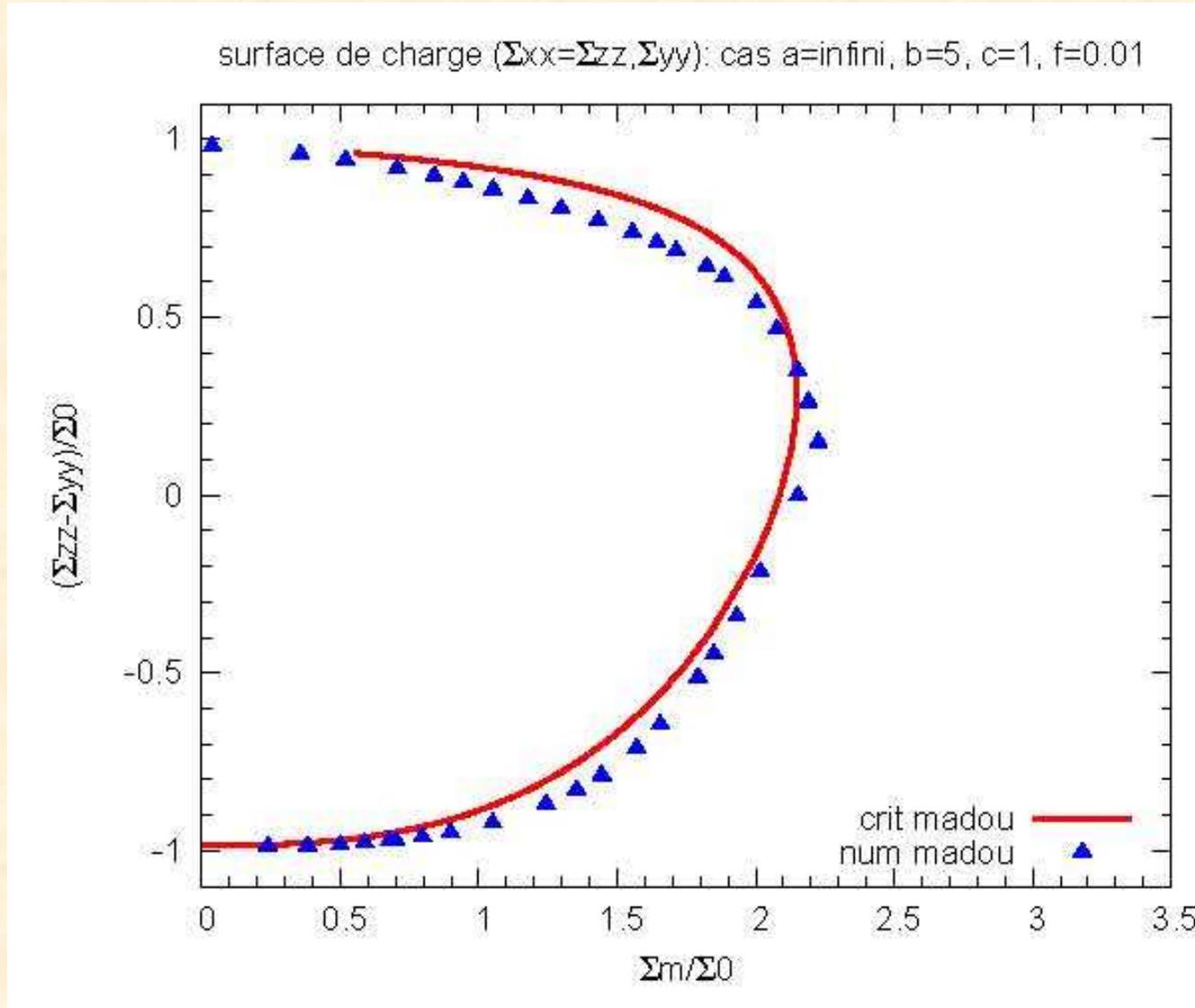
Porosité 0.01



Fissures circulaire et elliptique:



Vide cylindrique elliptique:



Lois d'évolution de la forme et de l'orientation des cavités



* Equations « élastiques » de Kaisalam et Ponte-Castaneda (1998) pour les taux de déformation \mathbf{D}^v et de rotation $\mathbf{\Omega}^v$ du vide:

$$\begin{cases} \mathbf{D}^v &= \mathbf{L}_D^{el} : \mathbf{D} \\ \mathbf{\Omega}^v &= \mathbf{\Omega} + \mathbf{L}_\Omega^{el} : \mathbf{D} \end{cases}, \quad \begin{cases} \mathbf{L}_D^{el} &= [\mathbf{I} - (1-f)\mathbf{S}]^{-1} \\ \mathbf{L}_\Omega^{el} &= (1-f)\mathbf{\Pi} : \mathbf{L}_D^{el} \end{cases}$$

\mathbf{S} : premier tenseur d'Eshelby

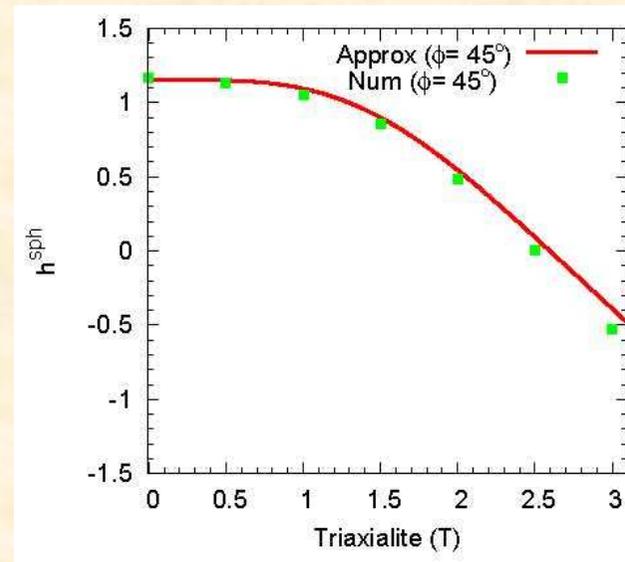
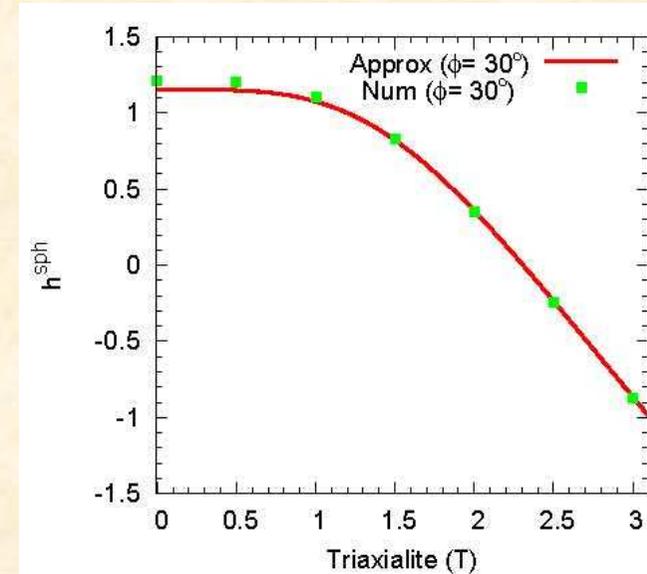
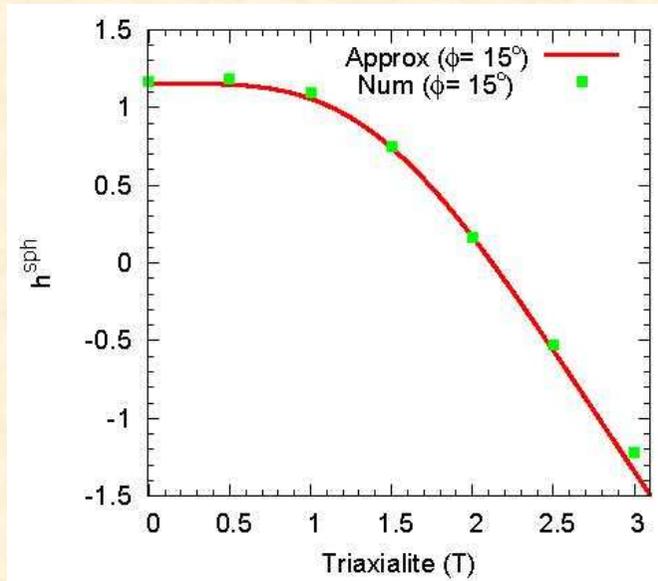
$\mathbf{\Pi}$: second tenseur d'Eshelby



* Problème: on sait depuis Budiansky, Hutchinson et Slutsky (1982) que l'évolution de la forme du vide est différente dans les matériaux plastiques quand la triaxialité est élevée.

* Les équations « élastiques » sont par conséquent adoptées mais avec des facteurs correctifs dans les « tenseurs de localisation » $\mathbf{L}_D^{el}, \mathbf{L}_\Omega^{el}$, déterminés par la méthode des éléments finis.

Coefficient de correction pour l'évolution de la forme du vide – cas sphérique:





Conclusions

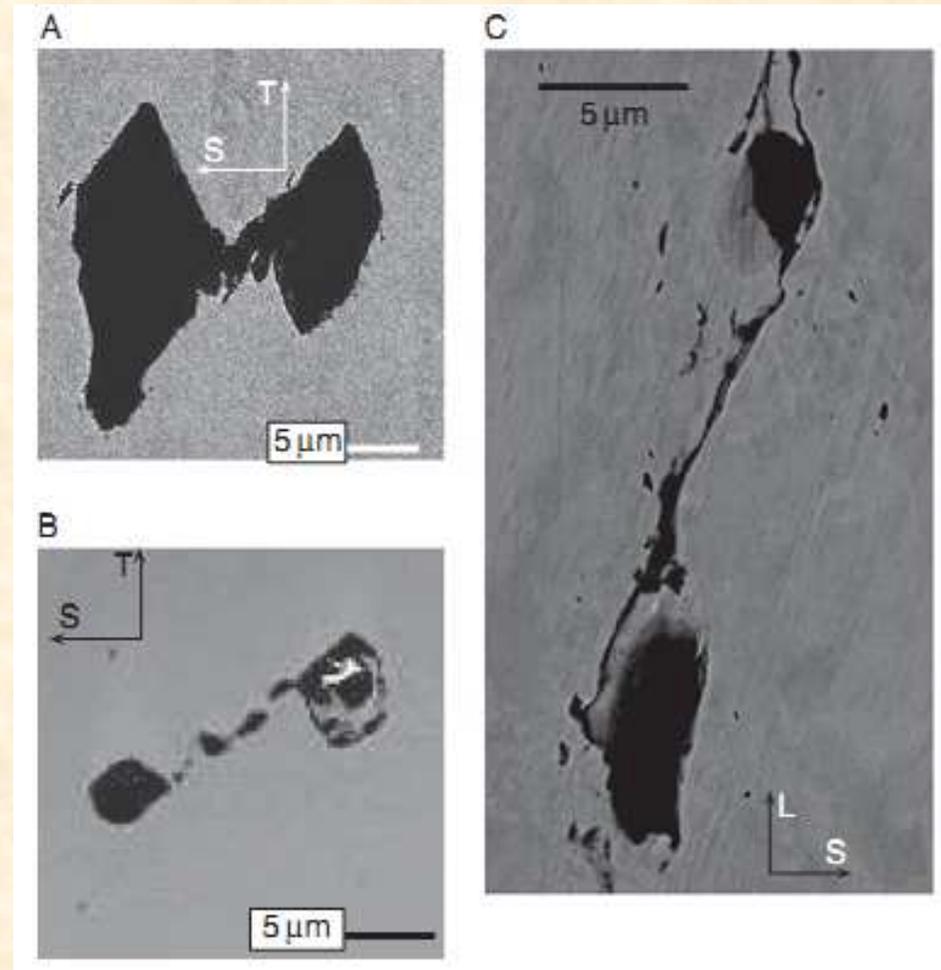
- * On dispose, pour la phase de croissance des vides, d'un modèle apparemment assez fiable et précis pour des cavités ellipsoïdales générales.
- * Ce modèle va être implémenté dans le code SYSTUS de calcul par éléments finis, de manière à permettre des applications.
- * Il sera également étendu au cas de matrices plastiquement anisotropes (critère de Hill).

4. COALESCENCE DES CAVITES SOUS CHARGEMENTS GENERAUX



Coalescence sous
différents
chargements:
traction (A),
cisaillement (B, C)

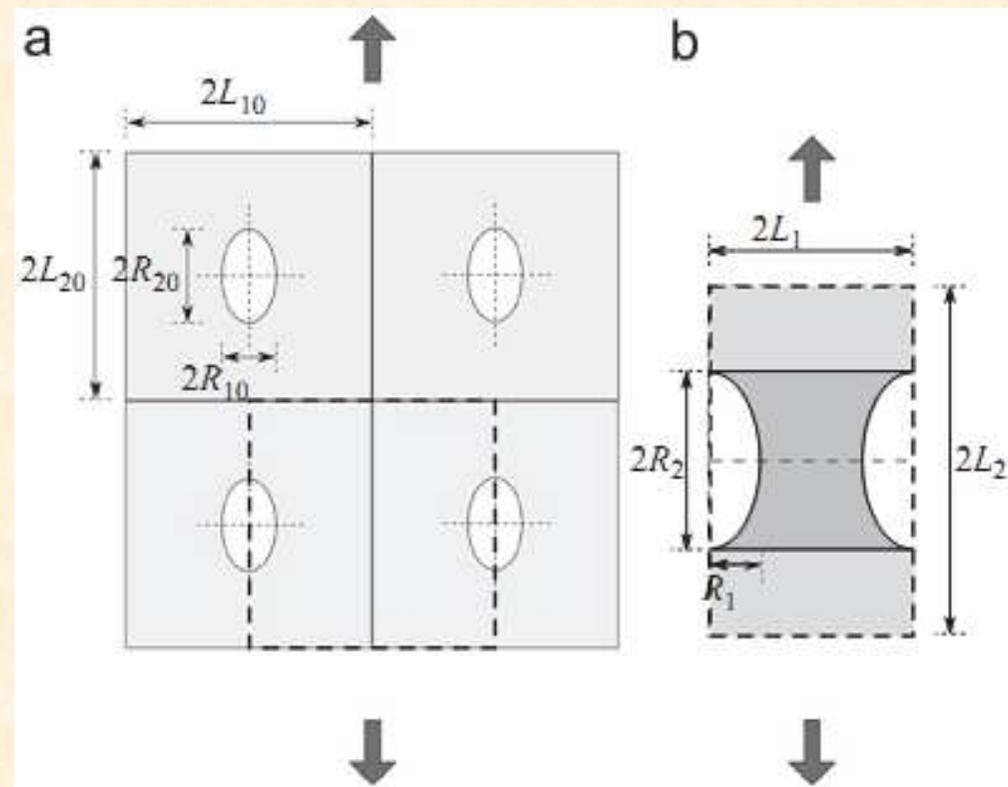
(d'après Benzerga
et Leblond, 2010)



Approche classique de Thomason (1990)



- * Utilise l'analyse-limite avec un taux de déformation localisé entre les vides.
- * Ne considère que des chargements de traction sur la bande de localisation.

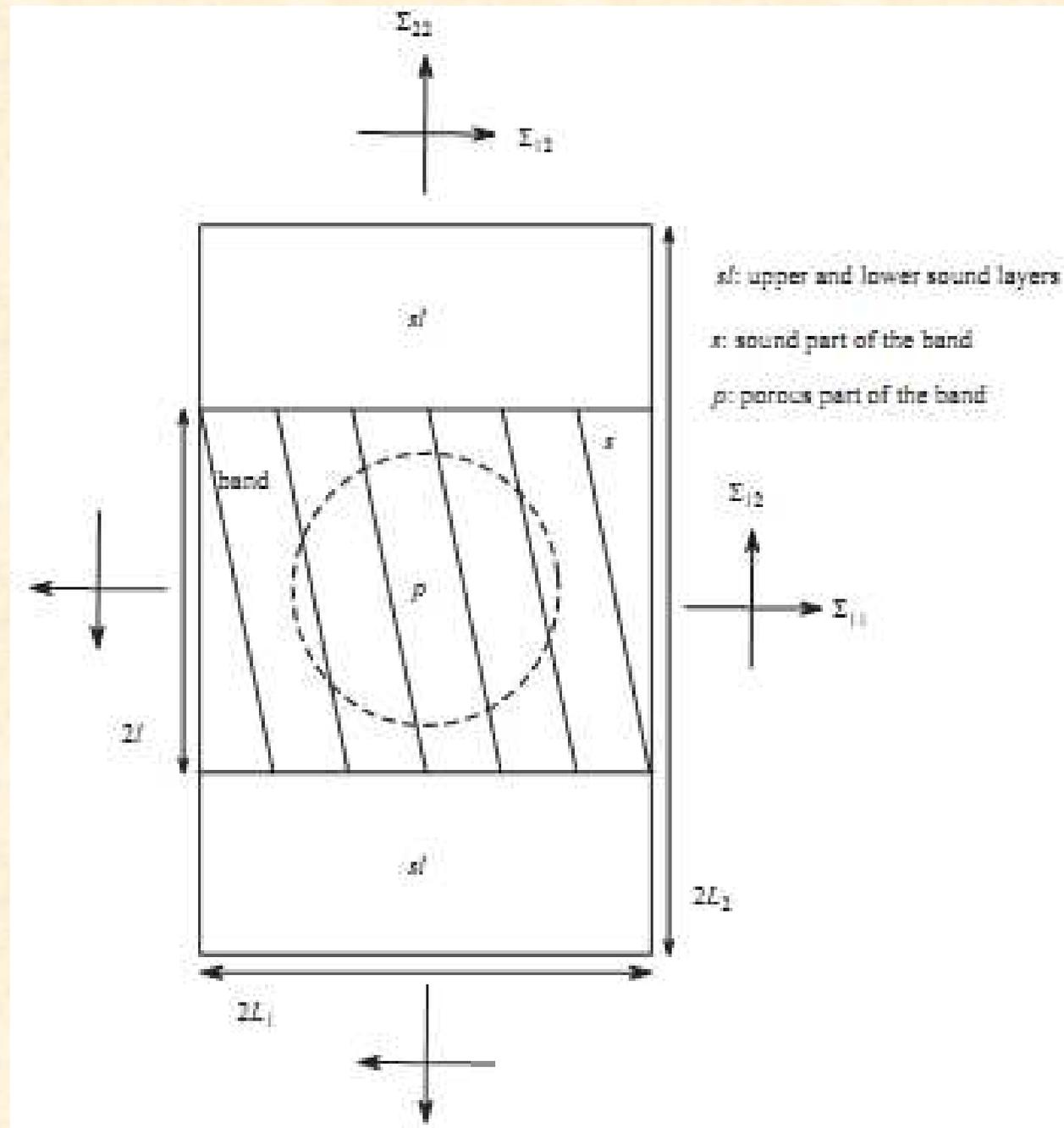


Extension aux chargements généraux de Tekoglu, Leblond et Pardoën (2012)



Utilise encore l'analyse-limite, avec

- * le champ de vitesse de Thomason, pour la composante de traction sur la bande de localisation;
- * un champ de vitesse correspondant à un taux de déformation déviatorique uniforme, pour les composantes de cisaillement sur cette bande.



Critère de coalescence de Thomason étendu



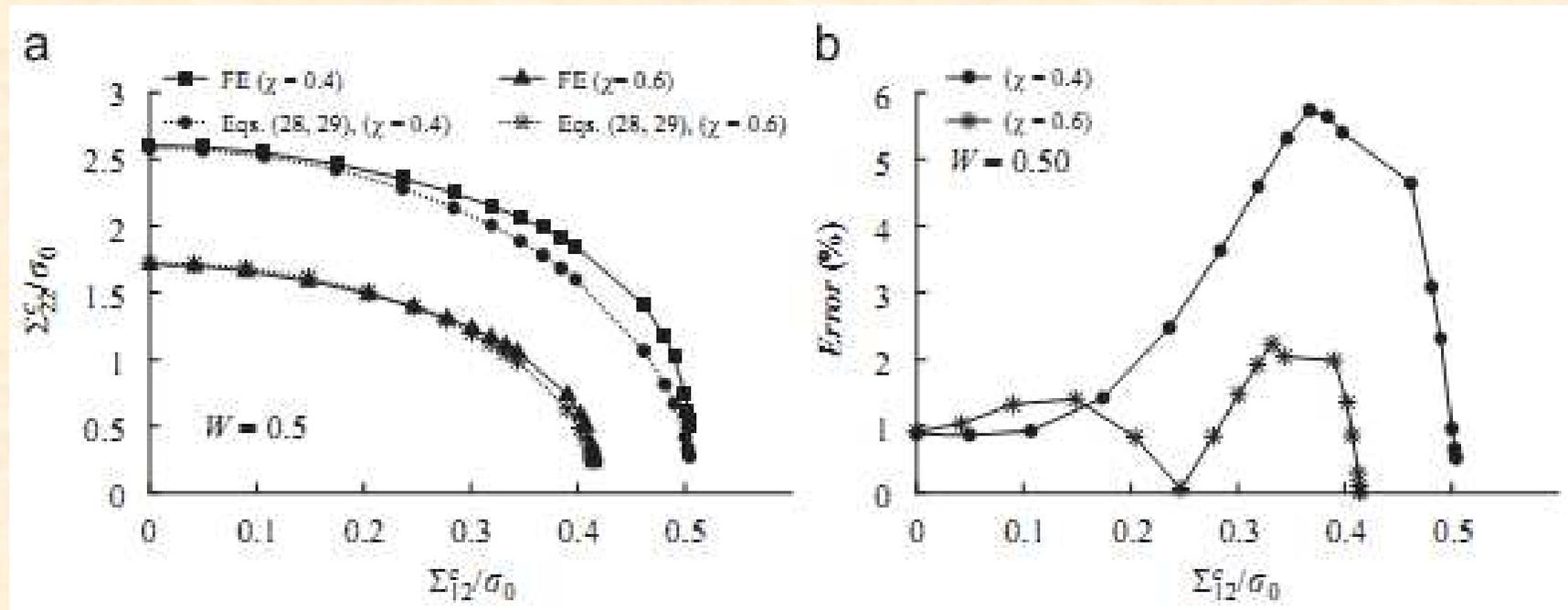
$$\left(\frac{\Sigma_{22}}{\Sigma_{22}^{Th}} \right)^2 + \frac{3(\Sigma_{21}^2 + \Sigma_{23}^2)}{(1 - f_b)^2 \sigma_0^2} = 1$$

Σ_{22}^{Th} : « contrainte de coalescence » en traction pure donnée par Thomason

$f_b = f \frac{L_2}{\ell}$: porosité dans la bande

(ℓ est prise proportionnelle à la dimension verticale du vide)

Comparaison avec des simulations numériques micromécaniques



a: critères de coalescence analytique et numérique

b: erreur relative

Conclusions



* On dispose maintenant d'un modèle prédictif de la coalescence des cavités pour des chargements généraux.

* Il faut étendre ce modèle à des géométries plus générales de vides (non-sphéroïdaux) et à des matrices plastiquement anisotropes.

5. MODELE DU SECOND GRADIENT D'ENDOMMAGEMENT DUCTILE



* Comme tous les modèles adoucissants, le modèle de Gurson prédit une concentration illimitée de l'endommagement et de la déformation, ce qui engendre divers problèmes:

- 1) bifurcations présentant un nombre infini de branches bifurquées;
- 2) énergie dissipée par la rupture nulle;
- 3) dépendance des résultats numériques vis-à-vis du maillage.



* Nature du problème : quand le modèle de Gurson prédit la localisation de la déformation, on se trouve finalement l'appliquer à des échelles infiniment petites, en contradiction avec sa nature « homogénéisée » donc macroscopique.

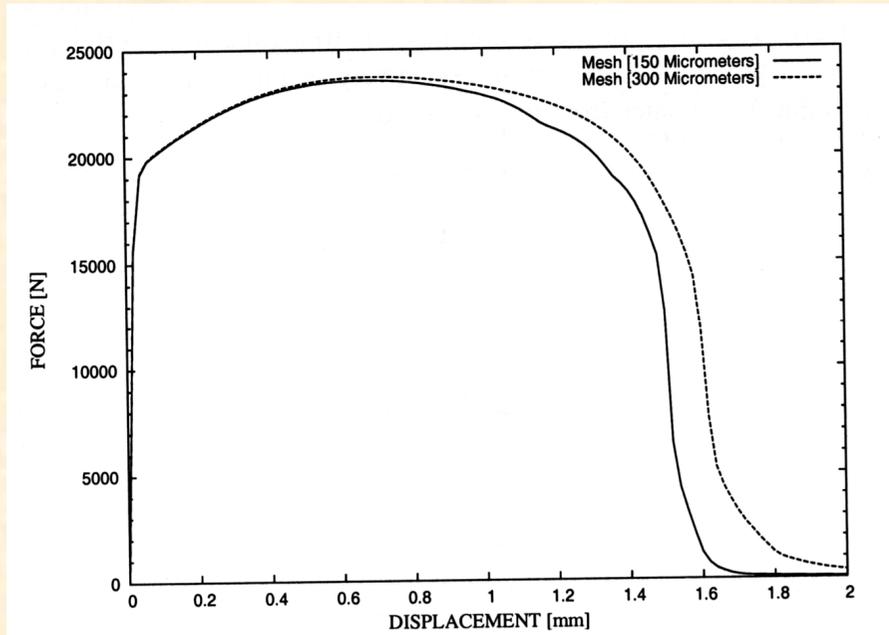
* La solution du problème est un modèle non-local, faisant intervenir une distance caractéristique de la microstructure (ici l'espacement moyen entre cavités).

Modèle du second gradient (Gologanu, Leblond, Perrin et Devaux, 1997)

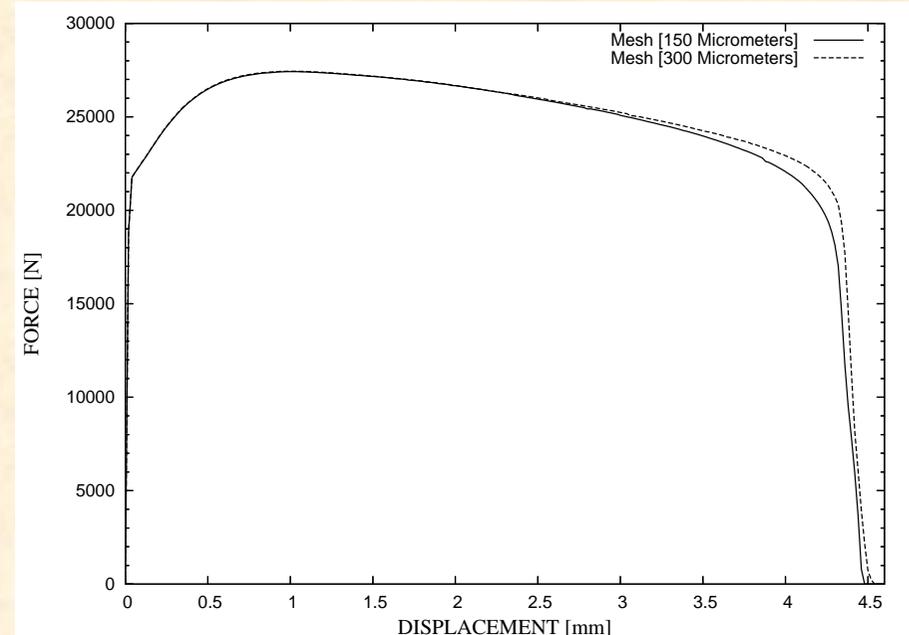


- * Obtenu par homogénéisation avec des conditions aux limites de taux de déformation inhomogène au bord (vitesse fonction quadratique des coordonnées).
- * Inclut le gradient du taux de déformation ainsi que des contraintes généralisées de type « moment ».
- * Comprend un critère de Gurson généralisé (incluant les moments) et la loi d'écoulement associée par normalité.
- * Implémentation numérique délicate.

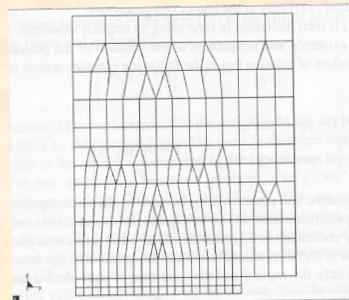
Indépendance des résultats numériques vis-à-vis du maillage



Modèle de Gurson

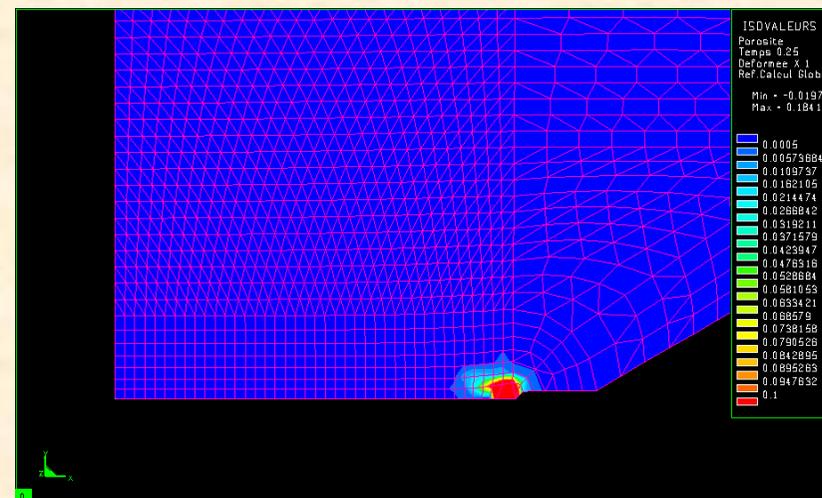
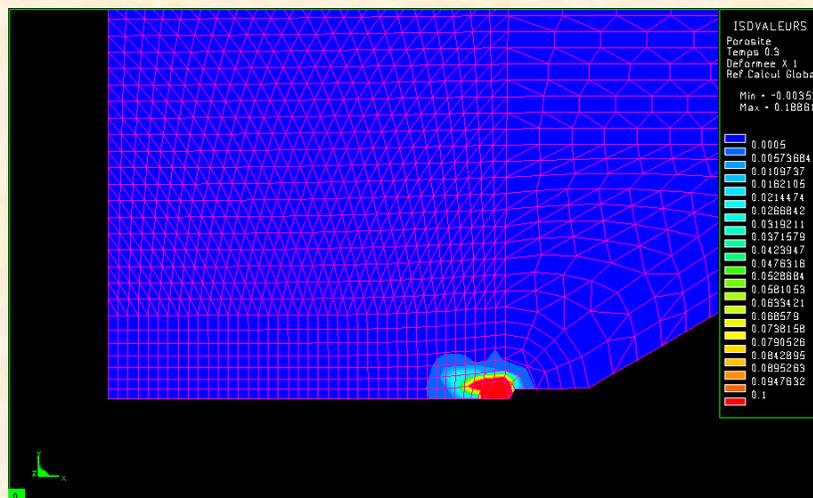
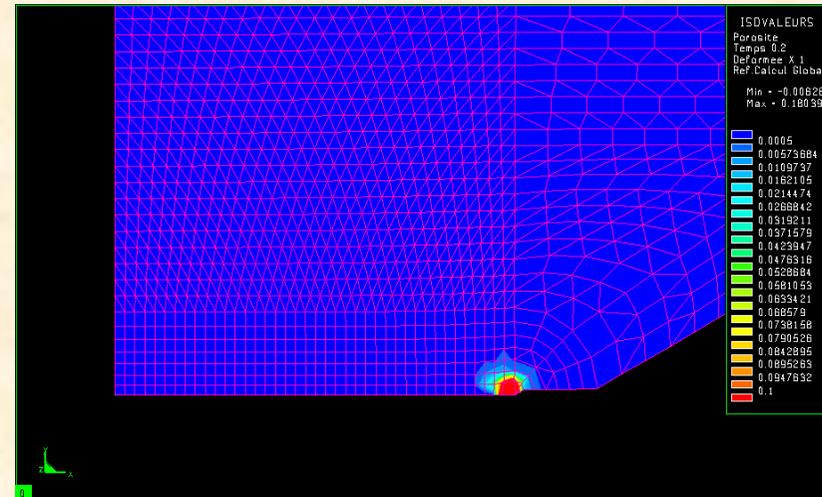
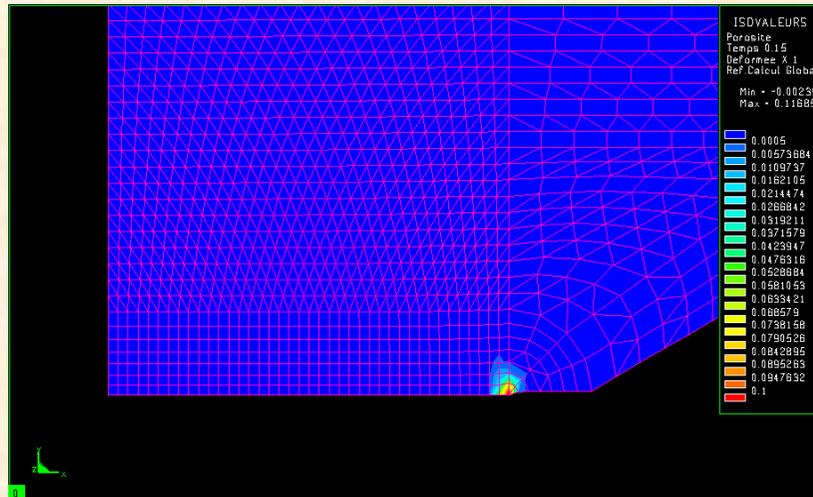


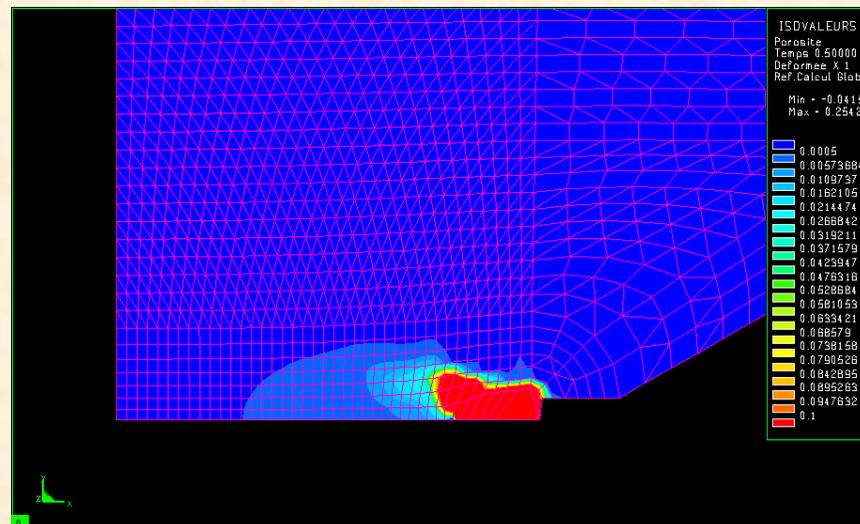
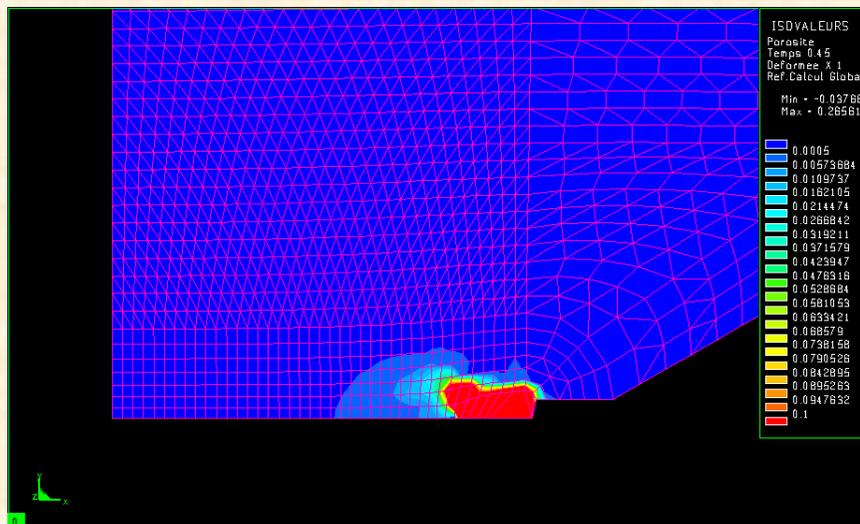
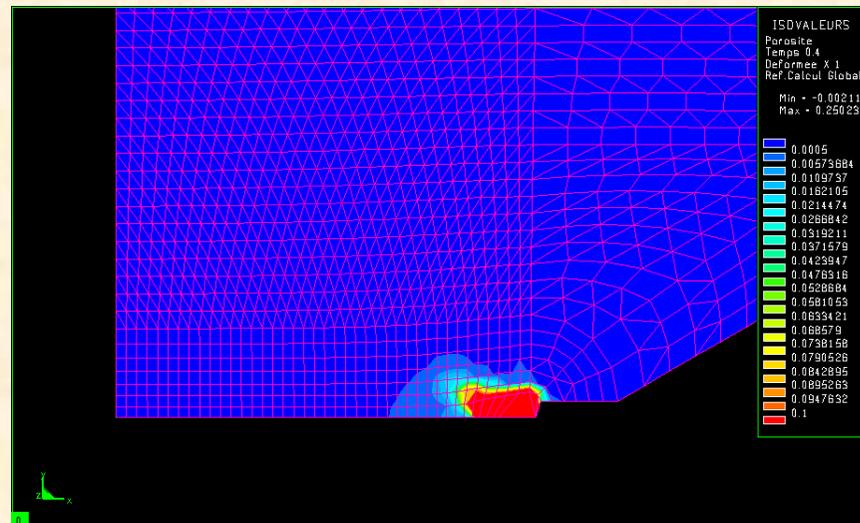
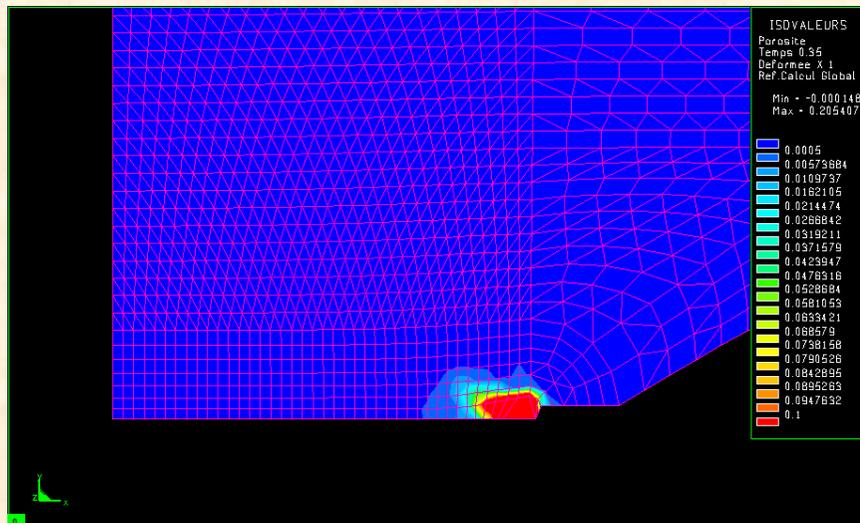
Modèle GLPD

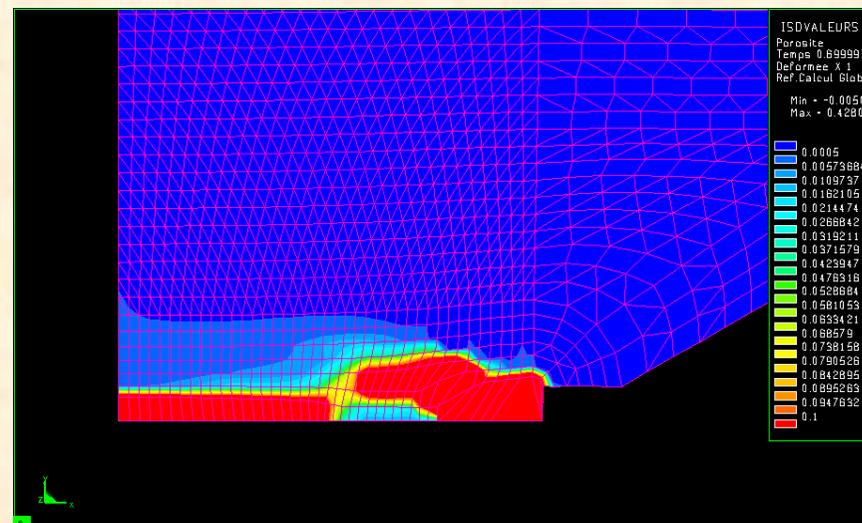
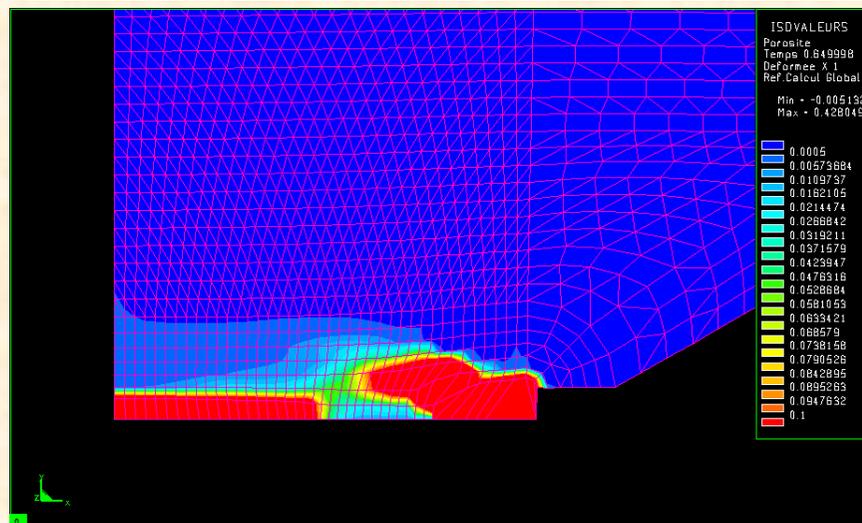
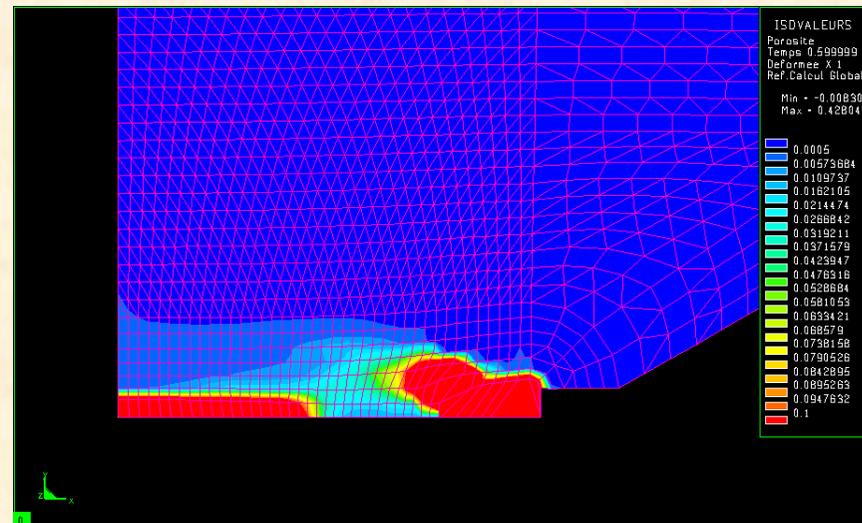
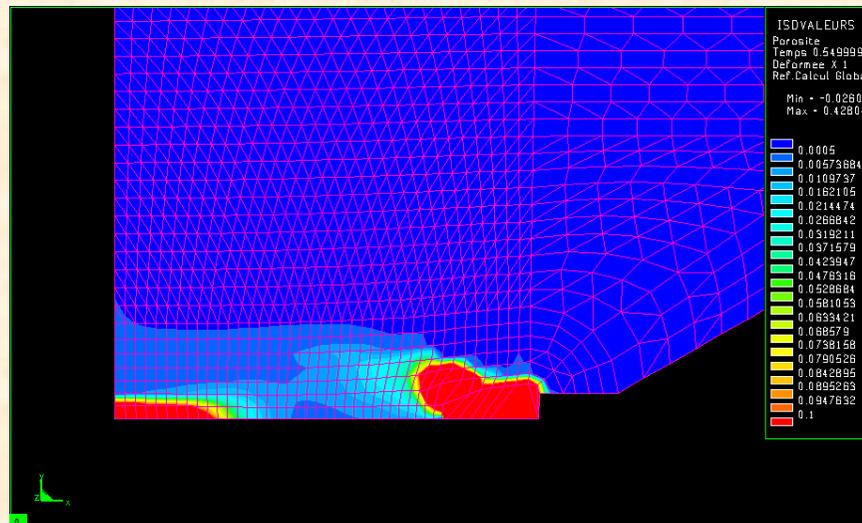


Calculs sur éprouvette TA30

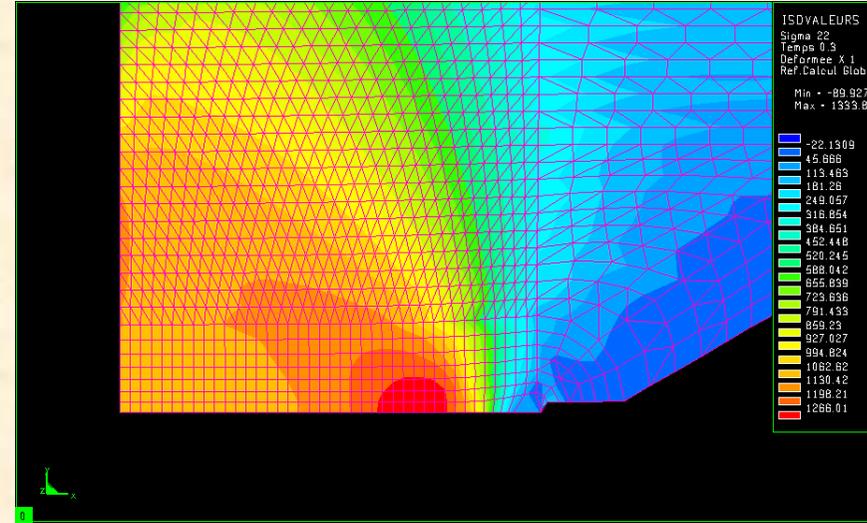
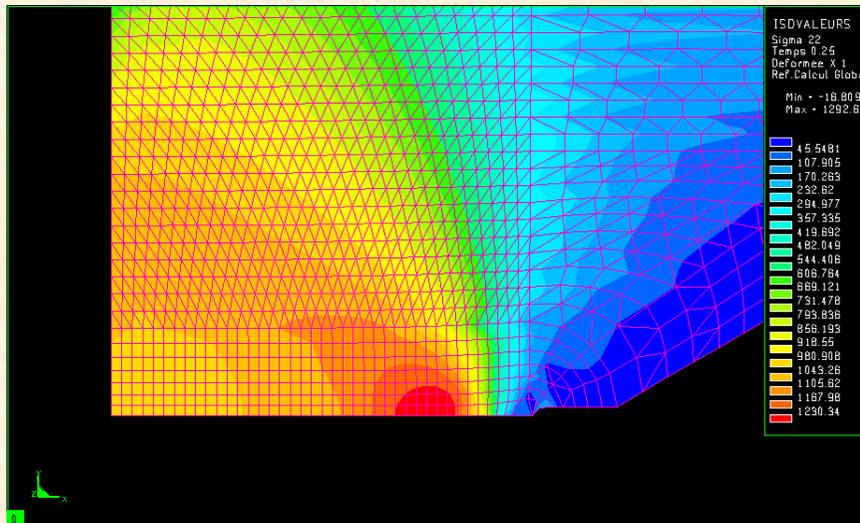
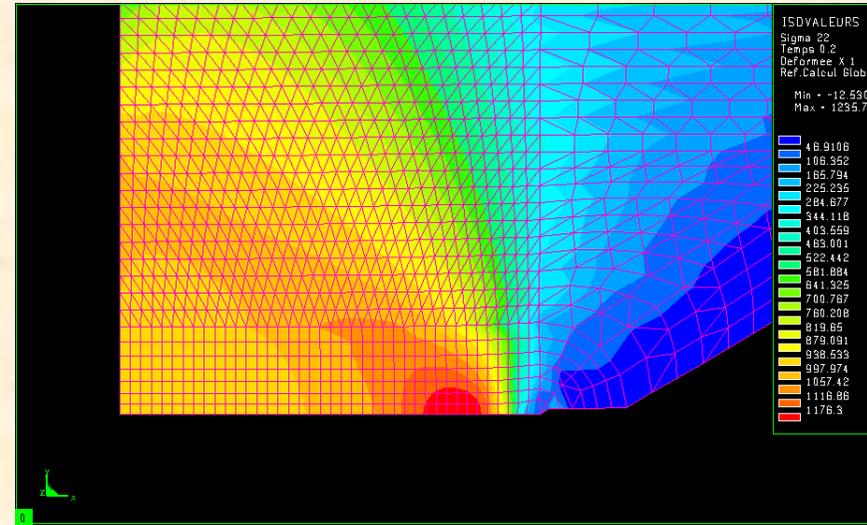
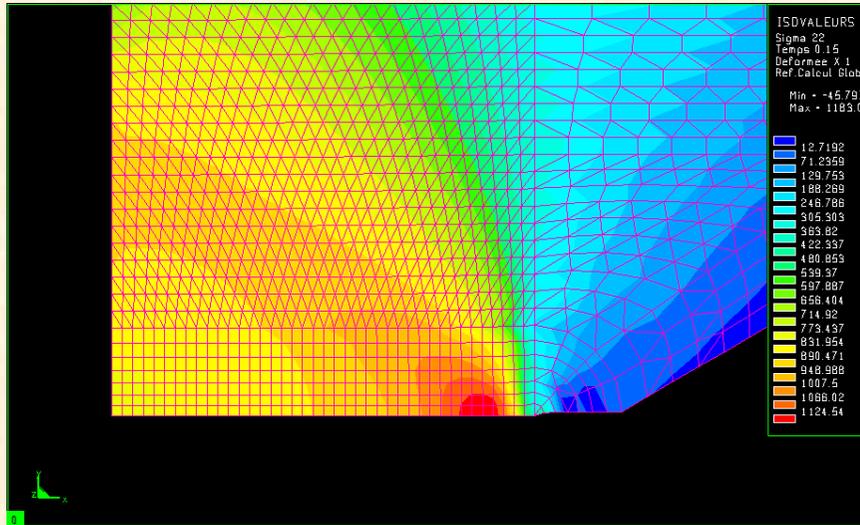
Evolution de la porosité:

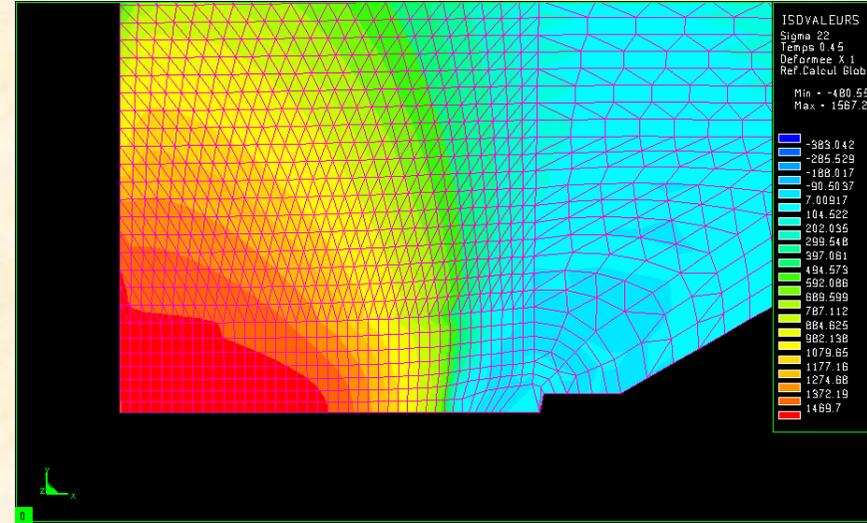
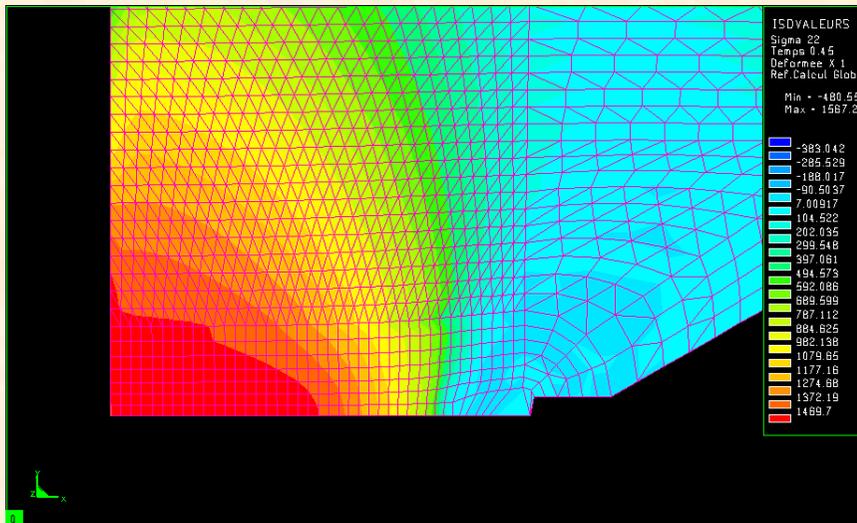
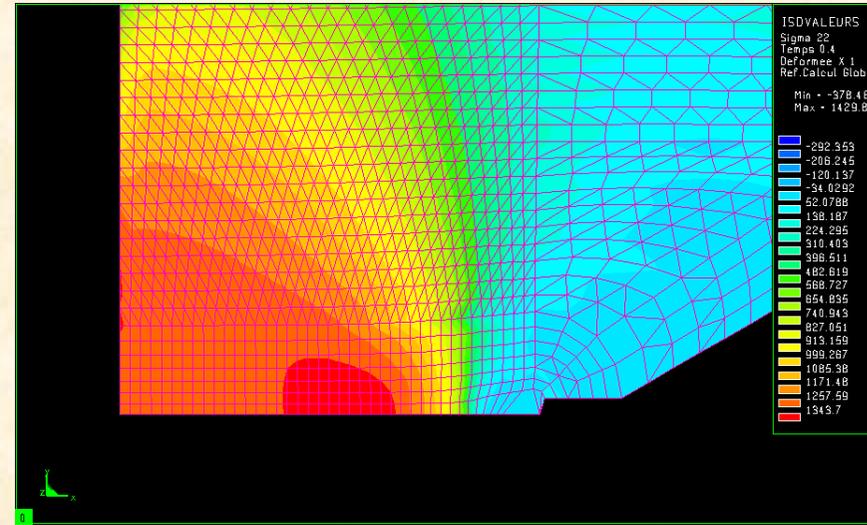
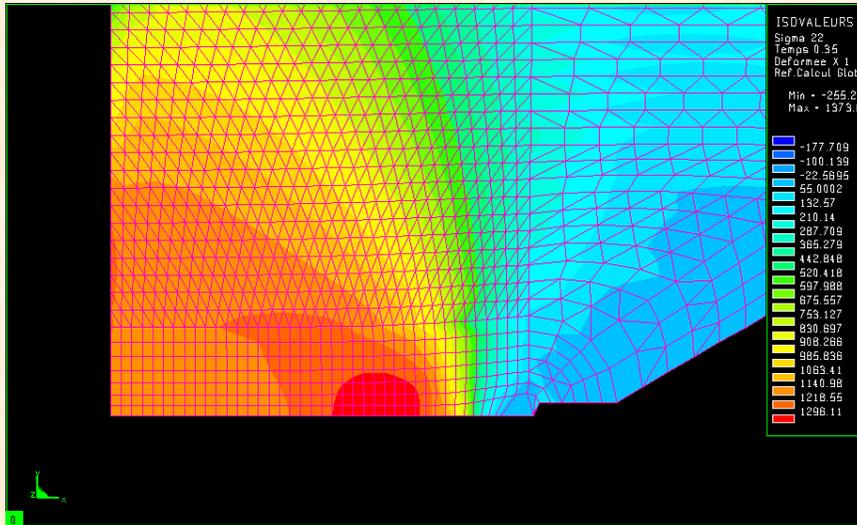


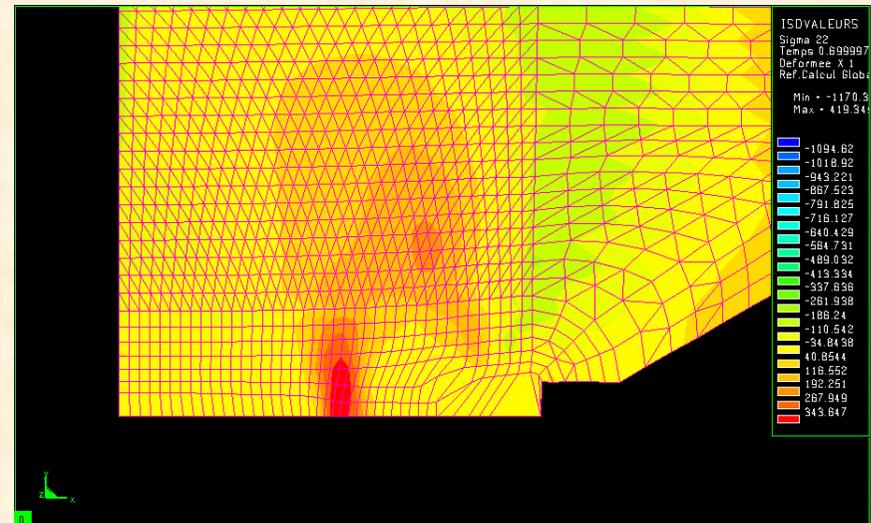
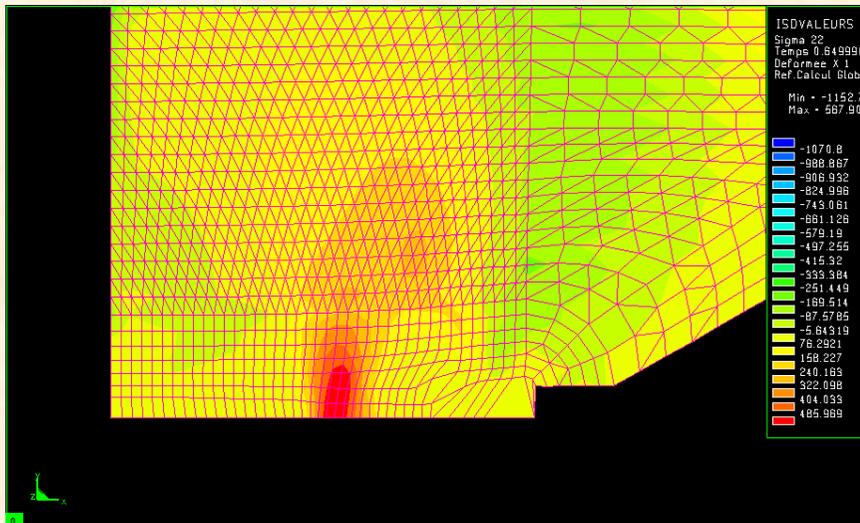
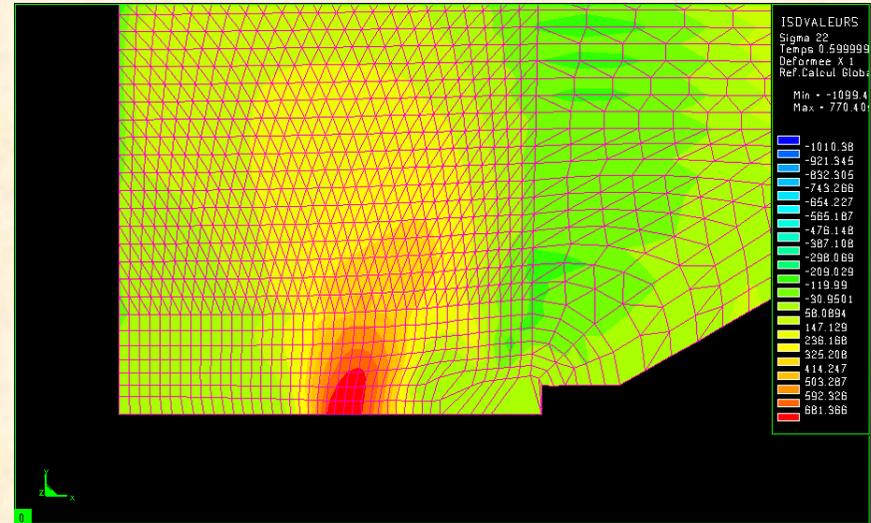
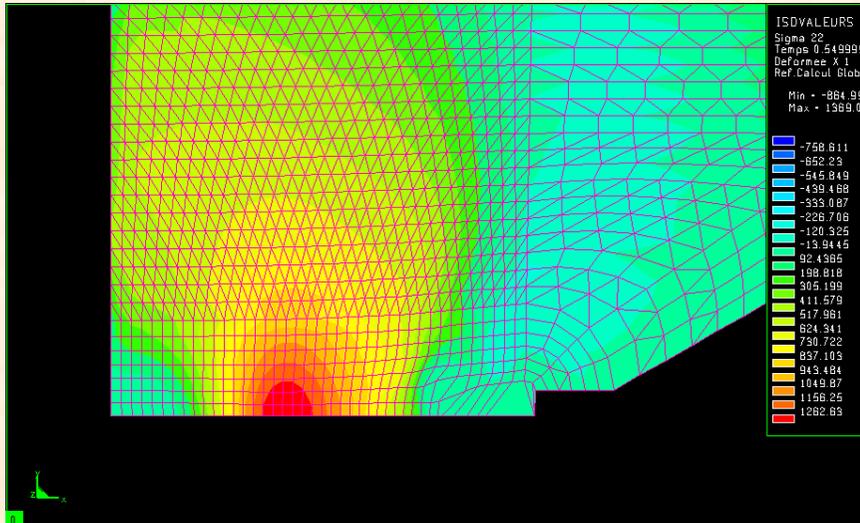




Evolution de la contrainte d'ouverture:









Conclusions

- * Le modèle du second gradient proposé, reposant sur un fondement théorique sain, permet de résoudre le problème de la dépendance des résultats numériques vis-à-vis du maillage.

- * Il faut maintenant confirmer l'intérêt de ce modèle pour les applications à des problèmes pratiques.

6. CONCLUSION GENERALE



- * De grands progrès ont été réalisés ces vingt dernières années sur la modélisation de la rupture ductile.
- * Il reste pourtant beaucoup à faire, par exemple sur l'anisotropie plastique et la coalescence.
- * Il faut surtout convaincre les industriels d'appliquer davantage l'approche locale, malgré sa difficulté, à la résolution de leurs problèmes pratiques.



MERCI DE VOTRE PATIENCE
ET DE VOTRE ATTENTION!